

1. Las cuatro reglas fundamentales

1.1.	Cálculo con tablas	1
1.2.	Cálculo con rayas, calculo con Puntos, operaciones con paréntesis	4
1.3.	Calculadora de bolsillo electrónica	8

2. Regla de tres

Regla de tres simple, regla de tres Compuesta	11
---	----

3. Cálculo del tanto por ciento

Interés, rédito y capital	14
---------------------------	----

4. Unidades de la técnica

4.1.	Unidades "SI", longitud, superficie, Volumen , Pulgadas	16
4.2.	Unidad de tiempo, unidad de ángulo	20
4.3.	Masa, fuerza, peso, presión, trabajo	23

5. Cálculo de longitudes

5.1.	Escalas, división de longitudes	27
5.2.	Longitudes extendidas, longitudes de muelles	30

6. Cálculo de superficies

6.1.	Superficies rectangulares, superficies redondas.	33
6.2.	Superficies compuestas	36

7. Cálculo de volúmenes.

7.1.	Cuerpos de espesor uniforme, cuerpos puntiagudos	37
7.2.	Cuerpos truncados, cuerpos esféricos, cuerpos anulares	41
7.3.	Cuerpos Compuestos	44

8. Operaciones algebraicas

8.1.	Reglas fundamentales de las operaciones algebraicas	47
8.2.	Transposición de formulas	50

9. Cálculo de masas

Masa (peso), Densidad, peso fuerza (fuerza pesante)	53
---	----

10. Fuerzas

Definición, representación, composición, descomposición	57
---	----

11. Cálculo de resistencias

Definiciones fundamentales. Resistencia a la tracción, resistencia a la compresión	
Resistencia la cortadura (Cizalladura)	61

12. Representación gráfica de números

Diagramas de superficies rayadas, superficies curvas y de Sankey	66
--	----

13. Maquinas simples

13.1.	Palanca	70
13.2.	Fuerzas (reacciones) en los apoyos cargas y fuerzas en ejes	74
13.3.	Plano inclinado	78

14. Cálculo de roscas

14.1.	Formas básicas de las roscas. Cálculo del paso de las roscas	
	Conversión del diámetro de rosca en mm a pulgadas	81
14.2.	Cálculo de roscas métricas. Cálculo de roscas en pulgadas	85

15. Cálculo de tornillos

Fuerzas de tracción y compresión en los tornillos, cargas admisibles de los tornillos	89
---	----

16. Teorema de Pitágoras.

Teorema de Pitágoras, cálculo de ancho de llave (ancho entre caras)	
Cálculo de diagonales	92

17. Cálculo de presión

17.1.	Presión en cuerpos sólidos. Presión en los líquidos, presión en los gases	96
17.2.	Presión atmosférica, sobrepresión, presión absoluta, unidades de presión	100

18. Cálculo térmico.

18.1.	Temperatura y cantidad de calor. Refrigeración del motor, Conversión de Energía	103
18.2.	Dilatación longitudinal de los cuerpos sólidos, dilatación cubica de los Cuerpos sólidos y líquidos.	106

19. Cálculo de motor.

19.1.	Cilindrara, relación de carrera a diámetro, grados de admisión (rendimiento volumétrico)	109
19.2.	Relación de compresión, cámara de compresión, aumento de compresión	112
19.3.	Presión del gas en el cilindro, fuerza del émbolo	115
19.4.	Momento de giro de rotación del motor (par)	117

20. Cálculo de velocidades

20.1.	Movimiento uniforme rectilíneo	119
20.2.	Movimiento circular uniforme, velocidad tangencial (perimetral)	122
20.3.	Movimiento uniforme acelerado y uniformemente retardado. Aceleración y desaceleración	124
20.4.	Movimiento alternativo, velocidad del pistón	127

21. Transmisión por correas

21.1.	Transmisión sencilla	129
21.2.	Doble Transmisión	132

22. Maniobra de válvulas

	Tiempo de maniobra de válvulas. Ángulo de abertura de válvulas	
	Tiempo de abertura de válvula	135

23. Rozamiento, cojinetes, tolerancia

23.1.	Rozamiento de adherencia y rozamiento de deslizamiento	139
23.2.	Cálculo de cojinetes	141
23.3.	Cálculo de tolerancias y ajustes	144

24. Cálculo de potencia.

24.1.	Trabajo potencia	147
24.2.	Potencia indicada	149
24.3.	Potencia efectiva	152
24.4.	Rendimiento en la transformación de energía	155
24.5.	Potencia por cilindrada (potencia unitaria), peso por unidad de potencia	157

25. Consumo

25.1.	Consumo de combustible en carretera. Consumo de combustible Según DIN 70030. Consumo específico.	160
25.2.	Cálculo de cantidad inyectada en los motores diesel	162
25.3.	Poder calorífico, poder calorífico por litro, Rendimiento.	165

26. Motor de pistón rotativo.

	Volumen de la cámara , relación de compresión, potencia interna	168
--	---	-----

27. Cálculo de embrague.

27.1.	Par de transmisión	170
27.2.	Presión superficial de las guarniciones de los embragues	173

28.1.	Dimensiones de las ruedas dentadas	174
28.2.	Engranaje sencillo. Relación de transmisión.	177
28.3.	Doble engranaje	180

29. Cálculo de transmisiones (Cajas de cambios)

29.1.	Relación de transmisión	183
29.2.	Transmisión de las revoluciones del motor. Transmisión del par motor	185

30. Velocidad del vehículo

30.1.	Relación de transmisión en el puente. Transmisión de las revoluciones En el puente. Transmisión de par de giro en el puente	188
30.2.	Relación de transmisión total de flujo de fuerza en tracción normal.	190
30.3.	Velocidad del vehículo en las distintas marchas	191

31. Dirección

31.1.	Relación de transmisión de la dirección. Recorrido de las ruedas en las curvas	194
31.2.	Ánulo de convergencia. Convergencia	197
31.3.	Mecanismos de la dirección	199

32. Frenos

32.1.	Desaceleración de frenado, tiempo de frenado, distancia de frenado Distancia hasta el paro	201
32.2.	Presión del circuito. Fuerza de aprieto	204
32.3.	Frenos de tambor- Fuerza periférica.	207
32.4.	Frenos de disco- Fuerza de frenado en una rueda	210

33. Mecánica del movimiento

33.1.	Fuerza impulsora	212
33.2.	Resistencia a la rodadura.	214
33.3.	Resistencia del aire	216
33.4.	Resistencia en pendiente. Fuerza sobrante	219

34. Electricidad del automóvil

34.1.	Fundamentos eléctricos .Ley de Ohm	221
34.2.	Potencia eléctrica. Trabajo eléctrico. Capacidad de la batería	223
34.3.	Conexión en serie. Conexión en paralelo	226

1 Las cuatro reglas fundamentales

1.1 Cálculos con tablas

Explicación

Las tablas numéricas van principalmente del 1 al 1 000, están dispuestas igual que la adjunta y ayudan en los cálculos.

Notaciones

Primera columna $d = n$

En la primera columna figura el número dado, que viene expresado en la tabla numérica. La letra d significa diámetro; la n un número cualquiera.

Segunda columna n^2

En la segunda columna figura n^2 (se lee " n al cuadrado" o " n dos"). Es la denominada potencia. Ejemplos:

$$\begin{array}{l|l|l|l} 2 \cdot 2 = 2^2 = 4 & 3 \cdot 3 = 3^2 = 9 & 4 \cdot 4 = 4^2 = 16 & n \cdot n = n^2 \text{ (2ª potencia)} \\ 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8 & 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27 & 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64 & n \cdot n \cdot n = n^3 \text{ (3ª potencia)} \\ 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16 & 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81 & 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^4 = 256 & n \cdot n \cdot n \cdot n = n^4 \text{ (4ª potencia)} \end{array}$$

Así: **Potencia = Producto de factores iguales. Una potencia consta de base y exponente**

$$\begin{array}{c} \text{5 factores} \quad \text{Base} \\ \swarrow \downarrow \searrow \swarrow \downarrow \searrow \\ n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n = n \\ \text{Producto} \quad \text{Potencia} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Exponente} \\ \downarrow 5 \end{array}$$

El exponente indica cuantas veces hay que multiplicar la base por sí misma. La segunda potencia se llama también cuadrado y la tercera cubo.

Columna $\sqrt{n}$

En la tercera columna figura $\sqrt{n}$ (se lee "raíz cuadrada de n "). El símbolo $\sqrt{\quad}$ (raíz) indica "extraer la raíz" (calcular la raíz).

La extracción de raíces es la operación por la cual se busca el número que multiplicado por sí mismo da el que figura bajo el símbolo de la raíz (operación inversa al cálculo de potencias)

$$\begin{array}{c} \text{Símbolo "Raíz de"} \\ \swarrow \downarrow \searrow \\ \sqrt{16} = 4 \quad 4 \cdot 4 = 16 \\ \uparrow \quad \swarrow \\ \text{Radical} \quad \text{Valor de la raíz} \end{array}$$

Columnas $d \cdot \pi$ y $\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$

$d \cdot \pi$ es el perímetro de la circunferencia; $\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$ es el área del círculo

Cálculo con ejemplo

1. Números sin coma

Buscar en la tabla de valores los de $d = n = 211$

Lectura directa.—Se busca el número 211 en la primera columna (verticalmente) y se avanza horizontalmente a las respectivas columnas. En el perímetro y en el área hay que añadir la denominación (mm, mm², etc.)

$d = n$	n^2	$\sqrt{n}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
210	44 100	14,4914	659,73	34 636,1
211	44 521	14,5258	662,88	34 966,7
212	44 944	14,5602	666,02	35 298,9

Buscar el diámetro del círculo de 95,0332 mm² y $\sqrt{3721}$

Lectura indirecta.—Se busca el número 95,0332 en la quinta columna (verticalmente) y se va horizontalmente hacia atrás hasta la primera columna ($d = 11$ mm)

Del mismo modo se busca (verticalmente) en la segunda columna, n^2 , el número 3721 y se va horizontalmente a la primera columna ($d = 61$)

$d = n$	n^2	$\sqrt{n}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
10	100	3,1623	31,416	78,5398
11	121	3,3166	34,558	95,0332
12	144	3,4641	37,699	113,097
60	3 600	7,7460	188,50	2827,43
61	3 721	7,8102	191,64	2922,47

2. Números con coma

La tabla se puede utilizar igualmente con números decimales. Como en las columnas $n = d$ y n^2 no figura ningún número decimal, deben tomarse como números enteros (los llamados **números tabulares**) y como con esto varía el valor del número, hay que corregir luego el resultado correspondiente.

Columna n^2 (pág. siguiente)

Buscar el cuadrado de $n = 67,1$ y $n = 6,71$

El número correspondiente de la tabla es el 671; su cuadrado es 450 241.

Corrección del resultado

Al haber corrido la coma en el número n , se correrá también en el resultado, pero en sentido inverso y un número doble de lugares o, dicho de otro modo, se separa del resultado doble número de cifras decimales que las anuladas en el número n .

Las cuatro reglas fundamentales

$d = n$	n^2	$\sqrt{n}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
671	450 241	25,9037	2108,0	353 618
67,1	67,1	= 4502,41		
1 lugar + 1 lugar = 2 lugares				
6,71	6,71	= 45,0241		
2 lugares + 2 lugares = 4 lugares				

Columna $\sqrt{n}$

Para calcular raíces debe buscarse en la tabla un número con la coma corrida a la derecha 2, 4, etc. veces. Los números tabulares para los ejemplos son 24, 240 y 859 329.

Hallar $\sqrt{0,24}$, $\sqrt{2,4}$ y $\sqrt{85,9329}$

	Número tabular
$\sqrt{0,24} = 0,48990$	$\sqrt{24} = 4,8990$
$\frac{2 \text{ lugares}}{2} = 1 \text{ lugar}$	$\frac{2 \text{ lugares}}{2} = 1 \text{ lugar}$

Corrección del resultado

Al haber corrido la coma en el número n dos lugares, se correrá un lugar en el resultado y, al haberla corrido 4 lugares, se correrá 2 lugares en el resultado.

$d = n$	n^2	$\sqrt{n}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
24	576	4,8990	75,398	452,389
240	57 600	15,4919	753,98	45238,9
927	859 329	30,4467	2912,3	674 915

	Número tabular
$\sqrt{2,4} = 1,54919$	$\sqrt{240} = 15,4919$
$\frac{2 \text{ lugares}}{2} = 1 \text{ lugar}$	$\frac{2 \text{ lugares}}{2} = 1 \text{ lugar}$

	Número tabular
$\sqrt{85,9329} = 9,27$	$\sqrt{859329} = 927$
$\frac{4 \text{ lugares}}{2} = 2 \text{ lugares}$	$\frac{4 \text{ lugares}}{2} = 2 \text{ lugares}$

Columna $d \cdot \pi$

Buscar el perímetro de la circunferencia de diámetro igual a 2,61 y 26,1 mm

El número tabular es en ambos casos el 261

Corrección del resultado

Se corre la coma en el resultado en sentido inverso tantos lugares como se haya corrido en el número dado o, dicho de otro modo, se separan tantas cifras decimales como se hayan anulado del número dado.

$d = n$	n^2	$\sqrt{n}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
261	68 121	16,1555	819,96	53502,1

$\emptyset$	Número tabular	Perímetro leído	Perímetro real
2,61 mm	261 ↑ 2 lugares	819,96 mm	8,1996 mm ↑ 2 lugares
26,1 mm	261 ↑ 1 lugar	819,96 mm	81,996 mm ↑ 1 lugar

Columna $\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$

Buscar el área de un círculo de 9,24 mm y 92,4 mm de diámetro

El número tabular es en ambos casos el 924

Corrección del resultado:

Se separa del resultado el doble de cifras decimales que lugares corridos la coma en el número tabular.

$d = n$	n^2	$\sqrt{n}$	$d \cdot \pi$	$\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$
924	853 776	30,3974	2902,8	670 554

$\emptyset$	Número tabular	Superficie leída	Superficie real
9,24 mm	924 ↑ 2 lugares	670 554 mm ²	67,0554 mm ² ↑ 4 lugares
92,4 mm	924 ↑ 1 lugar	670 554 mm ²	6705,54 mm ² ↑ 2 lugares

Observación

En los cálculos con números decimales con tablas es grande el riesgo de equivocarse. Por ello debe controlarse el valor del resultado.

Ejercicios

1.1 Averiguar con las tablas los cuadrados de 21, 35, 46, 120, 175, 380, 421, 672, 985 y 991

1.2 Extraer la raíz de los números siguientes:

$\sqrt{140}$, $\sqrt{270}$, $\sqrt{850}$, $\sqrt{720}$, $\sqrt{930}$, $\sqrt{1849}$, $\sqrt{8649}$, $\sqrt{37636}$, $\sqrt{271441}$, $\sqrt{20306}$ y $\sqrt{52902}$!

1.3 Calcular los perímetros de los siguientes diámetros en mm:

20, 75, 125, 225, 371, 425, 630, 710, 841 y 912

1.4 Averiguar las áreas en mm² de los siguientes diámetros:

53, 112, 117, 315, 420, 470, 530, 720, 810 y 930

1.5 Determinar n^2 , $\sqrt{n}$, $d \cdot \pi$ y $\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$ de los siguientes números:

a) 2,3 b) 22,1 c) 86,4 d) 8,28 e) 4,94 f) 0,34

1.6 ¿Qué diámetros corresponden a los siguientes perímetros?

204,20 mm; 380,13 mm; 556,06 mm; 1991,8 mm; 2312,2 mm

1.7 ¿Qué diámetros corresponden a las siguientes áreas?

490,874 mm²; 14 741,1 mm²; 46 759,5 mm²; 572 803 mm²; 601 320 mm²; 676 372 mm²; 769 769 mm²

1.2 "Cálculos con rayas", "cálculos con puntos", operaciones con paréntesis

Explicación

1. "Cálculos con rayas" y "cálculos con puntos"

A la adición (+) y a la sustracción (-) se les puede denominar "cálculos con rayas"; a la multiplicación (·) y a la división (:) "cálculos con puntos". Las cuatro reglas fundamentales se presentan conjuntamente.

Si en un ejercicio de cálculo están unidas entre sí las cuatro reglas fundamentales, primero se efectúan las de orden superior (cálculos con puntos) y luego las de orden inferior (cálculos con rayas).

2. Operaciones con paréntesis

Los paréntesis en un ejercicio de cálculo significan dos o más magnitudes (por ejemplo, magnitudes técnicas) conjuntas:

Los paréntesis en un ejercicio (o problema) indican magnitudes relacionadas (dependientes conjuntamente).

Notaciones

Cálculos con rayas: $+/-$ Cálculos con puntos: $\cdot/:$

Se distingue entre: 1. Paréntesis $()$
2. Corchetes $[]$
3. Llaves $\{\}$

Si sólo hay que separar unas magnitudes se emplean los paréntesis; si hacen falta más, los corchetes y a continuación las llaves.

Cálculo con ejemplo

1. Las operaciones con puntos ($\cdot/:$) antes que las operaciones con rayas ($+/-$)

$$\begin{array}{r} 18 \cdot 4 + 13 \cdot 9 - 300 : 5 \\ 72 + 117 - 60 = 129 \end{array}$$

2. Las magnitudes dentro de un paréntesis se tratan como una unidad y siempre son las primeras en calcularse.

Un maestro de taller compra para tres tornos contrapuntos a 45,30 DM, portaherramientas a 180,20 DM y cuchillas a 26,30 DM, 1 para cada torno. Calcular el importe total.

$$\begin{array}{r} 3 \cdot (45,30 \text{ DM} + 180,20 \text{ DM} + 26,30 \text{ DM}) \\ 3 \cdot 251,80 \text{ DM} = 755,40 \text{ DM} \\ (8 \cdot 18 - 7 \cdot 12) \cdot 2 + 4 \cdot 8 - 30 : 6 \\ (144 - 84) \cdot 2 + 32 - 5 \\ 60 \cdot 2 + 32 - 5 \\ 120 + 27 = 147 \end{array}$$

Observación

El punto de multiplicación suele suprimirse delante y detrás de paréntesis.

3. Dentro y fuera del paréntesis es siempre válida la regla fundamental de que las operaciones con puntos son antes que las operaciones con rayas.

4. Si delante del paréntesis hay un signo más, se puede suprimir el paréntesis y el resultado no varía.

$$\begin{array}{r} 430 + (23 - 5 + 2) \\ 430 + 23 - 5 + 2 = 450 \end{array}$$

5. Si delante del paréntesis hay un signo menos, se puede suprimir el paréntesis cambiando los signos más y menos a todos los miembros que comprenda.

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (+) \\ 220 - (3 + 12 - 6) \\ 220 - 3 - 12 + 6 = 211 \end{array}$$

Nota

Los corchetes $[]$ se emplean además para indicar las unidades [kg, N, m, dm, cm, etc.] detrás de la fórmula que enmarcan.

Ejercicios

1. Ejercicios de repaso

1.8 Simplificar las siguientes fracciones:

a) $\frac{7}{14}$ b) $\frac{6}{12}$ c) $\frac{125}{350}$ d) $\frac{3 \cdot 7 \cdot 12}{4 \cdot 6 \cdot 9}$ e) $\frac{12 \cdot 180}{9 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4}$

1.9 Aumentar en 2, 3, 5, 7 y 10 las siguientes fracciones:

a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{3}{7}$ c) $\frac{7}{20}$ d) $\frac{130}{183}$ e) $\frac{9}{5}$ f) $\frac{15}{4}$

1.10 Convertir en quebrados impropios los siguientes quebrados mixtos:

a) $3\frac{1}{2}$ b) $5\frac{2}{7}$ c) $18\frac{2}{9}$ d) $5\frac{1}{4}$ e) $7\frac{3}{10}$ f) $14\frac{18}{23}$

1.11 Convertir los siguientes quebrados normales en fracciones decimales:

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{8}{10}$ e) $\frac{4}{6}$ f) $\frac{7}{100}$ g) $\frac{27}{30}$ h) $\frac{4}{11}$

1.12 Convertir las siguientes fracciones decimales en quebrados propios o mixtos:

a) 0,3 b) 0,07 c) 1,25 d) 3,75 e) 0,875 f) 7,12 g) 3,8

1.13 Calcular los siguientes ejercicios:

a) $\frac{2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{4} \cdot 5}{\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9}}$ b) $\frac{\frac{5}{12} : \frac{3}{6}}{\frac{4}{8} : \frac{1}{2}}$ c) $\frac{4\frac{1}{2} - 2\frac{4}{5} + \frac{1}{3}}{4\frac{1}{9}}$

1.14 Sumar o restar las siguientes fracciones:

a) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5}$ b) $\frac{3}{7} - \frac{2}{7}$ c) $3\frac{1}{5} - 1\frac{2}{5}$ d) $24\frac{1}{3} + \frac{1}{3} - 12\frac{2}{3}$

1.15 Sumar y restar las siguientes fracciones de signos contrarios:

a) $\frac{1}{8} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ c) $8\frac{1}{6} + 3\frac{5}{12} - 7\frac{4}{9} - \frac{1}{36}$
b) $10\frac{1}{10} - 3\frac{7}{20} + 6\frac{5}{30} - 11\frac{10}{45}$ d) $18\frac{3}{4} - 11\frac{3}{5} + 12\frac{5}{6} - 4\frac{3}{8} + 16\frac{4}{9}$

1.16 Multiplicar los siguientes números:

a) $\frac{5}{7} \cdot 4$ c) $\frac{3}{8} \cdot 2$ e) $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{8}$ g) $3\frac{7}{9} \cdot 2 \cdot 4\frac{1}{2}$
b) $1\frac{1}{2} \cdot 3$ d) $15\frac{3}{4} \cdot 3$ f) $2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{3}{4}$ h) $12 \cdot \frac{1}{2} \cdot 7\frac{1}{6}$

1.17 Dividir los siguientes números:

a) $\frac{1}{2} : 3$ c) $2 : \frac{1}{4}$ e) $\frac{3}{4} : \frac{1}{8}$ g) $14\frac{1}{4} : 13\frac{1}{12}$
b) $1\frac{6}{7} : 5$ d) $3 : 1\frac{1}{5}$ f) $\frac{3}{7} : 1\frac{1}{2}$ h) $7\frac{2}{3} : 3\frac{1}{4}$

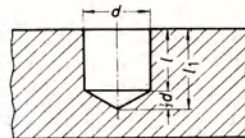
1.18 En un bidón de aceite hay 200 litros. ¿Cuántos litros quedan después de haber gastado a) $\frac{1}{8}$, b) $\frac{1}{4}$, c) $-\frac{1}{2}$ y d) $-\frac{3}{4}$ de la cantidad original?

1.19 A $125\frac{1}{4}$ km se han recorrido los $\frac{2}{3}$ del camino ¿Qué longitud total tiene el camino?

1.20 ¿Cuántos metros recorre un punto del borde de una polea de $\frac{2}{5}$ m de radio después de dar 300 vueltas?

1.21 El gasto mensual en transporte de un especialista para ir al trabajo es de 40,20 DM, de los cuales él paga $\frac{1}{3}$ y el empresario los $\frac{2}{3}$. ¿Cuántos DM paga cada uno?

1.22 En la plancha de acero de al lado se ha perforado un agujero de 18,5 mm Ø. La profundidad l de la perforación es de 20 mm. ¿Cuál es la magnitud de l_1 ?
(Indicación: La longitud de la punta de la broca es igual a $\frac{1}{3}d$)



2. Operaciones con puntos y rayas

- 1.23 a) $3 \cdot 4 - 5 \cdot 2$ e) $127 \cdot 4 - 18 \cdot 5$ i) $263 \cdot 4 - 5 \cdot 3 + 4 \cdot 2$
b) $7 \cdot 6 - 3 \cdot 5$ f) $360 \cdot 23 + 27 \cdot 14$ j) $18 : 3 - 22 \cdot 4 + 127$
c) $10 : 2 - 3 \cdot 1$ g) $210 - 3 \cdot 15$ k) $3694 - 2 \cdot 144 + 3 \cdot 849$
d) $7 \cdot 8 + 4 \cdot 6$ h) $240 : 12 - 4$ l) $4 \cdot 3 - 2 \cdot 6 + 3 \cdot 8 + 124 : 4$

1.24 $12 \cdot 4 - 2 \cdot 3 + 111 \cdot 34 - 27 \cdot 3 + 4 : 2 - 8 \cdot 12$

1.25 a) $0,4 \cdot 3 + 2,8 \cdot 3$ b) $3,2 \cdot 7,8 - 2$ c) $13,2 : 1,2 - 2,31 : 0,3$

1.26 $22 \cdot 3,5 - 1,7 \cdot 2,4 + 13,3 \cdot 2 - 6,0501 : 2,01 + 225 - 13 + 4 \cdot 5$

1.27 a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{8}$ b) $\frac{3}{5} : \frac{5}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{25}$ c) $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{9} + \frac{1}{8} : \frac{1}{2}$ d) $\frac{3}{7} \cdot \frac{14}{15} - \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{21}$

1.28 $11\frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{25}{36} - 1\frac{1}{4} : 2 + 3\frac{1}{2} \cdot 4\frac{1}{6} + 130$

1.29 Para realizar una tarea se han empleado las siguientes horas de trabajo: 60 $\frac{3}{4}$ horas a 4,20 DM, 375,25 h a 4,- DM, 762,5 h a 3,90 DM y 2 $\frac{1}{4}$ h a 2,20 DM. Calcular el importe total de los jornales.

1.30 Un automóvil va equipado con 4 fundas a 50,60 DM para los asientos, 2 alfombrillas a 7,40 DM y 2 a 8,20 DM cada una y 1 reposacabezas a 25,40 DM. Calcular el valor conjunto del equipo.

3. Operaciones con paréntesis

1.31 a) $(33 + 4) \cdot 2$ b) $14 \cdot (3 - 1 + 2)$ c) $200 : (30 + 55 - 25)$ d) $13 \cdot (7 + 14) - 4 \cdot (18 + 23)$
e) $12 : (6 - 3) + 4 \cdot (13 + 2 - 1)$ f) $20 : (7 - 2) - 50 : (28 - 3)$

1.32 a) $1,2 \cdot (3,5 - 2,7 + 3,1)$ b) $12,8 : (8,5 - 4,3 + 2,2)$ c) $140,5 : (27,3 + 8,2 - 5,5)$

1.33 a) $18 \cdot (2 \cdot 3 + 5 \cdot 6 - 3 \cdot 9) - 570 : (15 \cdot 2 + 3 \cdot 12 + 4 \cdot 12)$ b) $128,7 + (12,4 - 13 + 7) - (38 + 12 - 6 + 4)$ c) $5 : (3 - 2 + 20 + 33) - (6 + 3 - 15,4) - 5,4 : 4,5$

1.34 $[184 + (112,5 - 13,2)] \cdot [13,8 - (2 + 6,5 - 9,1)] + 12,8$

1.35 a) $(\frac{1}{8} + \frac{7}{5}) \cdot \frac{1}{2}$ b) $(\frac{1}{7} \cdot \frac{4}{6} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3}) : 1\frac{1}{4}$ c) $(2\frac{3}{7} - 1\frac{1}{2}) : \frac{2}{9}$

1.36 a) $\frac{\frac{3}{7} \cdot 0,14}{\frac{1}{4}}$ b) $\frac{\frac{3}{8} : \frac{1}{9}}{\frac{3}{4} : \frac{2}{3}}$ c) $12,65 : (5\frac{1}{2} - 3\frac{1}{5})$

1.37 a) $3 \cdot (2\frac{1}{2} + 3) - (\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) + \frac{3}{5} : 2 + 2 \cdot 5,8$
b) $2237,00 \text{ DM} - [250,00 \text{ DM} \cdot (3,00 \text{ DM} + 5,20 \text{ DM})] + 187,35 \text{ DM}$

1.38 De una barra de hierro de 2,27 m de longitud hay que cortar trozos de 90 mm. El ancho del corte es de 0,8 mm. ¿Cuántos pedazos pueden cortarse? (Hacer el cálculo con paréntesis).

1.39 En un triángulo la suma de sus ángulos es igual a 180°. Calcular el ángulo γ sabiendo que $\alpha = 42^\circ$ y $\beta = 63^\circ$. (Hacer el cálculo con paréntesis.)



Ángulos en el triángulo

1.40 Un solar tiene 32 m de largo y 21 m de ancho. Por compra se aumenta su ancho 12 m. ¿Cuál es la nueva superficie? (Hacer el cálculo con paréntesis.)

1.41 La longitud de un solar es de 82,5 m y su anchura de 47,4 m. Por cambio se reduce su longitud 14,2 m y se alarga su anchura 3,4 m. ¿Cuál es la nueva superficie? (Hacer el cálculo con paréntesis.)

1.3 Calculadora de bolsillo electrónica

Explicación

Para las prácticas en las clases de metalurgia basta con una calculadora de bolsillo con las cuatro reglas fundamentales, una tecla para raíces, otra para π y como mínimo una memoria. Las reglas siguen siendo las mismas para todas las calculadoras; si no se tiene presente que las operaciones con puntos son antes que las operaciones con rayas, la calculadora dará indicaciones falsas; cometerá "errores".



Calculadora de bolsillo con memoria

Notaciones

1. Teclas de cifras

Las teclas de cifras van de 0 a 9. A esto se añade la tecla de la coma (o punto) decimal.

2. Teclas de anulación

Las teclas de anulación comprenden la letra C:

C CLR Tecla de anulación (C = Clear)

CE Tecla de anulación de entrada (E = Entry)

CM MC Teclas de anulación de memoria (M = Memory)

3. Teclas de operaciones

- + Tecla de adición, suma
- Tecla de substracción, resta
- $\div$ Tecla de división
- $\times$ Tecla de multiplicación
- = Tecla de resultado que sigue a las operaciones de +, -, $\times$ y $\div$

4. Teclas de funciones

- π Tecla número π
- $\sqrt{x}$ Tecla raíz
- % Tecla porcentaje
- $+/-$ Tecla signo contrario
- x^2 Tecla cuadrado
- $1/x$ Tecla valor inverso

5. Teclas memoria

M STO Tecla memoria (STO = Store)

M+ SUM Tecla suma: Indicación para sumar el contenido de la memoria

M- Indicación para restar el contenido de la memoria

MR RCL Tecla de presentación de la memoria (RCL = Recall)

Otras teclas posibles de funciones son, por ej., $\sin$ $\cos$ $\tan$ $($ $)$

Cálculo con ejemplo

1º Adición Ejemplo: $18,2 + 5,7$	Tecleo	Presentación
Entrada del primer sumando	1 8 . 2	18.2
Pulsación de la tecla de la operación	+	18.2
Entrada del segundo sumando. El primero pasa al registro de la calculadora	5 . 7	5.7
Pulsación de la tecla de resultado	=	23.9
2º Substracción Ejemplo: $128,8 - 92,9$	Tecleo	Presentación
Entrada del minuendo	1 2 8 . 8	128.8
Pulsación de la tecla de la operación	-	128.8
Entrada del substraendo. El minuendo pasa al registro de la calculadora	9 2 . 9	92.9
Pulsación de la tecla de resultado	=	35.9
3º Multiplicación Ejemplo: $0,47 \times 2,47$	Tecleo	Presentación
Entrada del multiplicando	. 4 7	0.47
Pulsación de la tecla de la operación	$\times$	0.47
Entrada del multiplicador. El multiplicando pasa al registro de la calculadora	2 . 4 7	2.47
Pulsación de la tecla de resultado	=	1.1609
4º División Ejemplo: $18,5 : 2,5$	Tecleo	Presentación
Entrada del dividendo	1 8 . 5	18.5
Pulsación de la tecla de la operación	$\div$	18.5
Entrada del divisor. El dividendo pasa al registro de la calculadora	2 . 5	2.5
Pulsación de la tecla de resultado	=	7.4

5º Multiplicación y división		Ejemplo: $\frac{2,5 \cdot 7,2}{4,8 \cdot 1,25}$	Tecleo	Presentación
Entrada de 2,5			2 . 5	2.5
Pulsación de la tecla de la operación			$\times$	2.5
Entrada de 7,2			7 . 2	7.2
Pulsación de la tecla de la operación			$\div$	18
Entrada de 4,8			4 . 8	4.8
Pulsación de la tecla de la operación			$\div$	3.75
Atención: Antes de la entrada de un valor que está en el denominador hay que pulsar siempre la tecla de división				
Entrada de 1,25			1 . 2 5	1.25
Pulsación de la tecla de resultado			=	3
6º Memorias		Ejemplo: $(2 + 6) \cdot (4 + 3)$	Tecleo	Presentación
Cálculo del primer paréntesis			2 + 6 =	2 2 6 8
Entrada del resultado del primer paréntesis en la memoria			STO, M o bien M+	8
Cálculo del segundo paréntesis			4 + 3 =	4 4 3 7
Pulsación de la tecla de la operación			$\times$	7
Llamada a la memoria			RCL o bien MR	8
Pulsación de la tecla de resultado			=	56

Observación: Para la multiplicación y división simultáneas de números grandes es mejor hacer las operaciones alternadamente para evitar que a veces las cifras rebasen la capacidad de presentación de la calculadora.

Ejercicios

1.42

a) Sumar los siguientes números con la calculadora:

$$\begin{array}{rcl} 625 + 3467 + 20 + 341 + 6278 & 0,043 + 1,065 + 13,0 + 34,76 + 42,1 \\ 367,4 + 805 + 0,7 + 7,86 + 13,49 & 47160 + 1368,4 + 0,1 + 1,6901 + 134,267 \end{array}$$

b) Restar los siguientes números con la calculadora:

$$\begin{array}{rcl} 24367 - 4385 & 693,42 - 0,0254 & 14389 - 8369,4 \\ 9,643 - 0,7983 & 86943 - 16839 & 4382,01 - 389,3401 \end{array}$$

c) $28960 - 0,12 - 33,49 - 16 - 234,2$
 $7583 - 1,567 - 18 - 1943,101 - 0,03$
 $1385 - 24,03 - 33,061 - 7,43 - 4,2098$

1.43 Sumar y restar los siguientes números con la calculadora:

$$\begin{array}{rcl} 2326 + 14 - 206 + 3798 - 4543 + 73 & 3846,02 - 63,1 - 24,802 + 14,02 - 0,07 + 0,041 \\ 138,26 - 0,025 - 31,56 + 17,4 - 2,306 + 98 & 8436,42 - 9,87 + 46,2 - 876 + 23,9 - 64,708 \end{array}$$

1.44

a) Multiplicar los siguientes números con la calculadora:

$$\begin{array}{rcl} 23 \cdot 87 & 678 \cdot 243 & 0,75 \cdot 0,24 \\ 1376 \cdot 0,81 & 3,82 \cdot 5,64 & 1823 \cdot 1954 \\ 8349 \cdot 384,2 & 2385 \cdot 1,74 & 8865 \cdot 3,91 \end{array}$$

b) Dividir los siguientes números con la calculadora:

$$\begin{array}{rcl} 22434 : 3 & 17,24 : 4 & 0,102 : 0,6 \\ 4131 : 243 & 130,4 : 40 & 3,026 : 0,89 \\ 469890 : 230 & 297183,04 : 112 & 687,621 : 342,1 \end{array}$$

1.45 Multiplicar y dividir los siguientes números con la calculadora:

$$\begin{array}{rcl} \frac{1170 \cdot 537,5}{13 \cdot 215} & \frac{87,4 \cdot 3994,866}{10 \cdot 51,02} & \frac{7245,5 \cdot 15 \cdot 0,2}{4,3 \cdot 0,5 \cdot 12} & \frac{57,12 \cdot 3000 \cdot 6}{0,96 \cdot 5 \cdot 102} & \frac{28,2 \cdot 18 \cdot 3500}{1000 \cdot 3 \cdot 0,8} & \frac{2648 \cdot 5400 \cdot 8,4}{1200000} \end{array}$$

1.46 Calcular los siguientes términos entre paréntesis con la calculadora:

$$\begin{array}{rcl} (243 + 268) \cdot (371 - 208) & (0,46 + 23,51) \cdot (673 + 46,4 - 100,3) \\ (33,87 - 16,2) \cdot (5,043 - 1,03) & (237 - 16 - 5,4) \cdot (893,5 - 438,02) \\ (834 - 115,2) \cdot (34 - 2,8 - 3,51) & (474 - 0,002) \cdot (65,3 - 18,9 - 0,09) \end{array}$$

1.47 $\frac{(634 + 128) \cdot (384 - 0,52)}{8 \cdot 0,3}$ $\frac{(389 - 12,2) \cdot (842 - 0,05 - 2,6)}{(3,89 - 0,021) \cdot (28,1 + 17,04)}$

2 Regla de tres

Regla de tres simple, regla de tres compuesta

Explicación

La regla de tres consiste en hallar una magnitud dadas tres proposiciones.

Notaciones

Se distingue entre regla de tres simple y regla de tres compuesta.

1. Regla de tres simple

a) Regla de tres simple directa

En esta regla de tres una magnitud varía en la misma relación que la otra. Se dice que ambas magnitudes son directamente proporcionales.

b) Regla de tres simple inversa

En esta regla de tres una magnitud varía en cierta relación y la otra en la misma relación pero en sentido contrario. Se dice que ambas magnitudes son inversamente proporcionales.

2. Regla de tres compuesta

La regla de tres compuesta consiste en dos o más reglas de tres simples que lo mismo pueden ser directas, que inversas, que variadas.

Cálculo con ejemplo

1. a) Regla de tres simple directa

En la directamente proporcional se divide para obtener el valor unitario. Mnemotecnia:

"A más, más" o bien, "a menos, menos"

Un automóvil tarda 120 minutos en recorrer 150 km. ¿Cuánto tardará en recorrer 450 km?

Magnitudes dadas	Proposición	$150 \text{ km} \triangleq 120 \text{ minutos}$
↓	↓	↓
Unidad	Valor unitario	$1 \text{ km} \triangleq \frac{120}{150} \text{ minutos}$
↓	↓	↓
Magnitud buscada	Valor de la magnitud buscada	$450 \text{ km} \triangleq \frac{120 \cdot 450}{150} = \underline{360 \text{ minutos}}$

1. b) Regla de tres simple inversa

En la inversamente proporcional se multiplica para obtener el valor unitario. Mnemotecnia:

"A más, menos" o bien "a menos, más"

Una reparación en una calle la realizaron 20 obreros en 15 días. ¿Cuántos días habrían necesitado para hacerla 30 obreros?

Magnitudes dadas	Proposición	$20 \text{ trabajadores} \triangleq 15 \text{ días}$
↓	↓	↑
Unidad	Valor unitario	$1 \text{ trabajador} \triangleq 15 \cdot 20 \text{ días}$
↓	↓	↓
Magnitud buscada	Valor de la magnitud buscada	$30 \text{ trabajadores} \triangleq \frac{15 \cdot 20}{30} = \underline{10 \text{ días}}$

2. Regla de tres compuesta

Se resuelve la serie de reglas de tres simples

Si 4 mecánicos ganan en 5 días 420.— DM ¿Cuánto ganarán 6 mecánicos en 8 días?

Magnitudes dadas	Primera regla de tres simple	4 mecánicos en 5 días $\triangleq 420.— \text{ DM}$
↓		↓
1ª Unidad		1 mecánico en 5 días $\triangleq \frac{420}{4} \text{ DM}$
↓	Segunda regla de tres simple	↓
1ª magnitud buscada		6 mecánicos en 5 días $\triangleq \frac{420 \cdot 6}{4} \text{ DM}$
↓		↓
2ª Unidad		6 mecánicos en 1 día $\triangleq \frac{420 \cdot 6}{4 \cdot 5} \text{ DM}$
↓		↓
2ª magnitud buscada		6 mecánicos en 8 días $\triangleq \frac{420 \cdot 6 \cdot 8}{4 \cdot 5} = \underline{1\ 008 \text{ DM}}$

Observación

En la regla de tres hay que procurar que la magnitud buscada (días, dinero, etc.) figure siempre al final de la proposición.

Ejercicios

1. Regla de tres simple

- 2.1 Un especialista gana en 20 horas de trabajo 85.— DM. ¿Cuánto gana en 44 horas?
- 2.2 Un tren tarda 3,5 horas en recorrer 126 km ¿Cuánto tarda para 324 km?
- 2.3 Si 4 m de cable eléctrico cuestan 2,40 DM ¿Cuánto costarán $5\frac{1}{2}$ m?
- 2.4 Si $12\frac{1}{2}$ l de combustible cuestan 6,50 DM ¿Cuánto costarán $26\frac{3}{4}$ l?
- 2.5 Si 50 m de ángulo pesan 120,5 kg ¿Cuánto pesarán 130 m del mismo ángulo?
- 2.6 ¿A qué distancia en km está el lugar de trabajo si un aprendiz tarda en bicicleta 35 minutos yendo a una velocidad de 15 km por hora?
- 2.7 Se va a llenar un depósito de 200 l con una bomba que suministra 8 litros en 5 segundos ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse?
- 2.8 Para una instalación 12 montadores necesitan 25 días. Pero por enfermedad faltan 2 ¿Cuántos días necesitarán los restantes montadores?
- 2.9 Una reparación la han hecho 16 especialistas en $7\frac{1}{2}$ días ¿Cuántos días necesitarían a) 15, b) 18, c) 20 especialistas para la misma reparación?
- 2.10 Una provisión de víveres alcanza para 25 hombres 75 días ¿Cuánto durarían para 60 hombres?
- 2.11 Un trabajo lo realizan en 8 horas 21 especialistas ¿Cuál es el número de especialistas si para el mismo trabajo se reduce el tiempo a 7 horas?
- 2.12 Dos ruedas dentadas giran engranadas y tienen, respectivamente, 60 y 45 dientes. La rueda de 45 dientes da 152 vueltas ¿Cuántas vueltas da la otra rueda dentada?
- 2.13 Un solar edificable tiene 15 m de fachada por 42,45 m de fondo. Se cambia por otro de 22,5 m de fachada e igual superficie ¿Cuánto tiene de fondo el nuevo solar?
- 2.14 De un tubo salen por segundo 12 l y se llena un depósito en 2 horas ¿En cuánto tiempo se llenaría si al segundo salieran 30 l?

2. Regla de tres compuesta

- 2.15 Si 6 trabajadores en 5 días ganan 720.— DM ¿Cuánto ganan 3 trabajadores en 4 días?
- 2.16 Para calentar 3 hornos se gastan 600 l de fueloil en 30 días ¿Cuánto durarán 1800 l de fueloil para 5 hornos?
- 2.17 Un ciclista necesita para un viaje 8 días haciendo diariamente 7 horas a una velocidad de 15 km/h. ¿A cuántos kilómetros por hora tendría que ir para hacer el viaje en 6 días a 8 horas diarias?
- 2.18 Si 80 bombas de agua las reparan 3 obreros en 4 días ¿En cuánto tiempo repararían 120 bombas 6 obreros?
- 2.19 En un taller, el consumo eléctrico de 20 lámparas en 8 horas es de 4.— DM. ¿Cuál sería el coste eléctrico para 50 lámparas si estuvieran 12 horas alumbrando?
- 2.20 Una plancha de plomo de 2 mm de espesor y 2 m² de superficie pesa 31,40 kg. ¿Cuánto pesa otra, también de plomo, de 3 mm de espesor y 0,5 m² de superficie?
- 2.21 En un movimiento de tierras 10 obreros remueven en 6 días 280 m³ ¿Cuántos metros cúbicos moverían 15 obreros en 8 días?

3 | Cálculo del tanto por ciento

Interés, rédito, capital

Explicación

La palabra "porcentaje" (tanto por ciento) procede del latín "pro centum" e indica "de cada 100, tanto"

En el cálculo del tanto por ciento se indica la cantidad total con 100%. Se entiende pues así por 1% la centésima parte de un número dado.

$1\% \triangleq \frac{1}{100} = 0,01$. El símbolo $\triangleq$ significa "corresponde a"

Notaciones

Rédito r
↓
5% de **Capital C**
↓
80,— DM = **Interés i**
↓
4,— DM

Fórmula con ejemplo

Interés = $\frac{\text{Capital} \cdot \text{Rédito}}{100\%}$	$i = \frac{C \cdot r}{100}$	¿30% de 12 l? $\frac{12 \cdot 30\%}{100} = \underline{3,6 \text{ l}}$
Rédito = $\frac{100\% \cdot \text{Interés}}{\text{Capital}}$	$r = \frac{100 \cdot i}{C}$	¿Qué % de 500.— DM son 40.— DM? $\frac{40 \cdot 100}{500} = \underline{8\%}$
Capital = $\frac{100\% \cdot \text{Interés}}{\text{Rédito}}$	$C = \frac{100 \cdot i}{r}$	El 6% son 840.— DM ¿Cuántos DM son el 100% (capital)? $\frac{840 \cdot 100}{6} = \underline{14\,000.— DM}$

Capital compuesto = Capital + Interés

Una máquina se vende con un 20% de ganancia por 7 200 DM ¿Cuál es su precio de compra?
 $100\% + 20\% = 120\%$

$$\frac{7200 \cdot 100}{120} = \underline{6000.— DM}$$

Capital descontado = Capital – Interés

Una máquina se vende con un 8% de pérdida por 9200 DM. Calcular el precio original.
 $100\% - 8\% = 92\%$

$$\frac{9200 \cdot 100}{92} = \underline{10\,000.— DM}$$

Observación

Con el tanto por mil se procede de modo análogo. Se calcula la milésima parte en lugar de la centésima (1 por mil = 1 de mil $\triangleq \frac{1}{1000} = 1\text{‰}$).

Ejercicios

3.1 Calcular a) 4%, b) 10%, c) 30,5% de:

120,— DM	114 kg	182,5 m	1,8 m ²	60,— DM	300 kg	135,0 m	1,75 m ²
180,— DM	20 kg	27,3 m	230 m ²	1300,— DM	44 kg	0,5 m	21 m ²

3.2 ¿Qué % son las siguientes cantidades?

- a) 60,— DM de 500,— DM 6,50 DM de 325,— DM
 75,— DM de 300,— DM 18,— DM de 360,— DM

- b) $1\frac{1}{5}$ m de 3 m $\frac{3}{4}$ m de 10 m $\frac{1}{5}$ m de 0,5 m $2\frac{1}{8}$ m de 34 m

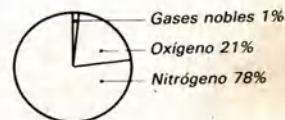
3.3 Calcular el capital (o valor inicial)

Rédito:	5 %	12,7 %	$4\frac{1}{2}$ %	3,5 %
Interés:	30	25,4	54	29,75 DM
Rédito:	$6\frac{2}{3}$ %	2,8 %	3 %	9 %
Interés:	40 l	21 kg	99,30 DM	12 kg

3.4 El precio de venta de una herramienta es de 90,— DM ¿Cuál es el precio de coste si se le cargó un 25%?

3.5 Un comerciante compra en fábrica una pieza por 13,— DM, que corresponden al 65% del precio de venta. ¿Cuál es éste?

3.6 En el dibujo de al lado se representa la composición del aire. Calcular cuántos m³ de nitrógeno, oxígeno y gases nobles hay en 120 m³ de aire.



3.7 El alquiler mensual de un taller se ha aumentado en 120,— DM, que corresponden a un aumento del 6% ¿Cuánto era el alquiler antes del aumento?

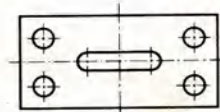
3.8 Se vende una pieza con un 15% de ganancia por 690,— DM ¿Cuál es el precio de coste? ¿Cuántos DM la ganancia?

3.9 La hora de trabajo de un cerrajero aumentada en un 8% es de 6,20 DM.

- a) ¿Cuál era su valor anterior?
 b) ¿Cuántos DM suponen el aumento?

3.10 De un bidón de aceite de 200 l se sacan 75 l ¿Qué tanto por ciento representan?

3.11 La plancha de acero del dibujo, sin taladros ni ranura, pesa 200 kg. Al mecanizarla pierde un 8% de peso. Calcular el peso perdido en kilogramos.



3.12 Una viga de acero de 22 m de longitud se dilata un 0,04% al calentarla. ¿Cuál es el valor del alargamiento?

3.13 Una pieza de recambio rebajada un 22% costó 46,36 DM ¿Cuánto costaba antes?

3.14 El precio de una motocicleta es el 92% del precio anterior a la rebaja y cuesta ahora 653,20 DM ¿Cuánto costaba antes?

3.15 El eje representado en el dibujo, ya mecanizado, pesa 50 kg. Al tornearlo salieron 8 kg de virutas ¿Qué tanto por ciento es la pérdida en peso por virutas?



3.16 En una inspección de tráfico resultó que de 74714 vehículos inspeccionados sólo 11614 tenían del todo correctas las luces. ¿Qué tanto por ciento representan?

3.17 En una industria determinada se examinaron 2857 mecánicos. El resultado de las pruebas puestas dio que el 35% de los examinados no superaron el examen. ¿Cuántos mecánicos pasaron la prueba práctica del examen?

3.18 Un mecánico tiene que montar a destajo 6 cajas de cambio. Por una cobra 24,50 DM. Su hora de trabajo, cuando no es a destajo, es a 6,50 DM. Emplea 20 horas en realizar la tarea.

- ¿Cuánto hubiera ganado trabajando por horas?
- ¿Cuánto ganó con el precio a destajo?
- ¿Qué tanto por ciento ganó de más?

3.19 Una fábrica de maquinaria, en una pieza normalizada, tuvo en los años 1982 y 1983 las siguientes ventas:

Año	Unidades	Precio unitario
1982	46000	4,20 DM
1983	60000	3,80 DM

¿Cuánto más fue el ingreso en 1983 expresado en %?

3.20 De tres metales cuyas relaciones de peso son 2;5 : 3,5 : 4, hay que fabricar 80 kg de aleación teniendo presente que la merma de fundición es del 20%. ¿Cuántos kilogramos de cada metal hay que fundir?

3.21 El bronce de máquinas consta de un 86% de cobre (Cu), un 10% de estaño (Sn) y un 4% de cinc (Zn) ¿Cuántos kilogramos de cada uno de estos metales hay en 40 kg de bronce?

4 | Unidades en la técnica

4.1 Unidades SI, Longitud, Superficie, Volumen, Pulgadas

Explicación

1. Unidades SI

La **ley sobre unidades en metrología** del 2 de julio de 1969 y el **reglamento** del 26 de julio de 1970 contiene 6 unidades básicas fijas obligatorias. (El nombre de unidades SI deriva de la denominación francesa **Système International d'Unités**.)

Las seis unidades básicas en la técnica son:

Metro, kilogramo, segundo, ampere, kelvin, candela

Estas seis unidades se llaman básicas porque son la base para las unidades derivadas.

2. Longitud, superficie, volumen

La longitud es una magnitud básica que viene indicada por la unidad básica metro (m)

La determinación de la unidad de longitud metro aprovecha un número de longitudes de onda fijo de la radiación del gas kriptón ($1 \text{ m} = 1\,650\,763,73$ veces la longitud de onda del gas kriptón).

Cualquier magnitud formada mediante las magnitudes básicas es una magnitud derivada y la unidad correspondiente que resulta es una unidad derivada:

De la magnitud básica de longitud (a la que corresponde la unidad básica metro) se forman las magnitudes "superficie" (unidad derivada el metro cuadrado).

Las unidades de medida sirven en la técnica para medir.

Medir es comparar una magnitud desconocida con otra conocida.

3. Pulgadas

Aún cuando el sistema métrico se emplea en casi todos los países, hay algunos que utilizan las pulgadas.

Una pulgada mide 25,4 mm

En los países con sistema métrico se emplea aún la pulgada para diámetros de tubos, neumáticos de automóvil y roscas Whitworth.

Denominaciones

Magnitud básica	Unidad básica	Abreviatura
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura	kelvin	K
Intensidad de luz	candela	cd

De las unidades básicas y de las de éstas derivadas pueden formarse **múltiplos** y **submúltiplos**

Múltiplos			Submúltiplos		
Símbolo	Prefijo	Número de conversión	Símbolo	Prefijo	Número de conversión
G	Giga	$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$	d	deci	$10^{-1} = 1/10$
M	Mega	$10^6 = 1\ 000\ 000$	c	centi	$10^{-2} = 1/100$
k	Kilo	$10^3 = 1\ 000$	m	mili	$10^{-3} = 1/1\ 000$
h	Hecto	$10^2 = 100$	μ	micro	$10^{-6} = 1/1\ 000\ 000$
da	Deca	$10^1 = 10$	n	nano	$10^{-9} = 1/1\ 000\ 000\ 000$

Unidades derivadas

Unidad de longitud	Abreviatura	Unidad de superficie	Abreviatura	Unidad de volumen	Abreviatura
metro	m	metro cuadrado	m ²	metro cúbico	m ³
decímetro	dm	decímetro cuadrado	dm ²	decímetro cúbico	dm ³
centímetro	cm	centímetro cuadrado	cm ²	centímetro cúbico	cm ³
milímetro	mm	milímetro cuadrado	mm ²	milímetro cúbico	mm ³
micrómetro	μ m				
kilómetro	km	kilómetro cuadrado	km ²	litro	l
		área	a	hectolitro	hl
		hectárea	ha		

Cálculo con ejemplo

1. Conversión de medidas de longitud, superficie y volumen (cuerpos)

a) Unidades de longitud

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$$

Número de conversión: 10 por unidad

Unidad superior

Unidad inferior

División por 10

Por lo tanto:

Se corre la coma un lugar hacia la izquierda
Se separa un lugar o se quita un cero

Ejemplo

1,35 dm	13,5 cm	135 mm
12,3 m	123 dm	1230 cm

Multiplicación por 10

Por lo tanto:

Se corre la coma un lugar hacia la derecha
Se añade un cero

b) Unidades de superficie

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2$$

Número de conversión: 100 por unidad

Unidad superior

Unidad inferior

División por 100

Por lo tanto:

Se corre la coma dos lugares hacia la izquierda
Se separan dos lugares o se quitan dos ceros

Ejemplo

0,0425 dm ²	4,25 cm ²	425 mm ²
0,20 m ²	20 dm ²	2000 cm ²

Multiplicación por 100

Por lo tanto:

Se corre la coma dos lugares hacia la derecha
Se añaden dos ceros

c) Unidades de volumen

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ mm}^3$$

Número de conversión: 1 000 por unidad

Unidad superior

Unidad inferior

División por 1 000

Por lo tanto:

Se corre la coma tres lugares hacia la izquierda
Se separan tres lugares o se quitan tres ceros

Ejemplo

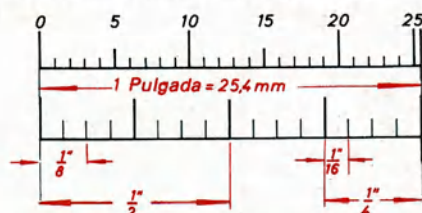
0,0012 dm ³	1,2 cm ³	1200 mm ³
3 m ³	3000 dm ³	3 000 000 cm ³

Multiplicación por 1 000

Por lo tanto:

Se corre la coma tres lugares hacia la derecha
Se añaden tres ceros

2. Conversión de pulgadas en milímetros



$$\text{Pulgadas} = \frac{\text{Número de milímetros}}{25,4} ["]$$

$$\text{Milímetros} = \text{Número de pulgadas} \times 25,4 [\text{mm}]$$

a) ¿Cuántas pulgadas son 12,7 mm?

$$12,7 \text{ mm} \triangleq \frac{12,7}{25,4} = 0,5$$

$$12,7 \text{ mm} \triangleq \frac{1}{2}''$$

b) ¿Cuántos milímetros son 2 $\frac{1}{2}$ ''?

$$2\frac{1}{2}'' \triangleq 2\frac{1}{2}'' \cdot 25,4$$

$$2\frac{1}{2}'' \triangleq \underline{63,5 \text{ mm}}$$

Observación

Otras unidades son:

1 km = 1 000 m

1 milla terrestre = 1 609 m

1 milla marina = 1 852 m

1 km² = 1 000 000 m²

1 a = 100 m²

1 ha = 100 a

1 l = 1 dm³

1 l = 1000 cm³

1 hl = 100 l

Ejercicios

4.1 Convertir las siguientes medidas de longitud:

a) m:	30 cm 580 dm	120 mm 8 cm	15 dm 0,3 dm	77,8 cm
b) dm:	120 m 13,05 m	70 cm 0,1 m	140 mm 0,4 cm	80 cm
c) cm:	180 dm 4,5 dm	17,4 m 0,1 mm	18,2 dm 3,5 dm	0,8 m
d) μm:	0,8 mm 0,1 mm	1,4 mm 1,6 mm	0,02 mm 0,375 mm	0,002 mm

4.2 Un instalador coloca 13,6 m de tubería a 10,50 DM, 20,5 dm a 12,80 DM, 15,8 m a 30,60 DM y 26 cm a 9,50 DM.

a) ¿Cuántos metros de tubería ha colocado en conjunto?

b) ¿Cuánto cuestan en total las tuberías colocadas?
(Los precios dados son por metro.)

4.3 Convertir las siguientes medidas de superficie:

a) m ² :	40 cm ² 0,5 dm ²	1,5 dm ² 10 dm ²	28 mm ² 34,7 cm ²	37,8 cm ²
b) dm ² :	14 cm ² 0,78 mm ²	3,8 m ² 5 m ²	17,4 mm ² 0,4 m ²	28,35 m ²
c) cm ² :	25,83 dm ² 0,87 mm ²	1,752 m ² 0,1 dm ²	0,08 dm ² 0,5 mm ²	20 dm ²
d) mm ² :	1,5 m ² 43 m ²	0,3 dm ² 0,5 cm ²	75 cm ² 17 dm ²	0,835 dm ²

- 4.4
- a) 14,2 m — 3 dm + 1,5 mm + 4,8 cm = ?
- b) 11,8 cm — 0,3 m + 4,2 mm + 2 dm = ?
- c) 145 dm² — 1 m² — 0,5 mm² = ?
- d) 104 dm² — 0,5 m² + 1,3 mm² = ?

4.5 Convertir las siguientes medidas de volumen:

a) m ³ :	180 dm ³ 1056324 mm ³	784 326 cm ³ 3,2 dm ³	0,51301 dm ³ 180,4 cm ³	2 mm ³
b) dm ³ :	0,783 m ³ 0,54 302 m ³	282 cm ³ 2,5 m ³	462 mm ³ 12,8 cm ³	0,2 mm ³
c) cm ³ :	1,730546 m ³ 74,2 dm ³	27 m ³ 12 dm ³	8643 mm ³ 0,5 mm ³	4,6 m ³
d) mm ³ :	2,4302 cm ³ 1,24362 m ³	27 dm ³ 36 cm ³	0,5 cm ³ 0,02 dm ³	4,32 m ³

4.6 Resolver los siguientes ejercicios:

- a) $16,5 \text{ ha} = ? \text{ m}^2$ f) $3842,65 \text{ l} = ? \text{ hl}$
 b) $0,374 \text{ km}^2 = ? \text{ m}^2$ g) $623 \text{ cm}^3 = ? \text{ l}$
 c) $283\,102,4 \text{ cm}^2 = ? \text{ a}$ h) $5\frac{1}{5} \text{ l} = ? \text{ ml}$
 d) $583\,402 \text{ cm} = ? \text{ km}$ i) $9,03 \text{ l} = ? \text{ dm}^3$
 e) $16,6 \text{ l} = ? \text{ ml}$

4.7 Convertir en milímetros las siguientes medidas en pulgadas:

$$\frac{1}{2}''; \frac{3}{4}''; 1''; 1\frac{1}{2}''; 3''; 8''; 5,6''; \frac{5}{8}''$$

4.8 Convertir en pulgadas las siguientes medidas en milímetros:

$$76,2 \text{ mm}; 152,4 \text{ mm}; 254 \text{ mm}; 22,225 \text{ mm}$$

4.9 Una hoja de sierra tiene 18 dientes por pulgada ¿Cuál es la separación entre dientes? (Separación entre dientes = Paso de los dientes.)

4.10 ¿Cuántos mm, cm, dm y m de redondo de acero se necesitan para hacer la parrilla del dibujo considerando un 20% de pérdida en los cortes?

4.11 Un eje tiene un $\varnothing$ de $1\frac{3}{8}''$. Al tornearlo se le da una pasada de 1,6 mm de profundidad de corte y otra de 0,25 mm ¿Cuál es el diámetro del eje acabado?

4.2 Unidad de tiempo, unidad de ángulo

Explicación

1. Unidad de tiempo

La unidad básica segundo se obtiene de un número de períodos regulares de radiación de física atómica. El segundo contiene 9 191 631 770 veces ese período. La unidad de tiempo (t) es el segundo (s)

2. Unidad de ángulo (unidad angular)

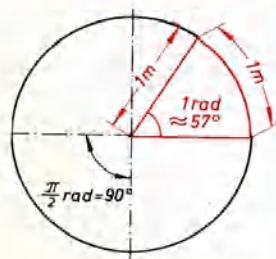
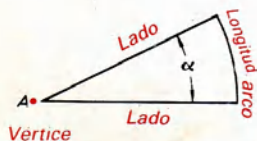
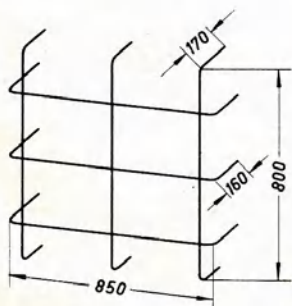
En el ángulo (α) se tiene el vértice (A), los dos lados y la longitud del arco.

Se entiende por ángulo ($\sphericalangle$) la magnitud de la separación en sentido de dos rayos que parten de un punto (vértice). Los dos lados de un ángulo son los rayos o radios.

Las unidades SI angulares derivadas son el **grado** y el **radián**. La **circunferencia (una vuelta completa)** tiene **360 grados**. Un grado es pues la 360-ava parte de la circunferencia.

El ángulo se puede dar también por la longitud del arco de circunferencia que abarca. Esto se efectúa mediante la unidad de medida radián.

La **unidad de medida radián corresponde a la longitud de un arco igual al radio del círculo**. Es decir, si se toma de un círculo de radio igual a 1 m un arco de 1 m, la longitud de ese arco es igual a un radián.



$$1 \text{ rad} \cong 57^\circ 17' 44,8''$$

Notaciones $t =$ Tiempo [s, min, h] $\alpha, \beta, \delta, \dots =$ Ángulo [$^{\circ}$, ', ", rad] $l_A =$ Longitud arco (medida arco) [por lo general en mm]**1. Unidades de tiempo**

1 minuto [min] = 60 segundos [s]

1 hora [h] = 60 minutos [min]

2. Unidades angulares1 grado [$^{\circ}$] = 60 minutos de ángulo [']

1 minuto ['] = 60 segundos de ángulo [']

Cálculo con ejemplo

1. El número de conversión para tiempo y ángulo es el 60.

$$\begin{aligned} 1 \text{ h} &= 60 \text{ min} = 3600 \text{ s} \\ 1^{\circ} &= 60' = 3600'' \end{aligned}$$

2. Arco de circunferencia para 360° :

$$2 r \pi = 2 \cdot 1 \cdot \pi$$

$$\text{Arco de circunferencia para } 1^{\circ} = \frac{2 \cdot 1 \cdot \pi}{360}$$

$$1^{\circ} = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

3. Las medidas de ángulo y tiempo se pueden sumar, restar, multiplicar y dividir.

$$\begin{aligned} \text{a) } 2,3 \text{ h} &= ? \text{ minutos} \\ 2,3 \cdot 60 &= \underline{138 \text{ min}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 5,7^{\circ} &= ? \text{ Minutos de ángulo} \\ 5,7 \cdot 60 &= \underline{342'} \end{aligned}$$

¿Cuántos radianes son 90° ?

$$\frac{\pi \cdot 90}{180} = \underline{\frac{\pi}{2} \text{ rad}}$$

$$\begin{array}{r} 60 \text{ h} \quad 40 \text{ min} \quad 40 \text{ s} \\ + 12 \text{ h} \quad 30 \text{ min} \quad 5 \text{ s} \\ \hline 73 \text{ h} \quad 10 \text{ min} \quad 45 \text{ s} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (20^{\circ} 15' 10'') \cdot 5 \\ = 100^{\circ} 75' 50'' = \underline{101^{\circ} 15' 50''} \end{aligned}$$

En el dibujo de al lado $d = 120 \text{ mm}$ y $\alpha = 30^{\circ}$.
¿Cuál es la longitud del arco correspondiente l_A ?

$$l_A = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{120 \cdot 3,14 \cdot 30}{360} = \underline{31,4 \text{ mm}}$$



Longitud de arco como fracción del perímetro

$$l_A = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360^{\circ}} [\text{mm}]$$

Se sustituye d por su valor en mm**Observación**El símbolo de ángulo recto es L ($1L = 90^{\circ}$)**Ejercicios****1. Unidades de tiempo**

4.12 Convertir en minutos:

15 h; 36 s; 26 h; 12 s; 38 h; 15 h 35 min; 26 h 12 min; 38 h 25 min.

4.13 a) ¿Cuántas horas son: 150 min; 1440 s; 72 s; 45 min; 15 min?

b) Convertir en h, min y s: 280,5 min; 740,25 min; 8675 s; 3800 s; 181,2 min.

4.14 Sumar y restar los siguientes tiempos:

$$\begin{array}{r} \text{a) } 11 \text{ h } 30 \text{ min } 20 \text{ s} \\ + 14 \text{ h } 35 \text{ min } 58 \text{ s} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 10 \text{ h } 6 \text{ min } 3 \text{ s} \\ + 30 \text{ h } 55 \text{ min } 10 \text{ s} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 17 \text{ h } 50 \text{ min } 10 \text{ s} \\ - 6 \text{ h } 40 \text{ min } 5 \text{ s} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } 18 \text{ h } 5 \text{ min } 5 \text{ s} \\ - 4 \text{ h } 15 \text{ min } 20 \text{ s} \\ \hline \end{array}$$

4.15 Multiplicar y dividir los siguientes tiempos:

$$\text{a) } (15 \text{ h } 40 \text{ min } 10 \text{ s}) \cdot 4$$

$$\text{b) } (4 \text{ h } 5 \text{ min } 8 \text{ s}) \cdot 12$$

$$\text{c) } (12 \text{ h } 39 \text{ min } 18 \text{ s}) : 3$$

$$\text{d) } (60 \text{ h } 45 \text{ min } 15 \text{ s}) : 15$$

2. Unidades de ángulo

4.16 a) Calcular en minutos de ángulo: $1^\circ 5'$; $4^\circ 20' 15''$; $0,5^\circ$; $20^\circ 10' 42''$; $582''$.

b) ¿Cuántos $^\circ$, $'$ y $''$ son: $113'$; $6880''$; $7360'$; $1,3^\circ$; $16,25^\circ$; $54' 739''$?

4.17 Sumar y convertir en minutos de ángulo.

$$\text{a) } 13'' + 17'' + 40'' + 50'' \quad \text{b) } 10^\circ + 15'' + 30'$$

4.18 Sumar y restar las siguientes medidas de ángulo:

$$\begin{array}{r} \text{a) } 20^\circ 15' 10'' \\ + 25^\circ 20' 5'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 3^\circ 5' 4'' \\ + 10^\circ 56' 58'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 25^\circ 10' 2'' \\ - 11^\circ 20' 18'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } 140^\circ 30'' \\ - 13^\circ 8' 40'' \\ \hline \end{array}$$

$$4.19 \quad 181^\circ - 13^\circ 25' 15'' + 12^\circ 30' - 40' + 20''$$

$$4.20 \quad \text{a) } (14^\circ 20' 10'') \cdot 5 \quad \text{b) } (71^\circ 15' 25'') \cdot 12 \quad \text{c) } 3,7^\circ \cdot 4,5 \quad \text{d) } 14,38^\circ \cdot 8,5 \quad \text{e) } 1,5^\circ \cdot 4$$

4.21 ¿Cuántos radianes son 360° , 270° , 180° , 120° , 90° , 60° , 40° , 30° , 15° , $1'$ y $1''$?

4.22 ¿Cuántos grados son 1 rad, 2 rad, 3 rad, 4 rad y 5 rad?

4.23 Dividir las siguientes medidas angulares:

$$\text{a) } 18^\circ : 4$$

$$\text{b) } 24^\circ : 5$$

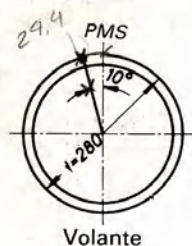
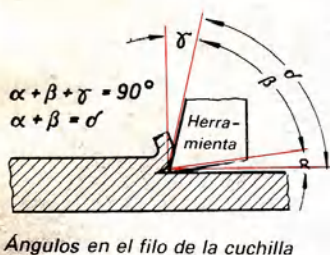
$$\text{c) } (37^\circ 17' 28'') : 4$$

4.24 Calcular los ángulos en el filo de la cuchilla.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \\ \alpha = 8^\circ 30'; \beta = 71^\circ \\ \delta = ? \\ \alpha = 4^\circ 45'; \beta = 69^\circ \\ \delta = ? \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) } \\ \alpha = 8^\circ 20' \\ \beta = 51^\circ 30' \quad \gamma = ? \\ \beta = 75^\circ; \gamma = 9^\circ 50' \\ \alpha = ? \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{c) } \delta = 73^\circ; \beta = 64^\circ 30'; \alpha = ? \\ \delta = 72^\circ; \alpha = 7^\circ 45'; \beta = ? \end{array}$$



3. Medidas de longitud de arco

4.25 Un disco tiene un diámetro de 210 mm. Calcular la longitud de los arcos de 20° , 36° , 40° y 120° .

4.26 Un volante de distribución tiene un diámetro de 280 mm. El punto de encendido está 10° antes del punto muerto superior. ¿A cuántos milímetros antes de dicho punto está la marca en el volante? (En lo sucesivo, punto muerto = PM, superior = S, inferior I.)

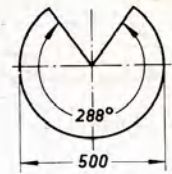
4.27 El diámetro del volante de distribución de un automóvil es de 360 mm. La válvula de admisión se abre 14° antes del PMS y se cierra 32° después de él.

a) ¿A cuántos milímetros están las marcas de Aa y Ac del PMS y PMI, respectivamente? (Aa = Admisión abierta, Ac = Admisión cerrada.)

b) ¿A cuántos grados de giro del cigüeñal corresponde la apertura de la válvula de admisión?

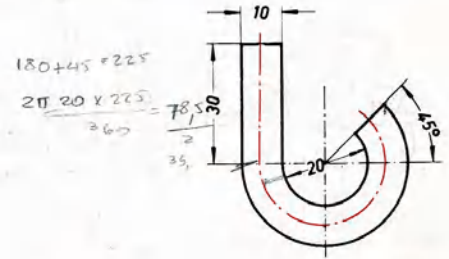
4.28 El segmento circular de al lado se ha sacado de un disco completo. Calcular:

- a) La longitud de arco l_b de la pieza que falta
b) La longitud de arco l_A del segmento



4.29 Calcular en milímetros:

- a) La longitud del borde interior = 60,269
b) La longitud de la línea roja central 88,3
c) La longitud del borde exterior = 108,54 mm



4.3 Masa, Fuerza, Peso, Presión, Trabajo

Explicación

1. Masa

La masa es una magnitud básica y expresa la cantidad de materia de un cuerpo.

1 kilogramo es la masa del kilogramo patrón que se encuentra en París ($= 1 \text{ dm}^3$ de agua destilada a 4°C y presión de 1 bar).



Kilogramo patrón
de platino-iridio

Fuerza pesante $\downarrow = 9,81 \text{ N}$
Unidad de medida: Kilogramo [kg]

2. Fuerza

La fuerza es la causa de:

1. La deformación elástica (compresión de un muelle);
2. Variación del movimiento
 - a) Variación de la celeridad (frenado o acelerado)
 - b) Desvío de la trayectoria (golpe de viento de costado).

El físico inglés Newton (1643-1727) halló la siguiente relación entre fuerza y masa:

Fuerza = Masa × Aceleración

Con la ayuda de esta ley (ley natural) se deduce la unidad de fuerza.

Expresando en la ecuación de Newton la masa en kilogramos y la aceleración en m/s^2 la unidad de fuerza que resulta es $\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$



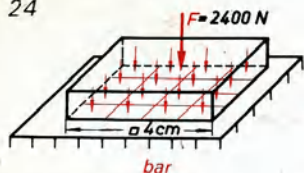
1 Newton es igual a $1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$

3. Fuerza pesante (peso)

En el campo de gravedad de la Tierra todas las masas son atraídas hacia la Tierra con una aceleración aproximada (dependiente del lugar geográfico) de $9,81 \text{ m/s}^2$ (aceleración de la gravedad terrestre)

La fuerza de la gravedad es la que actúa sobre la masa de los cuerpos y los atrae hacia la Tierra.

Un cuerpo con masa de 1 kg presiona sobre su apoyo con una fuerza pesante de 1 kg · 9,81 m/s² = 9,81 Newton.

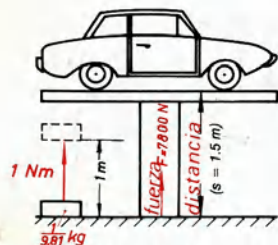


Unidad de medida: entre otras el bar

4. Presión (= presión superficial)

Presión es la acción de una fuerza sobre una superficie.

La presión puede tener efecto en los cuerpos sólidos, en los líquidos y en los gaseosos (ver también 17.1).



Unidad de medida: Newton · metro

5. Trabajo mecánico

Se efectúa trabajo mecánico cuando un cuerpo, por la acción de una fuerza, recorre una distancia.

Si a un cuerpo se le aplica una fuerza de 1 Newton (1N) y se desplaza una distancia de 1 m, el trabajo realizado es de 1 Newton · metro.

Notaciones

Masa m	(Peso P)	Fuerza F		Presión p		Trabajo T	
Tonelada	t	Kilonewton	kN	Decanewton	$\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$	Newton · metro	Nm
Kilogramo	kg	Hectonewton	hN	por cm^2	bar		
Gramo	g	Decanewton	daN	= 1 bar		Joule	J
		Newton	N	Pascal	Pa		
				= Newton por m^2	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	Watt segundo	Ws

F_p = Fuerza pesante [N] $g = 9,81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$ Aceleración de la gravedad

Cálculo con ejemplo

1. Conversión de medida

a) Unidad de masa

1 t = 1000 kg = 1 000 000 g

Número de conversión: 1 000 por unidad

Unidad superior

Unidad inferior

División por 1 000

Por lo tanto:

Se corre la coma tres lugares hacia la izquierda o se anulan tres cifras

← Ejemplo →

0,0045 t 4,5 kg 4 500 g
0,015 t 15 kg 15 000 g

Multiplicación por 1 000

Por lo tanto:

Se corre la coma tres lugares hacia la derecha o se añaden tres ceros

b) Unidad de fuerza

1 kN = 10 hN = 100 daN = 1000 N

Número de conversión: 10

Unidad superior

Unidad inferior

División por 10

Por lo tanto:

Se corre la coma un lugar hacia la izquierda o se anula una cifra

← Ejemplo →

3,25 kN 32,5 hN 325 daN 3250 N
2 kN 20 hN 200 daN 2000 N

Multiplicación por 10

Por lo tanto:

Se corre la coma un lugar hacia la derecha o se añade un cero

2. Cálculo de la fuerza

Fuerza =
Masa por aceleración

$$F_p = m \cdot g \text{ [kg} \cdot \text{m/s}^2 \text{ o bien N]}$$

Calcular el peso (fuerza pesante) de un automóvil cuya masa es de 795 kg

$$F_p = m \cdot g = G \cdot g = 795 \cdot 9,81 = \underline{7800 \text{ N}}$$

3. Cálculo de la presión

Presión superficial = $\frac{\text{Fuerza}}{\text{Superficie}}$

$$p = \frac{F}{A} \left[\text{bar o bien } \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right]$$

Observación

La fuerza debe expresarse en decanewtons. Para ello hay que dividir por 10 el valor en newtons.

Sobre la cara del cuerpo prismático del punto 4 (presión) actúa una fuerza de 2 400 N.

Calcular la presión superficial en bar.

$$2400 \text{ N} = 240 \text{ daN}$$

$$p = \frac{F}{A} = \frac{240}{16} = 15 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

$$p = \underline{15 \text{ bar}}$$

4. Cálculo del trabajo

Trabajo mecánico = Fuerza $\times$ distancia

$$W = F \cdot s \text{ [Nm]}$$

El automóvil del punto 5 (trabajo mecánico) ejerce una presión de 7 800 N sobre la plataforma de elevación y ésta lo ha elevado 1,5 m. ¿Qué trabajo ha realizado la plataforma de elevación?

$$W = F \cdot s = 7800 \cdot 1,5 = \underline{11\,700 \text{ Nm}}$$

Observación: La fuerza actúa en el sentido del desplazamiento.

Observación

En la industria, el comercio y la vida ordinaria se da la masa en t, kg y g como si fuera el peso **P**

Ejercicios

4.30 Convertir las siguientes masas en:

a) kg:	16 t	18,7 g	0,024 t	180 g	0,523 g
	2,543 t	1,4 t	20 g	1,5 g	
b) t:	150 000 g	720 kg	0,5 kg	2000 kg	280 g
	1,5 kg	0,5 kg	3482 g	15,3 kg	

4.31 Efectuar las siguientes operaciones:

- a) 73 t — 1500 kg + 100 g
- b) 152 kg — 0,00003 t + 150 g
- c) 12 g + 1,5 kg — 0,5 g
- d) 125 t — 130 kg — 5126 g

4.32 Convertir las siguientes fuerzas en:

a) N:	0,032 kN	12 kN	150 daN
	0,52 daN	30 kN	1,8 kN
	3,7 daN	25 kN	23,5 daN
	0,5 daN	0,82 kN	0,7 daN
b) daN:	1,4 kN	0,8 N	2 1/2 N
	3,4 kN	0,51 kN	41 N
	30 N	0,25 kN	3,01 kN
c) kN:	4000 N	37,8 daN	43,4 N
	33,7 daN	55,02 daN	42 N
	29 daN	0,2 daN	150 N
	3 N	0,56 daN	20 hN

4.33 Efectuar las siguientes operaciones:

- a) $0,003 \text{ kN} + 300,2 \text{ daN} - 526 \text{ N}$ c) $5 \text{ daN} - 0,394 \text{ N} + 2 \text{ kN}$
 b) $271 \text{ daN} - 5 \text{ N} + 0,004 \text{ kN}$ d) $10 \text{ kN} + 100,2 \text{ daN} + 600 \text{ N}$

4.34 ¿Cuánto pesa un cuerpo cuya masa $m = 48 \text{ kg}$?4.35 Un hombre que "pesa" 80 kg eleva a 2 m una pieza de 20 kg .

- a) Calcular el peso del hombre con la pieza.
 b) ¿Qué cantidad de trabajo ha realizado?

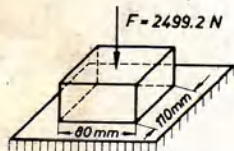
4.36 El "peso" de distintas máquinas es:

- a) 900 kg
 b) 160 kg
 c) 12 t

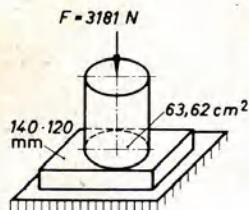
a) ¿Qué fuerzas ejercen?

b) ¿Qué trabajo se realizará al elevar $2,8 \text{ m}$ las máquinas?4.37 En el prisma de al lado actúa una fuerza $F = 2499,2 \text{ N}$.

- a) Convertir la fuerza en daN.
 b) Calcular la presión en daN/cm² y en bar.

4.38 Un cuerpo cilíndrico con una base de $63,62 \text{ cm}^2$ se carga con 3181 N . Presiona sobre una placa rectangular de $140 \cdot 120 \text{ mm}$.

- a) Calcular la presión superficial del cuerpo cilíndrico sobre la placa rectangular.
 b) Calcular la presión superficial de la placa rectangular sobre su base. (Se prescinde del peso propio del cuerpo.)

4.39 Una camioneta presiona sobre la calzada con una fuerza de $20\,000 \text{ N}$. ¿Cuál es la presión superficial en los neumáticos si la superficie de contacto de cada uno es de 250 cm^2 ?4.40 Una grúa levanta una carga con una fuerza de elevación de $26\,000 \text{ N}$ a 15 m de altura. ¿Cuál es la magnitud del trabajo mecánico?4.41 Hay que elevar $1,5 \text{ m}$ un motor que pesa $1\,300 \text{ N}$.

- a) Calcular el "peso" del motor en t, kg y g.
 b) ¿Qué trabajo hay que realizar?

4.42 Para levantar $1,6 \text{ m}$ un torno hacen falta $156\,800 \text{ Nm}$.

- a) ¿Qué fuerza ejerce el torno?
 b) ¿Cuánto vale la masa (peso) del torno?

4.43 Una pieza de recambio "pesa" 255 kg . ¿Cuál es su peso fuerza?4.44 Una herramienta tiene un peso fuerza de $29,43 \text{ N}$. ¿Cuál es su masa?4.45 Una columna de acero tiene un "peso" de 580 kg . Calcular su peso fuerza.4.46 Una caja de herramientas tiene una superficie de $0,50 \times 0,20 \text{ m}$ y el "peso" de las herramientas es de 500 kg . Calcular la presión superficial en daN/cm² y en bar.4.47 Una grúa del puerto levanta un camión de $24,5 \text{ t}$ a $8,5 \text{ m}$ de altura. ¿Qué trabajo mecánico realiza en Nm?

4.48 Un tren de desbaste "pesa" 4 t. Al levantarlo se ha realizado un trabajo de 117 720 Nm.

- a) ¿Cuál es el peso fuerza del tren de desbaste?
b) ¿A qué altura se ha elevado?

4.49 Con un martillo pilón que "pesa" 250 kg se forja un eje en 30 golpes. La altura de caída es de 1,05 m. Calcular el trabajo mecánico en newton-metro.

4.50 Se levanta una máquina con una fuerza 2,5 m realizando un trabajo mecánico de 245 520 Nm.

- a) Calcular el peso de la máquina en N, daN y kN.
b) ¿Cuán pesada es la máquina en kg y t?

4.51 Efectuar las siguientes operaciones:

- a) $2510 \text{ N} - 0,3 \text{ kN} + 50 \text{ daN}$ d) $1,7 \text{ kN} - 0,8 \text{ N} + 37,8 \text{ da N}$
b) $15 \text{ g} + 16 \text{ kg} + 0,003 \text{ t}$ e) $130 \text{ t} - 120 \text{ kg} - 0,5 \text{ g}$
c) $12 \text{ kN} + \frac{1}{4} \text{ da N} - 30 \text{ N}$

4.52 La punta de una aguja de trazar tiene una superficie de $0,03 \text{ mm}^2$ y al trazar se ejerce perpendicularmente sobre ella una fuerza de 3 newton. Calcular la presión del trazado en N/mm^2 y daN/cm^2 .

5 | Cálculo de longitudes

5.1 Escalas, División de longitudes

Explicación

El cálculo de longitudes se sirve de medidas de longitud.

Las medidas de longitud son cifras concretas compuestas por un número y una denominación (letra).

Para el cálculo con números concretos sirven las mismas reglas que para el cálculo con números abstractos. Al trabajar con longitudes es necesario que todas tengan la misma denominación (que sean homogéneas, la misma unidad de longitud).

1. Escalas

Reducciones			Ampliaciones
1 : 2	1 : 20	1 : 200	2 : 1
1 : 5	1 : 50	1 : 500	5 : 1
1 : 10	1 : 100	1 : 1000	10 : 1

Muy a menudo no se pueden dibujar las piezas a su tamaño natural (real, 1:1). Las piezas grandes se representan reducidas y las pequeñas aumentadas.

La escala es la relación entre la dimensión del dibujo y el tamaño natural.

2. División de longitudes

En la práctica se suelen dividir las longitudes. A continuación se dan tres posibilidades:

- a) **Separar (cortar) un número de piezas de otra de longitud determinada**
b) **Dividir en partes iguales la longitud de una pieza**
c) **Separación entre centros de agujeros**

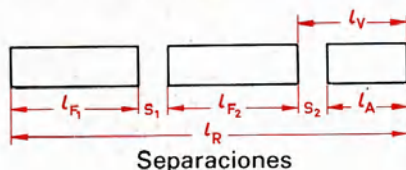
Notaciones

1. Escalas

M = Escala Tamaño dibujo = Z_M Tamaño natural = N_M

2. División de longitudes

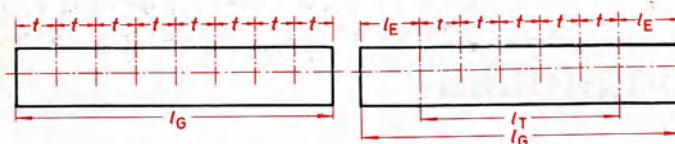
a) Separar (cortar) un número de piezas de otra de longitud determinada



L_R = Longitud en bruto
 $L_F (1,2, \dots)$ = Longitudes acabadas
 L_A = Desperdicio (longitud)
 L_V = Material perdido
 s = Ancho del corte
 (Las medidas en milímetros.)

Observación: El material perdido lo componen el desperdicio no aprovechable y el ancho del corte.

b) Dividir en partes iguales la longitud de una pieza



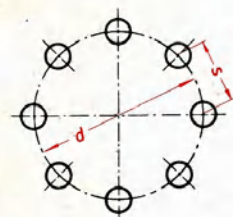
División sin extremos

División con extremos

t = División (espacio intermedio)
 n = Número de centros
 L_G = Longitud total
 L_T = Longitud de las partes
 L_E = Longitud del extremo
 (Las medidas en milímetros.)
Observación: $L_T = L_G - 2 L_E$

c) Separación entre centros de agujeros

Las cuerdas y el círculo de orificios están entre sí en una relación determinada, cuyos factores se dan a continuación:



$d = \varnothing$ del círculo de orificios

s = Cuerda (separación entre centros)

F = Factor

Orificios	Factor	Orificios	Factor
3	0,866	8	0,383
4	0,707	9	0,342
5	0,588	10	0,309
6	0,5	11	0,282
7	0,434	12	0,259

Fórmula con ejemplo

1. Escalas

Tamaño dibujo = Escala · Tamaño natural

$$Z_M = M \cdot N_M$$

Reducción:

$$300 \text{ mm}; M 1:5 \rightarrow \frac{1 \cdot 300}{5} = 60 \text{ mm}$$

Ampliación:

$$3 \text{ mm}; M 5:1 \rightarrow 5 \cdot 3 = 15 \text{ mm}$$

2. División de longitudes**a) Separar un número determinado de piezas de una longitud**

Longitud total = Longitudes acabadas + Anchos de corte + Desperdicio

$$l_R = l_{F1} + l_{F2} \dots + s_1 + s_2 \dots + l_A \text{ [mm]}$$

Material perdido = Longitud total — Longitudes acabadas

$$l_V = l_R - (l_{F1} + l_{F2} \dots) \text{ [mm]}$$

Desperdicio = Material perdido — Anchos de corte

$$l_A = l_V - (s_1 + s_2 \dots) \text{ [mm]}$$

b) División de una longitud en partes iguales

División sin extremos

$$\text{División} = \frac{\text{Longitud total}}{\text{Nº de centros} + 1}$$

$$t = \frac{l_G}{n + 1} \text{ [mm]}$$

$$\text{Nº de centros} = \frac{\text{Longitud total}}{\text{División}} - 1$$

$$n = \frac{l_G}{t} - 1$$

División con extremos

$$\text{División} = \frac{\text{Longitud total} - 2 \text{ longitudes extremas}}{\text{Número de centros} - 1}$$

$$t = \frac{l_T}{n - 1} \text{ [mm]}$$

$$\text{Número de puntos medios} = \frac{\text{Longitud división}}{\text{División}} + 1$$

$$n = \frac{l_T}{t} + 1$$

c) Separación entre centros en la división circular

Longitud de la cuerda = Diámetro círculo de orificios × Factor

$$s = d \cdot M \text{ [mm]}$$

Hay que obtener 13 placas de acero de 60×10×430 mm

1. Calcular la longitud total con un margen (desperdicio) de 30 mm y un ancho de corte de 2 mm.

$$l_R = 13 \cdot 430 + 13 \cdot 2 + 30 \text{ [mm]}$$

$$l_R = 5646 \text{ mm}$$

$$l_R = 5,646 \text{ m}$$

2. ¿Cuánto material se pierde?

$$l_V = l_R - (l_{F1} + l_{F2} \dots) \text{ [mm]}$$

$$l_V = 5646 - (13 \cdot 430)$$

$$l_V = 5646 - 5590 \text{ mm}$$

$$l_V = \underline{56 \text{ mm}}$$

En una chapa de acero de 600 mm de longitud hay que hacer 11 agujeros a la misma separación. Calcular la división en mm (ver el dibujo de la página anterior).

$$t = \frac{l_G}{n + 1} = \frac{600}{12} \text{ [mm]}$$

$$t = \underline{50 \text{ mm}}$$

En un carril de 350 mm de largo hay que hacer 6 agujeros de 6 mm Ø a la misma separación y distantes 20 mm de cada extremo. Calcular la división (ver el dibujo de la página anterior).

$$\text{Longitud a dividir } l_T = 350 - 2 \cdot 20 = 310 \text{ mm}$$

$$t = \frac{l_T}{n - 1} = \frac{310}{5} = \underline{62 \text{ mm}}$$

Calcular la cuerda (distancia entre centros de orificios) para 4 agujeros con centro en un círculo de 120 mm de diámetro.

$$s = d \cdot M = 120 \cdot 0,707 = \underline{84,84 \text{ mm}}$$

Observación

En un plano a escala reducida o aumentada se indican las medidas reales.

Ejercicios

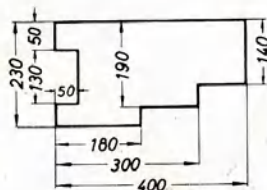
1. Escalas

5.1 ¿Cuánto valen a escala 1:2, 1:5 y 1:10 las siguientes longitudes en un plano?

- a) 1 m; 1 dm; 1 cm; 1 mm
- b) 2,5 m; 0,2 dm; 20 cm; 15 mm
- c) 35 m; 120 dm; 180 cm; 300 mm

5.2 ¿Cuánto valen a escala 5:1 las siguientes longitudes en un plano?

- a) 4 mm; b) 0,62 mm; c) 0,8 mm; d) 3 cm



5.3 El plano de al lado hay que dibujarlo a escala 1:5. Calcular las medidas del dibujo:

2. División de longitudes

5.4 De barra de acero de 5,2 m de longitud hay que sacar piezas de 320 mm de largo. El ancho del corte de sierra es de 2,5 mm

- a) ¿Cuántas piezas se obtienen?
- b) ¿Cuánto es el material perdido?
- c) ¿Qué longitud tiene el desperdicio?

5.5 En una llanta de acero hay que practicar 14 orificios repartidos por igual. ¿Cuál es la distancia entre centros?

5.6 En un banco de trabajo de 16,60 m de largo hay que montar 13 tornillos de banco. Calcular la separación entre centros de tornillos con longitud en los extremos de 50 cm.

5.7 El diámetro del círculo de orificios es de 180 mm (120 mm). Hay que repartir por igual 6 (8) agujeros. Calcular las cuerdas (es decir, las distancias entre centros).

5.8 Una pletina de acero de 6,48 m de longitud hay que dividirla en 40 trozos iguales y el ancho del corte de sierra es de 2 mm. Calcular la longitud en mm de cada pieza.

5.9 De un tubo de 7,4 m de largo se sierran los siguientes trozos: 3x1,2 m; 2x80 cm y 4x235 mm. ¿Cuál es la longitud del resto en mm, si la sierra se come 2 mm en cada corte?

5.10 Hay que soportar sobre cojinetes un eje de 7900 mm. ¿Cuántos cojinetes hacen falta colocados cada 1500 mm dejando 200 mm en cada extremo del eje?

5.2 Longitudes extendidas, longitudes de muelles

Explicación

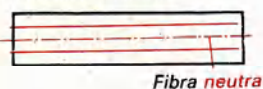
Las fuerzas de tracción alargan las fibras de los cuerpos; las de compresión las acortan. Sólo en el centro, donde la tracción pasa a contracción, no se produce ninguna alteración en la longitud de la fibra.

La fibra que no sufre ninguna modificación se denomina fibra neutra.

La longitud extendida es la longitud inicial de las piezas curvadas. Con ella se designa también la longitud en bruto. Es la que hay que averiguar para la obtención de piezas curvadas.

La longitud en bruto es igual que la de la fibra neutra.

Antes del doblado



Después del doblado



2. Longitudes de muelles (resortes)

Para hacer un muelle (resorte) en un mandril arrollador primero hay que calcular la longitud de alambre y el diámetro del mandril.

A la longitud extendida del muelle se le llama desarrollo del muelle (longitud del alambre).

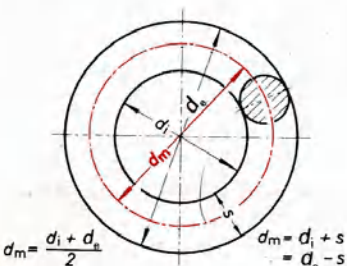
La longitud del alambre se calcula mediante el diámetro medio del arrollamiento y el número de vueltas (espiras). (Ver el dibujo.)

En los resortes a presión se deja en cada extremo $\frac{3}{4}$ de vuelta como superficie de apoyo, que se cuentan como si fueran vueltas completas. Del mismo modo, en los resortes a tracción se añaden dos vueltas por las anillas de sujección.

El diámetro del mandril arrollador se calcula mediante una fórmula empírica (valor práctico).

Notaciones

1. Longitudes extendidas



Anillo circular con fibra neutra

2. Longitudes de muelles

l_R = Longitud total = Longitud extendida = Longitud alambre.

d = Diámetro del alambre.

d_m = Diámetro medio del arrollamiento (vuelta o espira)

d_i = Diámetro interno del arrollamiento (vuelta o espira)

d_e = Diámetro externo del arrollamiento (vuelta o espira)

h = Paso del arrollamiento (separación entre vueltas)

i = Número de vueltas o espiras

d_w = Diámetro del mandril arrollador

n = Número de longitudes l_B

d_e = Diámetro exterior

d_i = Diámetro interior

l_T = Longitud total = Longitud extendida de la pieza

Longitud extendida del anillo completo

$$l_B = d_m \cdot \pi$$

Longitud extendida de medio anillo:

$$l_B = \frac{d_m}{2} \cdot \pi$$

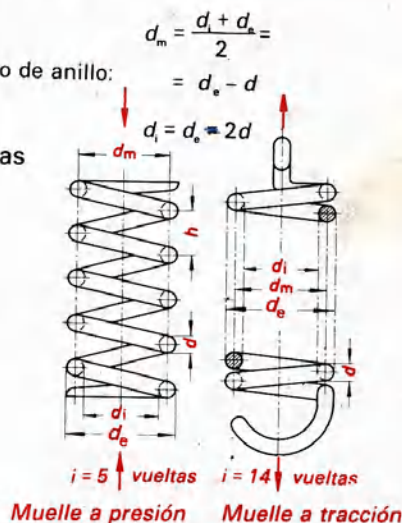
Longitud extendida de cuarto de anillo:

$$l_B = \frac{d_m}{4} \cdot \pi$$

Observación: Las medidas en mm

d_m = Diámetro medio

s = Espesor de la pieza

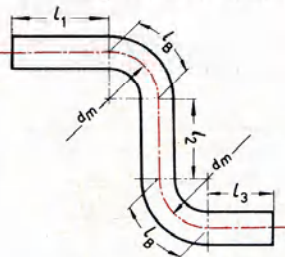


Muelle a presión Muelle a tracción

Observación: Las medidas en mm.

Fórmula con ejemplo

1. Longitudes extendidas



Calcular la longitud extendida (longitud total) de la pieza en Z del dibujo

$l_1 = 30$ mm, $l_2 = 25$ mm, $l_3 = 10$ mm, $d_m = 30$ mm

$$l_R = l_1 + l_2 + l_3 + 2 \cdot l_{B1} \text{ [mm]}$$

$$l_R = l_1 + l_2 + l_3 + 2 \cdot \left(\frac{d_m \cdot \pi}{4} \right) \text{ [mm]}$$

$$l_R = 30 + 25 + 10 + 2 \cdot \left(\frac{30 \cdot 3,14}{4} \right)$$

$$l_R = 65 + 23,55 \cdot 2$$

$$l_R = 112,10 \text{ mm}$$

$$l_R = l_1 + l_2 + l_3 \dots + n \cdot l_{B1} + n \cdot l_{B2} \dots \text{ [mm]}$$

6 | Cálculo de superficies

6.1 Superficies rectangulares, superficies redondas

Explicación

Una superficie tiene dos dimensiones:

Largo y ancho.

De ahí que deban figurar ambas en las medidas de superficies.

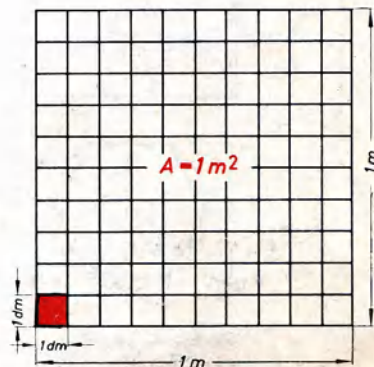
Largo · Ancho = Superficie

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ m & \cdot & m = m^2 \end{array}$$

Mediante el exponente 2 (metro cuadrado) se reconocen las dos dimensiones.

Una superficie es una extensión plana limitada por líneas rectas y curvas.

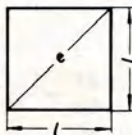
Hay superficies: 1. rectangulares
2. redondas
3. compuestas



Notaciones

A = Superficie	l_A = Longitud arco	D = $\varnothing$ círculo mayor	e = Radio
l = Largo	e = Diagonal	d = $\varnothing$ círculo menor	U = Perímetro
b = Ancho	l_m = Longitud media	SW = Ancho entre caras	n = Número de vértices

Fórmula con ejemplo

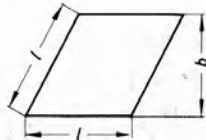


La longitud del lado de un cuadrado es de 15 cm. Calcular la superficie y el perímetro en cm^2 y cm, respectivamente.

Cuadrado

$$\begin{array}{l} A = l^2 \\ U = 4 \cdot l \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A = 15 \cdot 15 = \underline{225 \text{ cm}^2} \\ U = 4 \cdot 15 = \underline{60 \text{ cm}} \end{array}$$



Un cuadrado oblicuo tiene las siguientes dimensiones: $l = 30 \text{ mm}$, $b = 20 \text{ mm}$. Calcular A y U en mm^2 y mm, respectivamente.

Rombo

$$\begin{array}{l} A = l \cdot b \\ U = 4 \cdot l \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A = 30 \cdot 20 = \underline{600 \text{ mm}^2} \\ U = 4 \cdot 30 = \underline{120 \text{ mm}} \end{array}$$

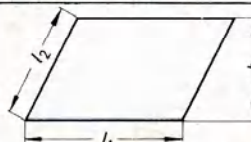


Calcular A y U de un rectángulo que tiene $l = 40 \text{ mm}$ y $b = 25 \text{ mm}$, en cm^2 y cm, respectivamente.

Rectángulo

$$\begin{array}{l} A = l \cdot b \\ U = 2 \cdot (l + b) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A = 4 \cdot 2,5 = \underline{10 \text{ cm}^2} \\ U = 2 \cdot (4 + 2,5) = \underline{13 \text{ cm}} \end{array}$$



Calcular A y U del rectángulo oblicuo en m^2 y m, respectivamente.

$l_1 = 15 \text{ m}$, $l_2 = 10 \text{ m}$, $b = 8 \text{ m}$.

Paralelogramo (romboide)

$$\begin{array}{l} A = l_1 \cdot b \\ U = 2 \cdot (l_1 + l_2) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A = 15 \cdot 8 = \underline{120 \text{ m}^2} \\ U = 2 \cdot (15 + 10) = \underline{50 \text{ m}} \end{array}$$



Un triángulo tiene una base de $l = 30$ mm y una altura de $b = 20$ mm. Calcular A en mm^2 .

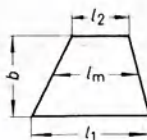
Triángulo

$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

$U =$ Suma de los tres lados

$$A = \frac{30 \cdot 20}{2}$$

$$A = \underline{300 \text{ mm}^2}$$



La base mayor de un trapezoid es de 50 cm; la menor, de 30 cm y la altura, de 20 cm. Calcular la superficie en m^2 .

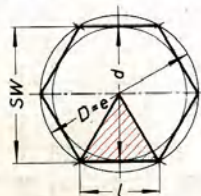
Trapezio

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b = l_m \cdot b$$

$U =$ Suma de los 4 lados

$$A = \frac{0,5 + 0,3}{2} \cdot 0,2$$

$$A = \underline{0,08 \text{ m}^2}$$



De un hexágono se sabe que $SW = 22$ mm y $l = 12,7$ mm. Calcular la superficie y el perímetro en mm^2 y mm, respectivamente.

Polígono regular

$$A = \frac{l \cdot d}{4} \cdot n$$

$$U = l \cdot n$$

$$A = \frac{12,7 \cdot 22}{4} \cdot 6 = \underline{419,1 \text{ mm}^2}$$

$$U = 12,7 \cdot 6 = \underline{76,2 \text{ mm}}$$



Calcular la superficie y el perímetro de un círculo de diámetro $d = 80$ mm, en cm^2 y cm, respectivamente.

Círculo

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$U = d \cdot \pi$$

$$A = \frac{8 \cdot 8 \cdot \pi}{4} = \underline{50,27 \text{ cm}^2}$$

$$U = 8 \cdot \pi = \underline{25,13 \text{ cm}}$$



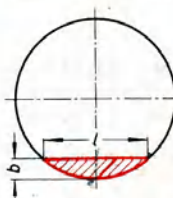
Determinar la superficie A en mm^2 de un sector circular de $d = 100$ mm y $\alpha = 50^\circ$

Sector circular

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}$$

$$A = \frac{100^2 \cdot 3,14 \cdot 50^\circ}{4 \cdot 360^\circ}$$

$$A = \underline{1090 \text{ mm}^2}$$



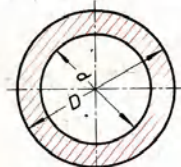
Determinar la superficie de un segmento circular cuando $b = 12$ mm y $l = 40$ mm. (Las unidades resultantes son mm^2 .)

Segmento circular

$$A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot b$$

$$A \approx \frac{2 \cdot 40 \cdot 12}{3}$$

$$A \approx \underline{320 \text{ mm}^2}$$



¿Cuánto vale, en cm^2 , la superficie de un anillo con $D = 90$ mm y $d = 80$ mm?

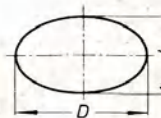
Corona circular

$A =$ Círculo mayor — círculo menor

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$A = \frac{3,14}{4} \cdot (9^2 - 8^2)$$

$$A = \underline{13,35 \text{ cm}^2}$$



Calcular la superficie y el perímetro de una elipse, en cm^2 y cm, respectivamente, si $D = 400$ mm y $d = 220$ mm.

Elipse

$$A = \frac{D \cdot d \cdot \pi}{4}$$

$$U \approx \pi \cdot \frac{D + d}{2}$$

$$A = \frac{40 \cdot 22 \cdot 3,14}{4} = \underline{690,8 \text{ cm}^2}$$

$$U \approx 3,14 \cdot \frac{40 + 22}{2} \approx \underline{97,34 \text{ cm}}$$

Observación

El cálculo se hace con las unidades más convenientes si no hay indicación en contrario. Observar que todas las unidades en las operaciones sean homogéneas (iguales).

Ejercicios

6.1 Calcular la superficie de un cuadrado de lado $l = 4,5$ cm.

6.2 La tapa de un bidón cuadrado tiene una longitud de lado $l = 250$ mm. Determinar:

- a) La superficie de la tapa en cm^2 .
b) El perímetro de la tapa en dm.

6.3 Calcular la superficie (en cm^2) y el perímetro (en dm) de los siguientes rectángulos:

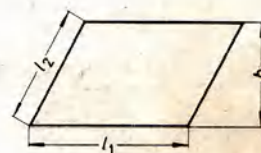
Ejercicio	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
l en mm	15	20	52	112	75	16	84	15
b en mm	35	48	112	35	27	83	235	28

6.4 Un terreno tiene 125 m de largo y 30 m de ancho.

- a) ¿Cuál es la superficie del terreno?
b) ¿Cuántos pasos hay que dar para darle la vuelta al terreno (largo de un paso = 0,775 m).

6.5 Calcular la superficie y el perímetro de los siguientes paralelogramos, en dm^2 y dm, respectivamente.

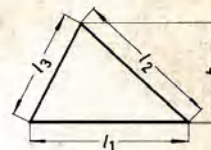
Ejercicio	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
l_1 en mm	300	350	535	156	83	471	37
l_2 en mm	230	310	318	465	145	345	180
b en mm	200	300	300	422	133	280	95



6.6 Una cartela de forma triangular tiene la longitud $l = 142$ mm y la altura (ancho) $b = 71$ mm. ¿Cuál es la superficie de la chapa en dm^2 ?

6.7 Un triángulo tiene las siguientes medidas: $l_1 = 33$ mm, $l_2 = 85$ mm, $l_3 = 60$ mm y $b = 47$ mm. Determinar:

- a) Superficie del triángulo
b) Perímetro del triángulo. (Unidades: mm^2 y mm)

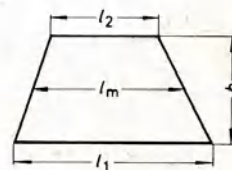


6.8 De una plancha de $1 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ se sacan triángulos rectángulos de $l = 400$ mm y $b = 400$ mm. Determinar:

- a) Superficie de cada uno de los triángulos en mm^2 , cm^2 , dm^2 y m^2 .
b) Número de triángulos rectángulos que se sacan (hacerlo con un croquis).
c) Desperdicio en m^2 y en %

6.9 Calcular en cm^2 la superficie de los siguientes trapecios.

Ejercicio	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
l_1 en mm	40	120	235	282	72	—	—	—
l_2 en mm	90	85	165	96	64	—	—	—
l_m en mm	—	—	—	—	—	124	77	93
b en mm	40	35	115	180	45	15	36	45



6.10 La sección transversal de un recipiente es un trapecio con las siguientes dimensiones: $l_1 = 750$ mm, $l_2 = 630$ mm y $b = 27$ mm. Determinar la superficie de la sección del recipiente en dm^2 .

6.11 Calcular la superficie de la sección transversal de los siguientes ejes, en cm^2 .

- a) $d = 22$ mm; b) $d = 27$ mm; c) $d = 44$ mm;
d) $d = 56$ mm

6.12 Un tubo tiene un diámetro exterior de 650 mm. Calcular su perímetro externo en m.

6.13 Un pistón de motor tiene un diámetro de 70,6 mm. Calcular la superficie de la cabeza del pistón, en cm^2 .



6.14 Un tubo de acero tiene las siguientes dimensiones: $D = 110$ mm, $d = 95$ mm (luz). Calcular:

- Perímetro exterior del tubo, en mm
- Superficie de la sección transversal interna del tubo, en cm^2
- Superficie de pared de la sección transversal, en cm^2

6.15 Calcular la superficie de un sector circular para $\alpha = 60^\circ$ y $\alpha = 75^\circ$. Calcular además la superficie no rayada del resto del disco. El diámetro es $d = 720$ mm (Unidad = cm^2).

6.16 Determinar la superficie de un segmento circular con $l = 60$ mm y $b = 18$ mm, en mm^2 .

6.17 Un eje lleva un chavetero en forma de segmento circular. Las medidas del achatamiento son $l = 50$ mm y $b = 12$ mm. ¿Cuál es la superficie de la sección rayada del eje si tiene un diámetro $d = 84$ mm? (Unidad = cm^2).

6.18 La cabeza de un tornillo hexagonal tiene un ancho entre caras $SW = 32$ mm y una diagonal $e = 37$ mm. Determinar la superficie superior de la cabeza del tornillo, en mm^2 (Observación: En este caso, $l = \frac{e}{2}$)

6.19 Calcular la sección transversal elíptica de un depósito de combustible, en dm^2 . Dimensiones: $D = 2,9$ m, $d = 1,5$ m.

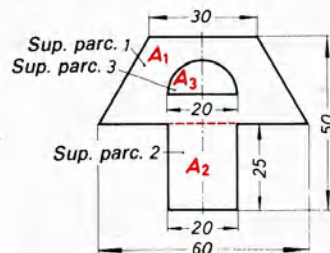
6.2 Superficies compuestas

Explicación

Además de las sencillas superficies regulares están las superficies compuestas. Las superficies compuestas constan de superficies regulares rectangulares y superficies redondas.

Además, hay superficies con aberturas (por ejemplo, agujeros), que se calculan como superficies compuestas.

Notaciones



Superficie total compuesta A

Superficie total = A
 Superficie parcial 1 = A_1
 Superficie parcial 2 = A_2
 Superficie parcial 3 = A_3
 Superficie parcial 4 = A_4

etc.

Cálculo con ejemplo

Para el cálculo de superficies compuestas se puede elegir la siguiente solución:

1. Dividir la superficie total con ayuda del dibujo en superficies parciales regulares.

2. Aplicar las fórmulas para el cálculo de las superficies regulares parciales.

Calcular la superficie total del dibujo de arriba en cm^2 .

1. Superficie parcial A_1 = Trapecio
 Superficie parcial A_2 = Rectángulo
 Superficie parcial A_3 = Semicírculo

2. Trapecio $A_1 = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$
 Rectángulo $A_2 = l \cdot b$
 Semicírculo $A_3 = \frac{d^2 \cdot \pi}{4 \cdot 2}$

3. Escribir la fórmula general con cada una de las fórmulas de superficie.

Observación: En la fórmula general hay que tener presente la marcha de la operación (es decir, si hay que sumar o restar).

$$3. A = A_1 + A_2 - A_3$$

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b + l \cdot b - \frac{d^2 \cdot \pi}{4 \cdot 2}$$

4. Aplicar los números.

Observación: En el caso de que no se indique ninguna unidad de medida, elegir la más conveniente.

$$4. A = \frac{6 + 3}{2} \cdot 2,5 + 2 \cdot 2,5 - \frac{2^2 \cdot 3,14}{4 \cdot 2} [\text{cm}^2]$$

5. Obtener los resultados parciales de las operaciones particulares.

$$5. A = 11,25 + 5,0 - 1,57 [\text{cm}^2]$$

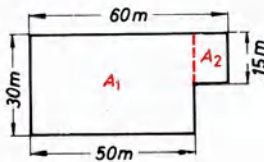
6. Recopilar los valores parciales en un valor final subrayado.

$$6. A = \underline{14,68 \text{ cm}^2}$$

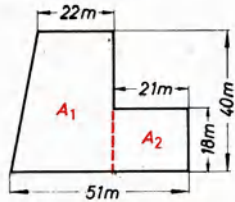
Observación

A menudo hay distintas posibilidades para el cálculo de superficies compuestas. Siempre hay que elegir la más fácil o ventajosa.

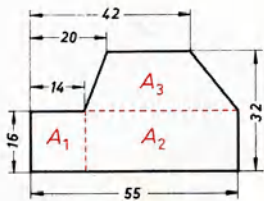
Ejercicios



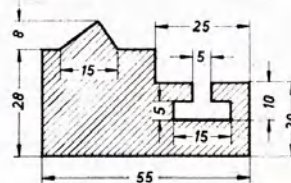
- 6.20 Calcular la superficie total del taller en m^2 .



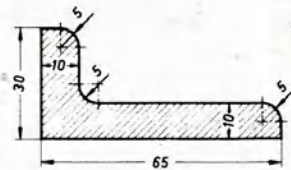
- 6.21 Calcular la superficie total del terreno dibujado al lado, en m^2 .



- 6.22 Calcular la superficie dibujada, en mm^2 y en cm^2 .

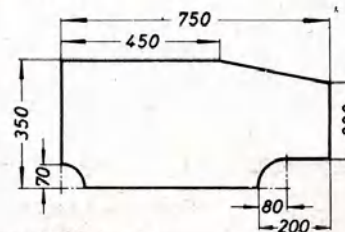


- 6.25 La figura de al lado muestra en sección la guía de deslizamiento de una máquina-herramienta. Calcular en mm^2 la superficie rayada.

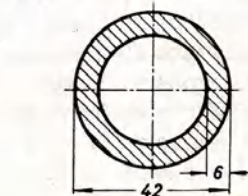


- 6.26 Calcular en mm^2 el área del ángulo de acero dibujado.

- 6.27 La superficie del dibujo representa una chapa recortada. Calcular:

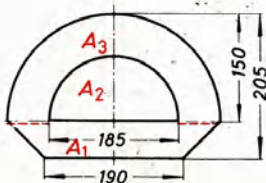


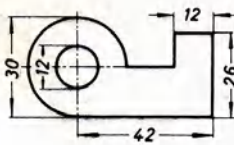
- a) La superficie en cm^2 .
b) La pérdida en % si se recorta de una pieza de $400 \times 800 \text{ mm}$.



- 6.28 Un tubo tiene un espesor de pared de 6 mm y un $\varnothing$ exterior de 42 mm. Calcular la sección del material (zona rayada) en mm^2 .

- 6.24 Calcular la superficie compuesta, en mm^2 , cm^2 y dm^2 .





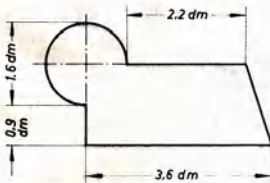
6.29 La pieza estampada representada se ha obtenido de un trozo de chapa de 60×32 mm. Calcular:

- Superficie de la pieza en mm^2 .
- Pérdida de material en % respecto a la pieza en bruto.

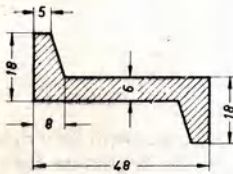


6.32 a) Calcular la superficie de la arandela dibujada.

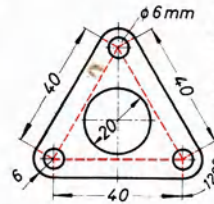
b) La arandela está cortada conoplete de una plancha metálica. Calcular la longitud del corte en m, dm, cm y mm.



6.30 Calcular la superficie del trozo de chapa en dm^2 y m^2 .



6.31 Calcular la superficie de la sección representada en mm^2 .



6.33 Calcular en mm^2 la superficie de la junta del dibujo con los 4 agujeros. (Altura del triángulo a trazos ≈ 35 mm).

6.34 En un disco de $\varnothing 90$ mm hay 4 agujeros de $\varnothing 15$ mm. Calcular la superficie del disco en mm^2 , cm^2 , dm^2 y m^2 .

7 Cálculo de volúmenes

7.1 Cuerpos de espesor uniforme, cuerpos puntiagudos

Explicación

Un cuerpo tiene tres dimensiones:

Largo, altura y ancho

Por ello se da la medida del cuerpo (medida cúbica) en

$\text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura} = \text{Volumen}$

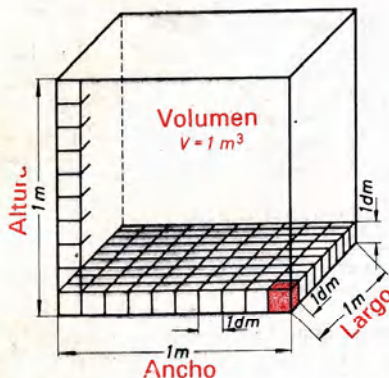
$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ \text{m} & \text{m} & \text{m} & = \text{m}^3 \end{matrix}$$

Por la potencia 3 (metro cúbico) se reconocen las tres dimensiones.

Un cuerpo es una parte determinada de un volumen que tiene tres dimensiones y está limitado por superficies.

Existen distintas clases de cuerpos:

- Cuerpos de espesor uniforme
- Cuerpos puntiagudos
- Cuerpos truncados
- Cuerpos en forma de anillo (cuerpos de revolución)
- Cuerpos de forma esférica
- Cuerpos compuestos



Notaciones

V = Volumen (=Cubicación) l = Largo b = Ancho h = Altura	A_B = Base inferior A_s = Cara superior A_m = Superficie media A_L = Superficie lateral	A_t = Superficie total C_L = Cara lateral h_L = Altura cara lateral U_B = Perímetro base
---	--	---

Fórmula con ejemplo

1. Cuerpo de espesor uniforme

Forma básica:



Volumen = Base · Altura

$$V = A_B \cdot h$$

Superficie lateral =
Perímetro de la base · Altura

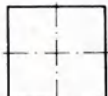
$$A_L = U_B \cdot h$$

Superficie total = Base +
Cara superior + Superficie lateral

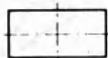
$$A_t = A_B + A_s + A_L$$

Para las fórmulas de superficies ver el capítulo 6.1.

Posibles bases:



Cuadrado
 $\triangle$ **Cubo**



Rectángulo
 $\triangle$ **Prisma**



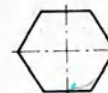
Triángulo
 $\triangle$ **Prisma**



Círculo
 $\triangle$ **Cilindro**



Corona circular
 $\triangle$ **Cilindro hueco**



Hexágono
 $\triangle$ **Prisma**



Elipse
 $\triangle$ **Cilindro de base elíptica**

Ejemplos:

1. Prisma

$l = 10 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $h = 6 \text{ cm}$.

Hallar V en cm^3 , A_L en cm^2 , A_t en cm^2

$$V = l \cdot b \cdot h [\text{cm}^3]$$

$$V = 10 \cdot 4 \cdot 6 = \underline{240 \text{ cm}^3}$$

$$A_L = 2 \cdot (l + b) \cdot h [\text{cm}^2]$$

$$A_L = 2 \cdot (10 + 4) \cdot 6 = \underline{168 \text{ cm}^2}$$

$$A_t = l \cdot b + l \cdot b + 2 \cdot (l + b) \cdot h [\text{cm}^2]$$

$$= 10 \cdot 4 + 10 \cdot 4 + 2 \cdot (10 + 4) \cdot 6$$

$$A_t = \underline{248 \text{ cm}^2}$$

2. Cilindro

$d = 20 \text{ mm}$, $h = 60 \text{ mm}$

Hallar V en mm^3 , A_L en mm^2 y A_t en mm^2

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{4} [\text{mm}^3]$$

$$V = \frac{20^2 \cdot 3,14 \cdot 60}{4} = \underline{18\,840 \text{ mm}^3}$$

$$A_L = d \cdot \pi \cdot h [\text{mm}^2]$$

$$A_L = 20 \cdot 3,14 \cdot 60 = \underline{3768 \text{ mm}^2}$$

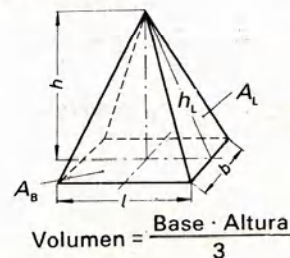
$$A_t = \frac{2 \cdot d^2 \cdot \pi}{4} + d \cdot \pi \cdot h [\text{mm}^2]$$

$$A_t = \frac{2 \cdot 20^2 \cdot 3,14}{4} + 20 \cdot 3,14 \cdot 60$$

$$A_t = 628 + 3768 = \underline{4396 \text{ mm}^2}$$

2. Cuerpos punteados

Forma básica:



$$\text{Volumen} = \frac{\text{Base} \cdot \text{Altura}}{3}$$

Posibles bases



Cuadrado
 $\triangle$ **Pirámide cuadrada**



Rectángulo
 $\triangle$ **Pirámide rectangular**

Ejemplos:

1. Pirámide cuadrada

h_L = altura lateral

$l = 30 \text{ mm}$, $b = l = 30 \text{ mm}$, $h = 40 \text{ mm}$

Hallar V en cm^3 , A_L en cm^2 , A_t en cm^2 .

$$V = \frac{l \cdot l \cdot h}{3} [\text{cm}^3]$$

$$V = \frac{3 \cdot 3 \cdot 4}{3} = \underline{12 \text{ cm}^3}$$

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

Superficie lateral de la pirámide
= Suma de las áreas de las caras

$$A_l = C_{l1} + C_{l2} + C_{l3} + \dots$$

Superficie lateral del cono =

$$A_l = \frac{U_b \cdot h_L}{2}$$

Superficie total = Base +
Superficie lateral

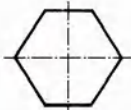
$$A_t = A_b + A_l$$



Triángulo
≅ Pirámide
triangular



Círculo
≅ Cono



Hexágono
≅ Pirámide
hexagonal



Elipse
≅ Cono con base
elíptica

$$A_l = \frac{l \cdot h_s}{2} \cdot 4 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$A_l = \frac{3 \cdot 4,2}{2} \cdot 4 = 25,2 \text{ cm}^2$$

$$A_l = l \cdot l + \frac{l \cdot h_s}{2} \cdot 4 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$A_l = 3 \cdot 3 + \frac{3 \cdot 4,2}{2} \cdot 4 = 34,2 \text{ cm}^2$$

2. Cono:

$$d = 30 \text{ mm}, h = 80 \text{ mm}, h_L \approx 81 \text{ mm}$$

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{4 \cdot 3} \text{ [cm}^3\text{]}$$

$$V = \frac{3^2 \cdot 3,14 \cdot 8}{4 \cdot 3} = 18,84 \text{ cm}^3$$

$$A_l = \frac{d \cdot \pi \cdot h_L}{2} \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$A_l = \frac{3 \cdot 3,14 \cdot 8,1}{2} = 38,151 \text{ cm}^2$$

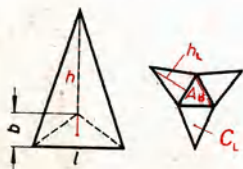
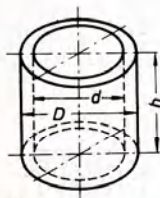
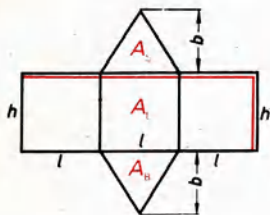
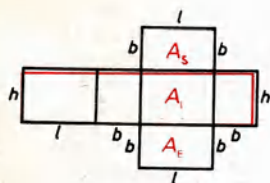
$$A_t = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} + \frac{d \cdot \pi \cdot h_L}{2} \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$A_t = \frac{3^2 \cdot 3,14}{4} + \frac{3 \cdot 3,14 \cdot 8,1}{2}$$

$$A_t = 7,065 + 38,151 = 45,216 \text{ cm}^2$$

Observación

Lo mismo que en el cálculo de superficies, en el de volúmenes hay que vigilar también que todas las magnitudes sean con la misma unidad (homogéneas)



Ejercicios

7.1 ¿Cuánto vale el volumen, superficie lateral y superficie total de un cubo de 8 cm de lado? (Unidad: cm³ y cm²).

7.2 Un prisma tiene las siguientes dimensiones: $l = 20 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$ y $h = 15 \text{ cm}$.

Calcular:

- El volumen en cm³ y en dm³
- Superficie lateral en cm² y en dm²
- Superficie total en cm² y dm²

7.3 Calcular el volumen, superficie lateral y superficie total de una columna triangular cuya base es un triángulo equilátero (los tres lados iguales). $l = 8,6 \text{ dm}$, $b = 6,4 \text{ dm}$, $h = 9,8 \text{ dm}$.

(Unidad: dm³ y cm³.)

7.4 Un cilindro tiene un diámetro de 12 cm y una altura de 30 cm.

- Calcular el volumen, la superficie lateral y la superficie total, en cm³ y dm³, y cm² y dm², respectivamente.
- Dibujar el desarrollo del cilindro.

7.5 Calcular el volumen de un tubo de acero de $D = 80 \text{ mm}$ y $d = 70 \text{ mm}$, y longitud de 2,4 m. (Unidad: cm³.)

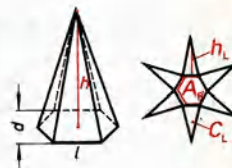
7.6 Una pirámide triangular cuya base es un triángulo equilátero tiene las siguientes dimensiones:

$$l = 8 \text{ dm}, b = 6,9 \text{ dm}, h = 12 \text{ dm}, h_L = 12,2 \text{ dm}.$$

Calcular:

- El volumen en dm³ y m³.
- La superficie lateral en dm² y m².
- La superficie total en dm² y m².

7.7 La cúpula de una iglesia representa una pirámide hexagonal. El lado del hexágono vale $l = 2,5$ m y la altura de cada cara $h_c = 15$ m. ¿Cuántos m^2 de chapa de cobre hacen falta para cubrirla previendo un 20% de desperdicio?

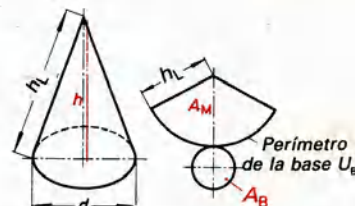


7.8 Un cono tiene las siguientes dimensiones:

$d = 75$ mm, $h = 120$ mm, $h_c \approx 126$ mm.

Calcular:

- El volumen en mm^3 y cm^3 .
- La superficie lateral en mm^2 y cm^2 .
- La superficie total en mm^2 y cm^2 .



7.9 Un depósito grande en forma de cilindro de base elíptica tiene las siguientes dimensiones: $D = 4,5$ m, $d = 2,7$ m, $h = 8$ m.

Calcular:

- Cabida en litros y hectolitros.
- Superficie total en m^2 .



7.10 ¿Cuántos m^2 de chapa de acero se necesitan para un recipiente abierto por arriba de 1400 mm de diámetro y 2,5 m de altura?

7.11 Un especialista tiene que pintar con minio 50 m de cuadrado de acero de 40×40 . ¿Cuántos kilogramos necesita si 200 gramos cubren 1 m^2 de superficie?

7.12 Un cilindro de freno tiene un diámetro de 60 mm. La carrera de su pistón es de 22 mm. ¿Cuántos cm^3 de líquido de frenos pasan al tubo de frenos?

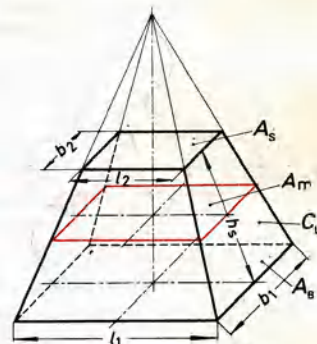
7.13 ¿Cuántos m^3 de fundición gris se necesitan para hacer una columna de 1,2 m de altura? El diámetro exterior es de 300 mm y el interior de 150 mm.

7.2 Cuerpos truncados, cuerpos esféricos, cuerpos anulares

Explicación

1. Cuerpos truncados

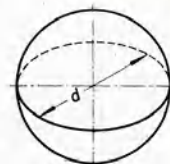
Si a una pirámide o un cono se le corta la punta por un plano paralelo a la base, el cuerpo resultante es una pirámide truncada o un cono truncado, respectivamente (tronco de pirámide, tronco de cono).



2. Cuerpo esférico

La esfera es el cuerpo engendrado por una circunferencia que gira alrededor de un diámetro (eje que pasa por su centro).

La esfera es un cuerpo en el cual todos los puntos de su superficie equidistan del centro (están a la misma distancia).



3. Cuerpos anulares

Los cuerpos anulares se llaman también cuerpos de rotación.

Los cuerpos de rotación resultan del giro de una sección dada alrededor de un eje.

Notaciones

$d = \emptyset$ de la esfera

$d_s = d_m = \emptyset$ al centro de gravedad = $\emptyset$ de la fibra neutra

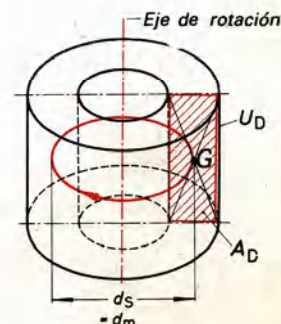
G = Centro de gravedad

A_D = Superficie de la sección del cuerpo de rotación

U_D = Perímetro de la sección de rotación

$d_D = \emptyset$ de la sección de rotación

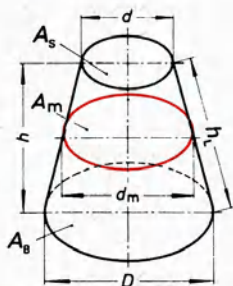
A_m = Superficie media del cuerpo truncado



Fórmula con ejemplo

1. Cuerpos truncados

Fórmula básica



Volumen $\approx$ Superficie media $\cdot$ Altura

$$V \approx A_m \cdot h$$

Exacto:

$$V = \frac{h}{6} \cdot (A_b + 4 \cdot A_m + A_s)$$

Superf lateral pirámide truncada

$$A_l = C_{l1} + C_{l2} + C_{l3} + \dots$$

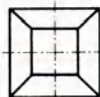
Superficie lateral cono truncado

$$A_l = d_m \cdot \pi \cdot h_l$$

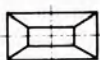
Superficie total = Base inferior + Base superior + Superficie lateral

$$A_t = A_b + A_s + A_l$$

Posibles bases



Cuadrado
 $\triangleq$ Pirámide cuadrada truncada



Rectángulo
 $\triangleq$ Pirámide rectangular truncada



Triángulo
 $\triangleq$ Pirámide triangular truncada



Círculo
 $\triangleq$ Cono truncado



Hexágono
 $\triangleq$ Pirámide hexagonal truncada



Elipse
 $\triangleq$ Tronco elíptico

Ejemplos:

Un cono truncado tiene $D = 40$ mm, $d = 20$ mm, $h = 40$ mm, $h_l = 41$ mm.

Calcular:

V en cm^3 , A_l en cm^2 , A_t en cm^2 .

$$V \approx \frac{d_m^2 \cdot \pi \cdot h}{4} [\text{cm}^3]$$

$$d_m = \frac{D + d}{2} = \frac{40 + 20}{2} = 30 \text{ mm}$$

$$V \approx \frac{30^2 \cdot 3,14 \cdot 40}{4} = 28,26 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{h}{6} \cdot \left(\frac{D^2 \cdot \pi}{4} + \frac{4 d_m^2 \cdot \pi}{4} + \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \right) [\text{cm}^3]$$

$$V = \frac{40}{6} \cdot \left(\frac{40^2 \cdot 3,14}{4} + \frac{4 \cdot 30^2 \cdot 3,14}{4} + \frac{20^2 \cdot 3,14}{4} \right)$$

$$V = \frac{40}{6} \cdot (12,56 + 28,26 + 3,14)$$

$$V = \frac{40}{6} \cdot 43,96 = 29,31 \text{ cm}^3$$

$$A_l = d_m \cdot \pi \cdot h_l [\text{cm}^2]$$

$$A_l = 30 \cdot 3,14 \cdot 41 = 38,622 \text{ cm}^2$$

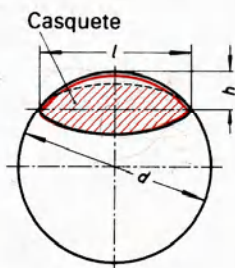
$$A_t = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} + \frac{d^2 \cdot \pi}{4} + d_m \cdot \pi \cdot h_l [\text{cm}^2]$$

$$A_t = \frac{40^2 \cdot \pi}{4} + \frac{20^2 \cdot \pi}{4} + 30 \cdot \pi \cdot 41$$

$$A_t = 12,56 + 3,14 + 38,622$$

$$A_t = 54,322 \text{ cm}^2$$

2. Cuerpos esféricos



Esfera:

$$V = \frac{d^3 \cdot \pi}{6}$$

$$A_t = d^2 \cdot \pi$$

Casquete

$$V = \pi \cdot h^2 \cdot \left(\frac{d}{2} - \frac{h}{3} \right)$$

$$A_l = d \cdot \pi \cdot h$$

Ejemplos:

Una esfera tiene $d = 40$ mm. Calcular V en mm^3 y A_t en mm^2 .

$$V = \frac{40^3 \cdot \pi}{6} = 33\,500 \text{ mm}^3$$

$$A_t = 40^2 \cdot \pi = 5027 \text{ mm}^2$$

Calcular V en mm^3 y A_l en mm^2 para un casquete de $d = 40$ mm y $h = 8$ mm.

$$V = 3,14 \cdot 8^2 \cdot \left(\frac{40}{2} - \frac{8}{3} \right) [\text{mm}^3]$$

$$V = 3482,64 \text{ mm}^3$$

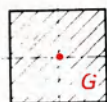
$$A_l = 40 \cdot 3,14 \cdot 8 = 1004,8 \text{ mm}^2$$

3. Cuerpos anulares (cuerpos de revolución o de rotación)

Fórmula básica:



Posibles bases:



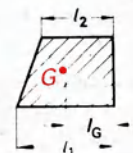
Cuadrado



Rectángulo



Triángulo

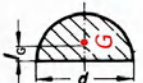


Trapezio

$$l_G = \frac{l_1^3 + l_1 \cdot l_2 + l_2^3}{3 \cdot (l_1 + l_2)}$$



Círculo



Semicírculo

$$l_G = 0,42 \cdot \frac{d}{2}$$

Ejemplos

Calcular el volumen y la superficie del cuerpo anular representado, en mm³ y mm², respectivamente.

$$D = 40 \text{ mm}, d = 20 \text{ mm}, d_D = 10 \text{ mm}$$

$$d_m = d_s = \frac{D + d}{2} = \frac{40 + 20}{2} = 30 \text{ mm}$$

$$V = \frac{d_D^2 \cdot \pi}{4} \cdot d_m \cdot \pi \text{ [mm}^3\text{]}$$

$$V = \frac{10^2 \cdot 3,14}{4} \cdot 30 \cdot 3,14$$

$$V = 78,5 \cdot 94,2 = \underline{7394,7 \text{ mm}^3}$$

$$A_l = d_D \cdot \pi \cdot d_m \cdot \pi \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$A_l = 10 \cdot 3,14 \cdot 30 \cdot 3,14$$

$$A_l = 31,4 \cdot 94,2 = \underline{2957,88 \text{ mm}^2}$$

Fibra neutra $\triangleq$
 $\triangleq$ Distancia centro gravedad
 Volumen = Sección transversal
 $\times$ Perímetro fibra neutra

$$V = A_D \cdot d_m \cdot \pi$$

Superficie total = Perímetro de
 la sección $\times$ Perímetro fibra
 neutra

$$A_l = U_D \cdot d_m \cdot \pi$$

Observación

1. A igualdad de diámetro y altura, la relación de volúmenes entre el cilindro, la esfera y el cono es 3 : 2 : 1
2. La fórmula $V = A_D \cdot d_m \cdot \pi$ se denomina regla de Guldin

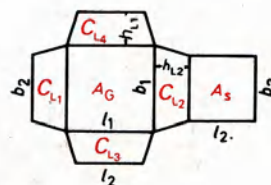
Ejercicios

7.14 Una pirámide rectangular truncada tiene las siguientes dimensiones:

$$\begin{aligned} l_1 &= 120 \text{ mm}, \\ l_2 &= 80 \text{ mm}, \\ b_1 &= 90 \text{ mm}, \\ b_2 &= 40 \text{ mm}, \\ h &= 45 \text{ mm}, \\ h_{l_1} &= 49,2 \text{ mm}, \\ h_{l_2} &= 51,5 \text{ mm} \end{aligned}$$

Calcular:

- a) El volumen en mm³ y cm³.
- b) La superficie lateral en mm² y cm².
- c) La superficie total en mm² y cm².

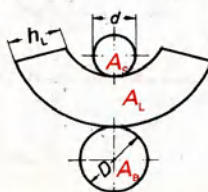


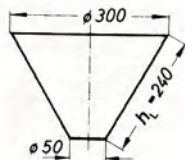
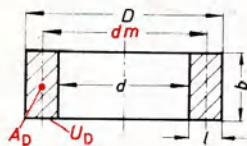
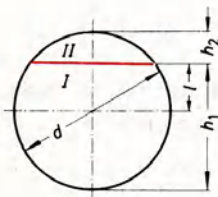
7.15 Un cono truncado tiene las siguientes dimensiones:

$$\begin{aligned} D &= 400 \text{ mm}, & d &= 300 \text{ mm}, \\ h &= 320 \text{ mm}, & h_l &= 324 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Calcular:

- a) El volumen en litros.
- b) La superficie lateral en dm².
- c) La superficie total en dm².





7.16 Una esfera tiene un diámetro de 30 cm.

Calcular:

- El volumen en cm^3 .
- La superficie en cm^2 .

7.17 Una esfera de diámetro 80 mm se corta por un plano a $l = 25$ mm del centro (ver el dibujo).

Calcular:

- El volumen en mm^3 del casquete I.
- El volumen en mm^3 del casquete II.
- El volumen en mm^3 de la esfera.

7.18 Calcular el volumen y la superficie total del cuerpo anular representado, en cm^3 y cm^2 , respectivamente.

$$D = 60 \text{ mm}, d = 40 \text{ mm},$$

$$l = 10 \text{ mm}, b = 20 \text{ mm}$$

7.19 Hay que hacer 15 embudos según se representa en la figura. Calcular en m^2 la chapa necesaria previendo un exceso del 20% por los cortes.

7.20 Un tejado hemisférico (media esfera) hay que cubrirlo con chapa de cobre. El diámetro de ese tejado (o cúpula) es de 14 m. ¿Cuántas planchas de cobre hacen falta si cada una tiene $0,5 \text{ m}^2$ de superficie y se prevé un 12% más para los cortes?

7.21 Una lata de aceite de forma troncocónica tiene un diámetro mayor $D = 12 \text{ cm}$, un diámetro menor $d = 4 \text{ cm}$ y una altura de 32 cm. Calcular su volumen en litros.

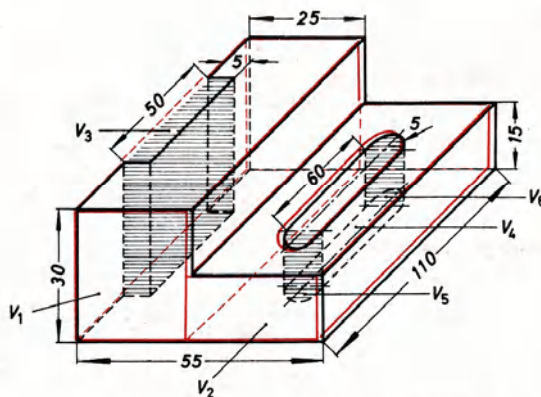
7.3 Cuerpos compuestos

Explicación

Los cuerpos compuestos son los formados, por lo general, por otros de forma regular, homogéneos, puntiagudos, truncados, anulares o esféricos.

A menudo los cuerpos compuestos tienen también orificios, lumbreras, ranuras y fre-sados (o rebajes) especiales. (ver dibujo).

Notaciones



Cuerpo compuesto

Volumen total = V
 Volumen parcial = V_1
 Volumen parcial = V_2
 Volumen parcial = V_3
 Volumen parcial = V_4
 Volumen parcial = V_5
 Volumen parcial = V_6
 Volumen parcial = V_7
 etc.

Cálculo con ejemplo

Para el cálculo de cuerpos compuestos se pueden seguir los siguientes pasos:

1. Descomposición del cuerpo compuesto en otros parciales regulares.

2. Aplicación de las fórmulas para el cálculo de los volúmenes parciales.

3. Determinación de la fórmula general a partir de las correspondientes a los volúmenes parciales.

Observación: En la fórmula general hay que tener presente los signos (suma o resta).

4. Aplicación de los valores numéricos.

Observación: En caso de no indicar ninguna unidad de medida, se elige la más conveniente.

5. Cálculo de los resultados parciales de las operaciones particulares dentro de paréntesis.

6. Resultado de las operaciones parciales, valor final subrayado.

Calcular el volumen total en cm^3 de la pieza representada.

1. Volumen parcial $V_1 = \text{Prisma}$
Volumen parcial $V_2 = \text{Prisma}$
Volumen parcial $V_3 = \text{Prisma}$
Volumen parcial $V_4 = \text{Prisma}$
Volumen parcial $V_5 = \text{Medio cilindro}$
Volumen parcial $V_6 = \text{Medio cilindro}$

$$\begin{aligned} 2. \text{ Prisma} &= l \cdot b \cdot h \\ \text{Medio cilindro} &= \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{4 \cdot 2} \\ \text{Cilindro} &= \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h \cdot 2}{4 \cdot 2} \\ &= \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{2} \end{aligned}$$

(2 medios cilindros)

$$\begin{aligned} 3. V &= V_1 + V_2 - (V_3 + V_4 + V_5 + V_6) \\ &= l_1 \cdot b_1 \cdot h_1 + l_2 \cdot b_2 \cdot h_2 \\ &\quad - \left(l_3 \cdot b_3 \cdot h_3 + l_4 \cdot b_4 \cdot h_4 + \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{4} \right) \end{aligned}$$

$$4. V = 2,5 \cdot 11 \cdot 3 + 3 \cdot 11 \cdot 1,5 - \left(5 \cdot 0,5 \cdot 3 + 1 \cdot 6 \cdot 1,5 + \frac{1 \cdot 3,14 \cdot 1,5}{4} \right) [\text{cm}^3]$$

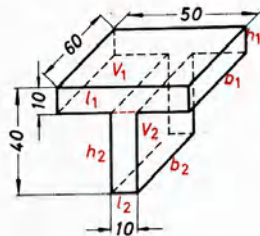
$$5. V = 82,5 + 49,5 - (7,5 + 9 + 1,18) [\text{cm}^3]$$

$$6. V = 132 - 17,68 [\text{cm}^3] \\ V = \underline{114,32 \text{ cm}^3}$$

Observaciones

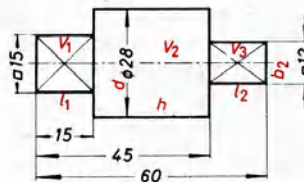
1. Para el cálculo de cuerpos compuestos a menudo hay distintas posibilidades. En cada caso hay que buscar la más conveniente.
2. Si en lugar de la perspectiva se da el plano del cuerpo, por interpretación del mismo se determinan sus volúmenes parciales.

Ejercicios



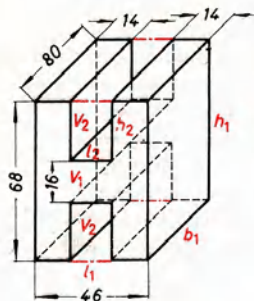
7.22 En el hierro en T representado calcular:

- a) El volumen en cm^3 .
- b) La superficie total en cm^2 y dm^2 .



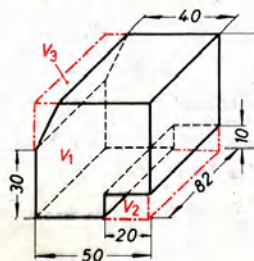
7.23 En un redondo de 28 mm de $\varnothing$ y 60 mm de largo hay que limar en cada extremo un cuadrado.

- a) Calcular en mm^3 el volumen del cuerpo acabado.
- b) ¿Cuánto material se pierde, en mm^3 y en %?

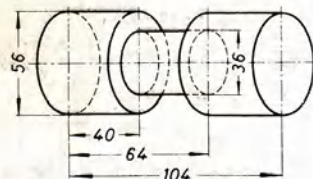


7.24 El dibujo muestra un perfil en H.

- Calcular su volumen en mm^3 , cm^3 , dm^3 y m^3 .
- La superficie total en mm^2 , cm^2 , dm^2 y m^2 .

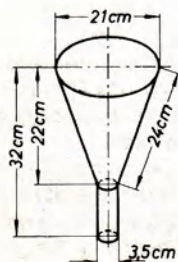
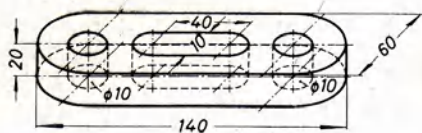


- Calcular el volumen en dm^3 del cuerpo compuesto.
- El cuerpo se obtiene de un trozo de acero de $52 \times 52 \times 85$ mm. ¿Cuánto material se pierde en dm^3 y en %?



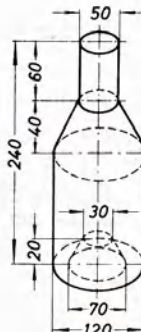
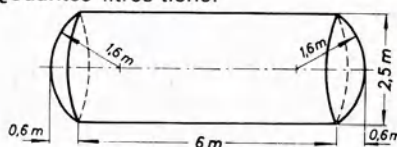
7.26 Calcular el volumen en mm^3 del cuerpo de rotación.

7.27 ¿Cuál es en cm^3 el volumen del cuerpo dibujado?



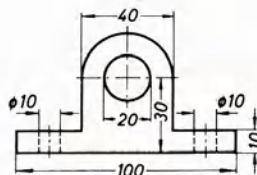
- ¿Cuántos cm^3 y litros caben en el embudo?
- ¿Cuántos cm^2 y m^2 de chapa se necesitan para hacer el embudo previendo un 14% más para los cortes?

7.29 El depósito de combustible está al 80% lleno. ¿Cuántos litros tiene?

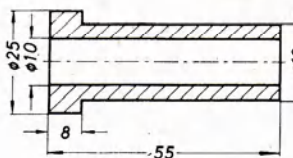


7.30 El frasco del dibujo contiene agua destilada.

- ¿Cuántos litros le caben llenándolo del todo?
- El frasco está $\frac{2}{3}$ vacío. ¿Cuántos litros quedan?
- ¿Qué tanto por ciento representa eso?



7.31 Calcular el volumen del soporte rectangular de cojinete, en mm^3 , cm^3 , dm^3 y m^3 . El ancho del soporte es de 40 mm.



7.32 Calcular en mm^3 el volumen del casquillo representado.

8 Operaciones algebraicas

8.1 Reglas fundamentales de las operaciones algebraicas

Explicación

Entre las clases de números hay:

1. Números determinados

Números enteros

1; 2; 4; 7

concreto

2 DM; 3 N

abstracto

6; 8; 9

Números fraccionarios

$\frac{1}{2}$; $\frac{3}{7}$; 0,5; 2,7

concreto

$\frac{1}{2}$ kg; $\frac{3}{4}$ m

abstracto

$\frac{1}{8}$; $\frac{2}{7}$; 0,8

2. Números indeterminados (generales)

Letras del alfabeto

a ; b ; c ... A ; B ; C ... α ; β ; γ ...

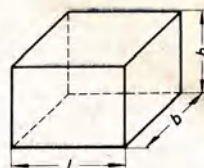
Los números determinados tienen valores concretos. Los indeterminados, valores arbitrarios.

Las operaciones algebraicas son cálculos con números generales (letras).

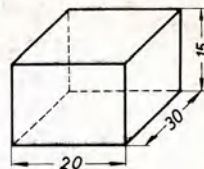
La fórmula para la determinación del volumen de un prisma es $V = l \cdot b \cdot h$. Por medio de esta fórmula con números generales se pueden aplicar los valores concretos para calcular un prisma concreto. $V = 20 \cdot 30 \cdot 15$ (mm³).

Por ello se hace primero la determinación con números generales y luego, para el cálculo, se aplican los valores determinados.

Dimensión de las aristas con números generales.



Dimensión de las aristas con números determinados.



Los números generales (letras) figuran en lugar de los determinados. Pueden siempre substituirse por números determinados.

Notaciones

En los cálculos técnicos no se toman arbitrariamente las letras del alfabeto, sino según las prescripciones DIN (DIN, hojas 1304, 1305 y 1940). Conforme a ello se dan como ejemplo las siguientes letras para magnitudes concretas de cálculo:

A = Superficie (área)	P = Potencia	l = Longitud (largo)	d = Diámetro
F = Fuerza	V = Volumen	b = Anchura (ancho)	ϵ = Relación de compresión
W = Trabajo	G = Peso	h = Altura (alto)	α , β = Ángulos

Ejemplo: $3l = 3 \cdot l = 3$ veces la longitud

Coeficiente

Letra (número indeterminado)

Por lo general se suprime el signo de multiplicar entre el coeficiente (3 en este caso) y el número general (l en este caso).

Cálculo con ejemplo

1. Adición y sustracción

- a) En la adición y sustracción sólo se suman o restan los coeficientes.
- b) Sólo pueden sumarse o restarse magnitudes homogéneas (letras iguales).
- c) Si se trabaja con varias letras (expresiones con varios términos), se pueden ordenar alfabéticamente.

$$4a + 7a = 11a$$

$$7x - 3x = 4x$$

$$3b + 6b = 9b$$

$$8c - 4d = \text{No pueden restarse}$$

$$\begin{aligned} 3a + 7c + 4d + 4a - 6c - 2d \\ = 3a + 4a + 7c - 6c + 4d - 2d \\ = 7a + 1c + 2d \\ = \underline{7a + c + 2d} \end{aligned}$$

2. Multiplicación

- a) En la multiplicación se multiplican entre sí los coeficientes de las mismas letras y a continuación se escriben éstas en orden alfabético.
- b) Si un número determinado o general multiplica un paréntesis, se multiplican por él todos los términos del paréntesis.

$$15a \cdot 3b \cdot 2c = \underline{90abc}$$

$$3x \cdot 4y = \underline{12xy}$$

$$3a \cdot 7 = \underline{21a}$$

$$2 \cdot (a + b) = \underline{2a + 2b}$$

$$3a \cdot (7a + 2b) = \underline{21a^2 + 6ab}$$

3. División

En la división se anulan con una raya inclinada las letras iguales y los coeficientes se anulan o se simplifican dividiéndolos.

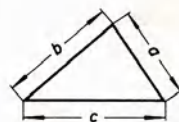
$$\begin{array}{r|l} 24a : 3 & 3 \\ \hline 8 & \cancel{3}a^{\cancel{2}}b^{\cancel{1}}c^{\cancel{1}} \\ \hline \cancel{24}a & \cancel{3}a^{\cancel{1}}b^{\cancel{1}}c^{\cancel{1}} \\ \hline \cancel{3}1 & 1 \\ \hline & 3a \end{array}$$

Observación

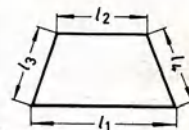
- Una letra sin coeficiente es que lleva el coeficiente 1.
- Para las operaciones algebraicas son también válidas las reglas sobre cálculos con puntos, rayas y paréntesis (1.2).

Ejercicios

8.1 a) Escribir con números generales la fórmula para determinar el perímetro de un triángulo. b) Calcular el perímetro de un triángulo concreto con $a = 3$ cm, $b = 2,5$ cm y $c = 4$ cm aplicando estos valores en la fórmula general.



8.2 a) Escribir con números generales la fórmula para determinar el perímetro de un trapecio. b) Calcular el perímetro del trapecio si $l_1 = 78$ mm, $l_2 = 48$ mm, $l_3 = 42$ mm y $l_4 = 40$ mm.



8.3 Con números indeterminados

- $a + b \rightarrow$ indica una suma
 $a - b \rightarrow$ indica una diferencia
 $a \cdot b \rightarrow$ indica un producto
 $\frac{a}{b} \rightarrow$ indica un cociente

Substituir a y b por los siguientes números y efectuar la suma, la diferencia, el producto y el cociente.

a) $a = 6$; $b = 4$

b) $a = 2,5$; $b = 1,2$

c) $a = \frac{3}{4}$; $b = \frac{1}{2}$

d) $a = 1\frac{2}{3}$; $b = \frac{1}{6}$

8.4 a) $3x + 2y - 5z = ?$

c) $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} - \frac{z}{2} = ?$

b) $9x - 4y + 2z = ?$

Substituir los números generales por los siguientes determinados y efectuar los tres ejercicios de arriba.

$$x = 8,5; \quad y = \frac{1}{4}; \quad z = 2,5$$

8.5 Sumar y restar los siguientes números.

a) $6a + 3a + 2a - a$

d) $14 \text{ Nm} - 2 \text{ N} + 16 \text{ N} - 3,5 \text{ Nm}$

b) $8,2b - 3,5b + b - 2,4b$

e) $2\frac{1}{3}mx - \frac{1}{9}ay + 1\frac{3}{5}mx + 8\frac{2}{15}ay$

c) $1\frac{1}{2}y + \frac{1}{8}y - 1\frac{1}{4}y + y$

8.6 Multiplicar los siguientes números.

a) $4a \cdot 3b \cdot c$

b) $3 \cdot 6a \cdot 4b$

c) $0,3x \cdot 2,7y \cdot 9,4z$

d) $x \cdot 4x \cdot 3x \cdot 2$

e) $\frac{1}{2}a \cdot \frac{4}{9}b \cdot c$

f) $4,2m \cdot 2,9m \cdot 26m$

8.7 Dividir los siguientes números.

a) $\frac{6ab}{3a}$

b) $\frac{2,8xy}{1,4y}$

c) $\frac{18a^2 \cdot 4b \cdot 3}{9 \cdot 12b \cdot a}$

d) $\frac{a^2 \cdot 12b \cdot c}{a \cdot b}$

e) $\frac{16m \cdot 4m^2}{2m \cdot 0,5}$

f) $\frac{2,5 \text{ Nm} \cdot 6,3 \text{ N} \cdot 12}{4,5 \text{ m} \cdot \text{N}}$

g) $\frac{7a \cdot 12x}{4y \cdot 3ab}$

8.8 Resolver los siguientes ejercicios.

a) $3x \cdot 2 + 7x \cdot 4y$

d) $3x \cdot (4x + 2)$

b) $1\frac{1}{5} \text{ N} \cdot m - \frac{1}{2} \text{ N} \cdot 0,4 \text{ m}$

e) $xy(8 + x)$

c) $2 \text{ kg} \cdot 2,5 - 4 \text{ kg} \cdot \frac{1}{4}$

f) $a^2(3 + a)$

g) $8 \cdot (4z + x + y)$

8.9 a) Calcular en números generales el perímetro de la chapa A

b) Averiguar el perímetro de la chapa con números determinados, si $l = 20 \text{ mm}$.

8.10 a) ¿Cuál es la superficie de la chapa B en números generales?

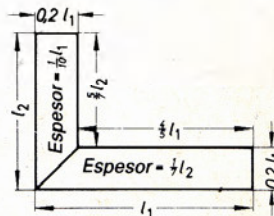
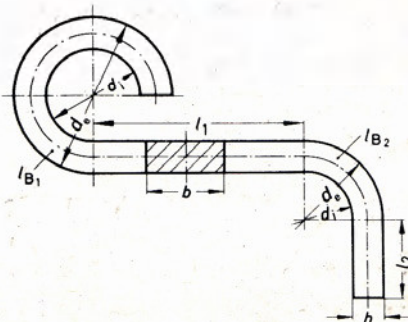
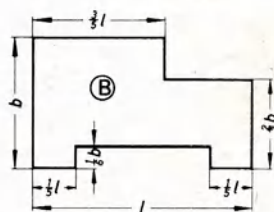
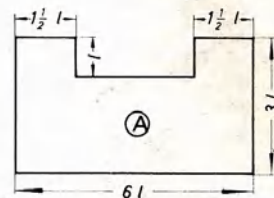
b) Calcular la superficie de la chapa con números determinados para $l = 15 \text{ cm}$ y $b = 9 \text{ cm}$.

8.11 a) Determinar el volumen del ángulo de acero en números generales.

b) ¿Cuál es el volumen en mm^3 si $l_1 = 100 \text{ mm}$ y $l_2 = 70 \text{ mm}$?

8.12 a) Calcular la longitud total l_a en números generales (ver 5.2). b) ¿Cuál es el volumen en cm^3 de la chapa curvada representada?

$$d_e = 32 \text{ mm}, \quad d_i = 24 \text{ mm}, \quad l_1 = 45 \text{ mm}, \quad l_2 = 15 \text{ mm}, \quad b = 15 \text{ mm}, \quad h = 4 \text{ mm}.$$



8.2 Transposición de fórmulas

Explicación

Toda fórmula es fundamentalmente una ecuación. Siempre que aparezca el signo igual, se trata de una ecuación (por ejemplo, $A = l \cdot b$).

Una fórmula o ecuación consta de dos miembros:

1. Lo que hay que averiguar (A)
2. Los valores conocidos ($l \cdot b$)

Una fórmula (ecuación) tiene siempre:

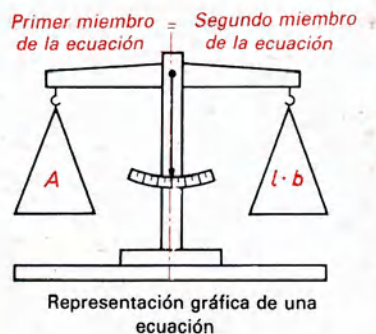
1. Una o más magnitudes conocidas (l y b) (datos)
2. Una magnitud desconocida que hay que averiguar (A) (incógnita)

La fórmula (ecuación) suele disponerse de modo que la incógnita (A) quede sola en el primer miembro; sólo así se puede calcular. Si este no es el caso (como si en la fórmula $A = l \cdot b$ la incógnita fuera la letra l) hay que transponer la fórmula para que la incógnita quede sola en el primer miembro.

A la preparación de la ecuación para *despejar* la incógnita se le llama **transposición**.

La incógnita en una ecuación se suele representar por la letra x .

Notaciones



Las fórmulas o ecuaciones constan de tres partes:

1. Primer miembro de la ecuación (A)
2. Segundo miembro de la ecuación ($l \cdot b$)
3. Signo igual ($=$)

La fórmula se puede comparar con una balanza, pues su primer miembro (el de la izquierda) es siempre igual al segundo (el de la derecha).

Cálculo con ejemplo

a) Reglas para la transposición de fórmulas:

1ª regla: En la transposición de ecuaciones (fórmulas), igual que en la balanza, debe mantenerse la igualdad. Por lo tanto, en el primer miembro tienen que producirse las mismas modificaciones que en el segundo.

Números determinados	Números generales
$80 = 4 \cdot 20$ $80 + 4 = 4 \cdot 20 + 4$ $84 = 84$ $80 - 4 = 4 \cdot 20 - 4$ $76 = 76$ $80 \cdot 4 = 4 \cdot 20 \cdot 4$ $320 = 320$ $\frac{80}{4} = \frac{4 \cdot 20}{4}$ $20 = 20$	$A = l \cdot b$ $A + 4 = l \cdot b + 4$ $A - 4 = l \cdot b - 4$ $A \cdot 4 = l \cdot b \cdot 4$ $\frac{A}{4} = \frac{l \cdot b}{4}$

2ª regla: Se pueden permutar los miembros de una fórmula sin que por ello se altere la igualdad. Esta operación se denomina permutación de miembros.

$$\begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} 4 \\ 20 \end{array}} \xrightarrow{l \cdot b} = A \xrightarrow{80} \\ \hline 80 = 4 \cdot 20 \\ 4 \cdot 20 = 80 \end{array} \quad \begin{array}{c} A = l \cdot b \\ l \cdot b = A \end{array}$$

3ª regla: Al pasar un número de un miembro a otro se le cambia el signo.

$$\begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} x \\ 12 \end{array}} \xrightarrow{x+a} = b \xrightarrow{20} \\ \hline (x = \text{Incógnita}) \\ x + 12 = 20 \\ x + \cancel{12} - \cancel{12} = 20 - 12 \\ x = \underline{8} \end{array} \quad \begin{array}{c} x + a = b \\ x + \cancel{a} - \cancel{a} = b - a \\ x = \underline{b - a} \end{array}$$

de + pasa a -

$$\begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} x \\ 8 \end{array}} \xrightarrow{x-y} = z \xrightarrow{10} \\ \hline (x = \text{Incógnita}) \\ x - 8 = 10 \\ x - \cancel{8} + \cancel{8} = 10 + 8 \\ x = \underline{18} \end{array} \quad \begin{array}{c} x - y = z \\ x - \cancel{y} + \cancel{y} = z + y \\ x = \underline{z + y} \end{array}$$

de - pasa a +

$$\begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} x \\ 5 \end{array}} \xrightarrow{l \cdot b} = A \xrightarrow{10} \\ \hline (l = x = \text{Incógnita}) \\ x \cdot 5 = 10 \\ \frac{x \cdot \cancel{5}}{\cancel{5}} = \frac{10}{5} \\ x = \underline{2} \end{array} \quad \begin{array}{c} l \cdot b = A \\ \frac{l \cdot \cancel{b}}{\cancel{b}} = \frac{A}{b} \\ l = \underline{\frac{A}{b}} \end{array}$$

de · pasa a :

$$\begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} x \\ 4 \end{array}} \xrightarrow{\frac{U}{\pi}} = d \xrightarrow{8} \\ \hline (U = x = \text{Incógnita}) \\ \frac{x}{4} = 8 \\ \frac{x \cdot \cancel{4}}{\cancel{4}} = 8 \cdot 4 \\ x = \underline{32} \end{array} \quad \begin{array}{c} \frac{U}{\pi} = d \\ \frac{U \cdot \cancel{\pi}}{\cancel{\pi}} = d \cdot \pi \\ U = \underline{d \cdot \pi} \end{array}$$

de : pasa a ·

b) Utilización de las reglas de transposición de fórmulas:

Los siguientes pasos se prestan para la transposición de fórmulas: Un cilindro tiene volu-

men de 628 cm³. Su diámetro es de 10 cm. Calcular su altura en cm.

1º paso:

Buscar la fórmula fundamental

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{4} \text{ [cm}^3\text{]}$$

2º paso:

Localizar y marcar la incógnita

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{4} \text{ [cm}^3\text{]}$$

3º paso:

Si es el caso, eliminar fracciones

$$4 \cdot V = d^2 \cdot \pi \cdot h$$

4º paso:

Pasar al primer miembro la incógnita (transposición)

$$d^2 \cdot \pi \cdot h = 4 \cdot V$$

5º paso:

Despejar la incógnita (dejarla sola)

$$\frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{d^2 \cdot \pi} = \frac{4 \cdot V}{d^2 \cdot \pi}$$

$$h = \frac{4 \cdot V}{d^2 \cdot \pi}$$

6º paso:

Substituir por números

$$h = \frac{4 \cdot 628}{10^2 \cdot 3.14} \left[\frac{\text{cm}^3}{\text{cm}^2} \right]$$

7º paso:

Efectuar operaciones y subrayar la solución con denominación (magnitud)

$$h = \underline{8 \text{ cm}}$$

Observación

La transposición de la fórmula es a menudo la condición para el cálculo correcto de un problema.

Ejercicios

8.13 Calcular las incógnitas x e y, respectivamente.

a) $x + 4 = 10$ b) $15 = 3x + 6$ c) $4 + 3x = 7$

d) $4x - 2 = 12$ e) $\frac{1}{2}x = 4$ f) $0,5 = 1,5x + 0,5$

g) $\frac{5}{x} + 2 = 10$ h) $\frac{x}{6} - 2,5 = 8,5$ i) $y \cdot 4 = a$

j) $a + b = y + c$ k) $y \cdot \frac{3}{5}a = \frac{1}{6}a^2$ l) $\frac{4}{7} - a = 4y$

8.14 Transponer las siguientes fórmulas para todas las magnitudes. (Entre paréntesis se indica el capítulo en el cual se tratan las fórmulas).

a) $z_M = M \cdot N_M$ (5.1) b) $t = \frac{I_G}{n + 1}$ (5.1)

c) $s = d \cdot M$ (5.1) d) $I_A = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360^\circ}$ (4.2)

e) $I_R = d_m \cdot \pi \cdot (i + 2)$ (5.2) f) $d_w = 0,8 \cdot d_i$ (5.2)

8.15 Buscar en el capítulo 6.1 las fórmulas para A de las siguientes superficies y transponerlas para todas las magnitudes.

- a) Cuadrado
d) Triángulo
g) Polígono

- b) Rectángulo
e) Círculo
h) Elipse

- c) Trapecio
f) Corona circular
i) Sector circular

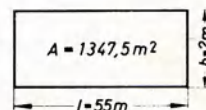
8.16 Buscar en el capítulo 7.1 las fórmulas para V de los siguientes cuerpos y transponerlas para todas las magnitudes.

- | | |
|-------------|-----------------------|
| a) Cubo | b) Prisma |
| c) Cilindro | d) Pirámide cuadrada |
| e) Cono | f) Pirámide hexagonal |

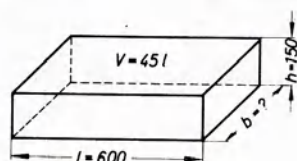
8.17 Transponer las siguientes fórmulas (ver sección 7.2) para todas las magnitudes.

- | | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| a) $V = A_m \cdot h$ | b) $A_L = d_m \cdot \pi \cdot h_L$ |
| c) $A_m = \frac{A_b + A_s}{2}$ | d) $A_L = d^2 \cdot \pi$ |
| e) $V = A_D \cdot d_m \cdot \pi$ | f) $A_L = U_D \cdot d_m \cdot \pi$ |

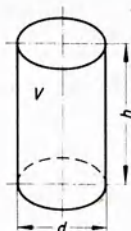
8.18 Un maestro necesita para la construcción de un taller de $1347,5 \text{ m}^2$ un terreno que tiene 55 m de largo. ¿Qué ancho ha de tener?



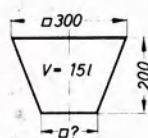
8.19 Un recipiente tiene una longitud de 600 mm . Su altura, por razones de construcción no puede ser más que 150 mm . ¿Qué ancho ha de tener para que su cabida sea de 45 l ?



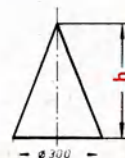
8.19



8.20-8.21



8.22



8.23

9 Cálculo de masas

Masa (peso), densidad, peso fuerza (fuerza pesante)

Explicación

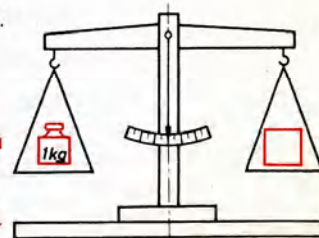
La masa (cantidad de materia) de un cuerpo depende de su volumen y su densidad.

1. Masa (ver también 4.3)

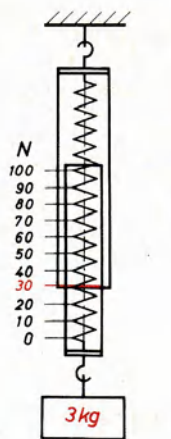
Todo cuerpo está formado por una cantidad determinada de materia, que se denomina masa.

1 kg es la masa del kilogramo patrón de Paris (1 kg = 1 dm³ de agua pura a 4°C).

La medición de la masa se hace con una balanza. Si la balanza está en equilibrio (cruz de la balanza horizontal), el cuerpo y las pesas tienen la misma masa.



Medición de la masa con la balanza



Atracción terrestre

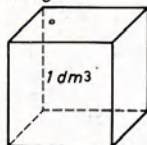
Medición del peso en el dinamómetro

La masa de los cuerpos suele darse en la vida corriente y, sobre todo, en el comercio, como peso. Así pues, masa y peso son lo mismo prácticamente.

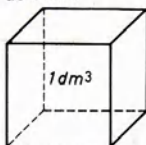
Por peso (como fuerza) se entiende la fuerza con que una masa es presionada (o atraída) contra su base por la atracción terrestre.

2. Densidad

1 kg de masa de agua



7,85 kg de masa de acero



Por la densidad se relacionan entre sí la masa y el volumen.

La densidad da la cantidad de masa por unidad de volumen.

Por ejemplo: 1 dm³ de agua tiene 1 kg de masa, luego, densidad $1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

1 dm³ de acero tiene 7,85 kg de masa, luego, densidad, $7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

Notaciones

$m(G)$ = Masa (peso) [t, kg, g]
 V = Volumen [m^3 , dm^3 , cm^3]
 F_G = Fuerza (pesante) [N]

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$ Aceleración de la gravedad

ρ (se lee ro) = Densidad $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$

Unidades de densidad						
$\frac{\text{t}}{\text{m}^3}$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$	$\frac{\text{kg}}{\text{l}}$	$\frac{\text{g}}{\text{l}}$	$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	$\frac{\text{g}}{\text{ml}}$

$$1 \text{ t/m}^3 = 1 \text{ kg/l} = 1 \text{ g/ml}$$

$$1 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ g/l}$$

Fórmula con ejemplo

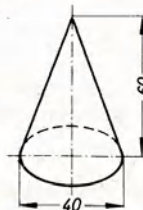
1. Cálculo de la masa (peso)

Masa = Volumen · Densidad

$$m = V \cdot \rho \text{ [kg]}$$

o bien, con G:

$$G = V \cdot \rho \text{ [kg]}$$



Calcular la cantidad de materia del cono en kg ($\rho = 7,25 \text{ kg/dm}^3$).

$$m = V \cdot \rho \text{ [kg]}$$

$$m = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{4 \cdot 3} \cdot \rho$$

$$m = \frac{0,4^2 \cdot 3,14 \cdot 0,6}{4 \cdot 3} \cdot 7,25$$

$$m = \underline{0,182 \text{ kg}}$$

2. Cálculo de la fuerza (pesante) (Ver también 4.3)

Según se vio en 4.3:

Fuerza = Masa · Aceleración

Calcular la fuerza (pesante) del cono antes hallado
($m = 0,182 \text{ kg}$).

$$F_G = m \cdot g \text{ [N]}$$

$$F_G = 0,182 \cdot 9,81$$

$$F_G = \underline{1,785 \text{ N}}$$

$$F_G = m \cdot g \text{ [kg} \cdot \text{m/s}^2 \text{ o N]}$$

Observación

Las sustancias gaseosas tienen igualmente masa y densidad. La densidad en ellas es la que corresponde a un volumen de 1 m^3 a 0°C de temperatura y presión de 1 bar.

Tabla de densidades de algunas sustancias (sin indicación de la temperatura)

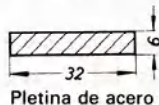
Cuerpos sólidos	$\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$	Cuerpos líquidos	$\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$	Cuerpos gaseosos	$\frac{\text{kg}}{\text{Nm}^3}$
Aluminio	2,7	Éter	0,73	Acetileno	1,71
Plomo	11,3	Alcohol	0,79	Amoníaco	0,77
Bronce	8,7	Gasolina	0,68—0,81	Gas alto horno	1,28
Cromo	7,1	Benceno	0,87—0,89	Monóxido carbono	1,75
Hierro	7,86	Diesel	0,86	Dióxido carbono	1,98
Oro	19,36	Glicerina	1,13—1,26	Gas alumbrado	0,61
Fundición gris	7,25	Ácido carbónico	0,94	Aire	1,29
Cobre	8,8	Petróleo	0,81	Propano	2,02
Latón	8,5	Aceite mineral	0,9—0,92	Oxígeno	1,43
Platino	21,3	Mercurio	13,95	Nitrógeno	1,25
Acero	7,85	Agua	1,0	Hidrógeno	0,09
Tungsteno	19,1			Vapor de agua	0,78
Cinc	7,2				

Ejercicios

1. Masa (peso)

9.1 Transponer la fórmula para el cálculo de la masa (cantidad de materia), $m = V \cdot \rho$, despejando V y ρ , respectivamente.

9.2 Calcular en kg la masa de 3,25 m de la pletina de acero del dibujo ($\rho = 7,85$)



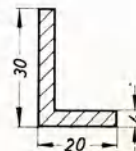
9.3 Un redondo de acero tiene 4,65 m de longitud y una densidad $\rho = 7,85$. ¿Cuál es su cantidad de materia en kg?



Redondo de acero

9.4 Un perfil de aluminio en ángulo tiene una masa de 2,484 kg y una densidad de $2,7 \text{ kg/dm}^3$.

- a) ¿Cuál es su volumen en dm^3 ?
b) ¿Cuántos m tiene de largo?



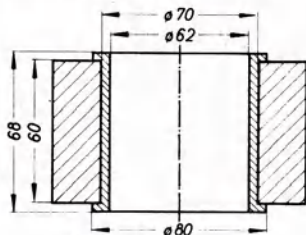
Ángulo de aluminio



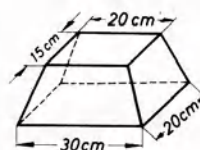
9.5 El casquillo del dibujo tiene las siguientes dimensiones:

$$\begin{aligned} D &= 28 \text{ mm} \\ d &= 20 \text{ mm} \\ h &= 50 \text{ mm} \end{aligned}$$

- a) Calcular su volumen en cm^3 y dm^3 .
b) Sabiendo que su masa es de 0,1281 kg y mediante la densidad que resulte, averiguar de qué material está hecho.

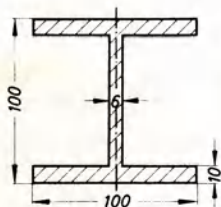


9.6 Se recubren de metal blanco 5 cojinetes. ¿Cuántos g y kg de metal blanco hacen falta si la densidad de éste es de $7,5 \text{ kg/dm}^3$?



9.7 La base de bronce del dibujo tiene 15 cm de altura. ¿Cuántos kg de bronce hacen falta para fundir esa base? ($\rho = 8,7 \text{ kg/dm}^3$)

9.8 Calcular la masa de 4800 litros de aire y 2900 litros de oxígeno a la presión de 1 bar. (Tomar las densidades de la tabla.)

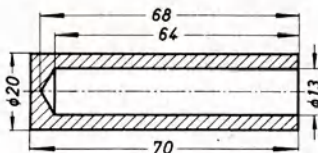


2. Fuerza (pesante)

9.9 La viga de doble T tiene una longitud de 2,5 m. ¿Con qué fuerza presiona en su apoyo si su densidad es de $7,85 \text{ kg/dm}^3$?

9.10 Transponer la fórmula para el cálculo de la fuerza (pesante) $F_G = m \cdot g$, despejando m y g , respectivamente.

9.11 Calcular el peso del bulón en N si $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$.



9.12 Un camión ha cargado 10 chapas de 2000 mm de largo por 1000 mm de ancho y 4 mm de espesor.

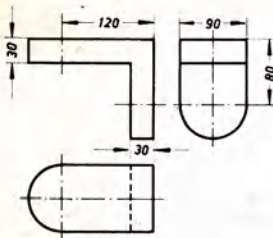
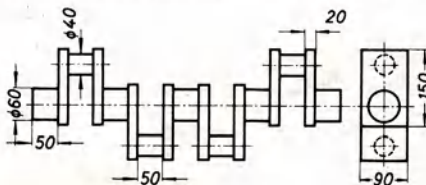
- a) ¿Cuánta es la masa cargada en kg? ($\rho = 7,8 \text{ kg/dm}^3$)
b) ¿Con qué peso carga o fuerza actúa esa cantidad de materia sobre el suelo de la caja del camión?

9.13 Calcular la masa y el peso del ángulo dibujado, de acero, si $\rho = 7,85 \text{ kg/dm}^3$.

9.14 Un tubo de acero tiene una densidad $\rho = 8,1 \text{ kg/dm}^3$ y otro de aluminio una densidad $\rho_{Al} = 2,7 \text{ kg/dm}^3$.

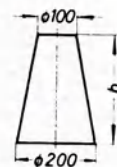
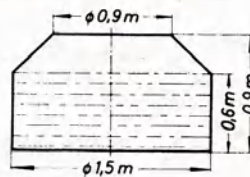
- a) ¿En qué relación de masa están el tubo de acero y el de aluminio a igualdad de dimensiones?
b) ¿Cuánto más pesado es el tubo de acero que el de aluminio y qué % representa?

9.15 ¿Cuántos N se necesitan para levantar el cigüeñal del dibujo? ($\rho = 7,25 \text{ kg/dm}^3$).



9.16 El recipiente representado está lleno de diesel.

- ¿Cuántos litros le caben?
- ¿Cuánto pesa el recipiente lleno? (Prescindir del peso en vacío.)



9.17 La masa de aceite del recipiente troncocónico es de 5,46 kg y la densidad de ese aceite $\rho = 0,91 \text{ kg/dm}^3$.

- ¿Cuántos litros caben en el recipiente?
- ¿Qué altura tiene? (Se prescinde del peso propio del recipiente.)

10 | Fuerzas

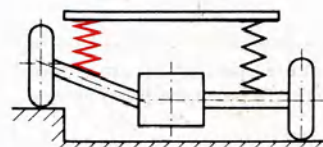
Definición, representación, composición, descomposición

Explicación

1. Definición de fuerza (Ver también 4.3):

Fuerza es la causa de la deformación o variación de movimiento de un cuerpo.

La unidad de fuerza es el newton.



Deformación del muelle

2. Representación de fuerzas:

Una fuerza se representa gráficamente como una flecha.

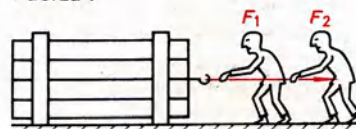


Fuerza F

3. Composición de fuerzas:

a) Dos o más fuerzas actúan:

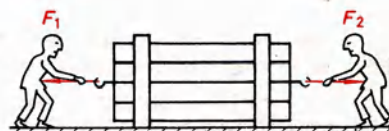
- sobre la misma recta (línea de acción)
- en el mismo sentido



Suma de fuerzas

b) Dos o más fuerzas actúan:

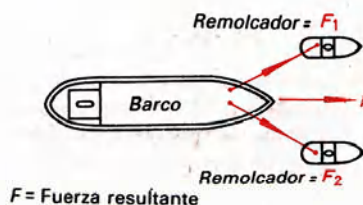
- sobre la misma recta (línea de acción)
- en sentido contrario



Resta de fuerzas

c) Dos o más fuerzas actúan:

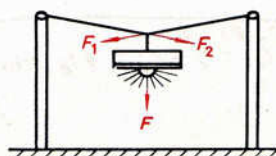
- sobre rectas distintas (líneas de acción)
- en distintos sentidos



$F = \text{Fuerza resultante}$

4. Descomposición de fuerzas

Toda fuerza F se puede descomponer en fuerzas parciales



Fuerzas parciales

Notaciones



KM = Escala de fuerza 1 cm $\triangleq$ 20 N

Una fuerza queda determinada unívocamente mediante:

a) Magnitud

Se obtiene de la longitud de la flecha medida en la escala de fuerzas (KM).

KM 1 cm $\triangleq$ 100 N
p. ej.: 4 cm $\triangleq$ 400 N

b) Sentido

Se da por la punta de la flecha.



c) Punto de aplicación

Es el punto en el cual la fuerza ataca al cuerpo.

d) Línea de acción

Es la recta que pasa por la flecha de la fuerza. El punto de aplicación está sobre la línea de acción y su posición puede variarse a voluntad.

F = Fuerza compuesta (resultante)

F_2 = Fuerza parcial 2 (componente 2)

F_4 = Fuerza parcial 4 (componente 4)

F_1 = Fuerza parcial 1 (componente 1)

F_3 = Fuerza parcial 3 (componente 3)

KM = Escala de fuerzas

No se marca el inicio del recorrido de una fuerza. El punto final marca el sentido de la flecha y la denominación de la fuerza.

Cálculo con ejemplo

1. Composición de fuerzas

a) Las fuerzas que actúan sobre la misma línea de acción y en el mismo sentido, se componen por suma.

$$F = F_1 + F_2 + F_3 \dots$$

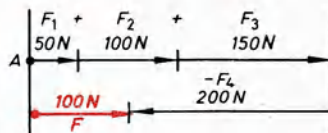


KM 1 cm $\triangleq$ 1000 N

$$\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 + F_3 \\ F &= 2000 \text{ N} + 1000 \text{ N} + 3000 \text{ N} \\ F &= 6000 \text{ N} \end{aligned}$$

b) Las fuerzas que actúan sobre la misma línea de acción, pero en sentidos contrarios, se componen por resta.

$$F = F_1 + F_2 + F_3 - F_4$$



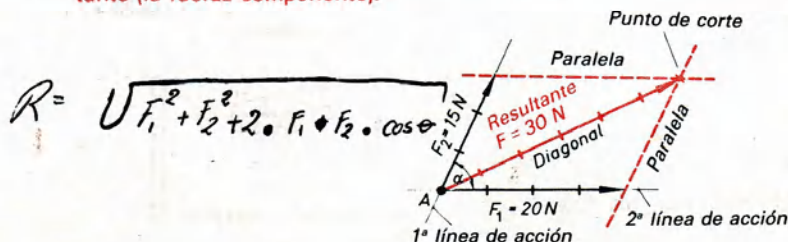
KM 1 cm $\triangleq$ 50 N

$$\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 + F_3 - F_4 \\ F &= 50 \text{ N} + 100 \text{ N} + 150 \text{ N} - 200 \text{ N} \\ F &= 100 \text{ N} \end{aligned}$$

c) Las fuerzas que actúan sobre distintas líneas de acción (distintos sentidos) pueden componerse gráficamente mediante el paralelogramo de fuerzas. La diagonal del paralelogramo da la resultante (la fuerza componente).

Las fuerzas $F_1 = 20 \text{ N}$ y $F_2 = 15 \text{ N}$ actúan en el punto A formando el ángulo $\alpha = 65^\circ$. ¿Cuánto vale la resultante?

KM 1 cm $\triangleq$ 5 N



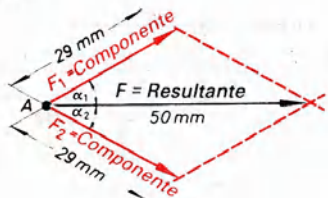
Medición: 6 cm $\triangleq$ 6 · 5 N
 $F = 6 \cdot 5 \text{ N} = 30 \text{ N}$

2. Descomposición de fuerzas

Mediante el paralelogramo de fuerzas se puede invertir la operación anterior, es decir: una resultante se puede descomponer en componentes si se conocen las líneas de acción y sentido de éstas. La diagonal es la fuerza que se quiere descomponer y los lados sus componentes.

Una fuerza $F = 500 \text{ N}$ ha de descomponerse en dos parciales F_1 y F_2 . Los ángulos α_1 y α_2 son ambos de 30° .

$KM \ 1 \text{ mm} \triangleq 10 \text{ N}$



$$F_1 \triangleq F_2 \triangleq 29 \text{ mm} \triangleq 29 \cdot 10 \text{ N}$$

$$F_1 = F_2 = \underline{290 \text{ N}}$$

$$F_1 = \frac{R (\sin \theta)}{\sin \theta}$$

$$F_2 = \frac{R (\sin \alpha)}{\sin \theta}$$

Observación

Los problemas sobre composición y descomposición de fuerzas se resuelven generalmente gráficamente. La escala de fuerzas se elige según el tamaño del dibujo y la magnitud de las fuerzas.

Ejercicios

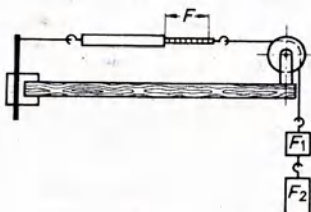
10.1 Representar gráficamente las siguientes fuerzas:

Ejercicio	a)	b)
F	50 N	120 N
KM	1 cm $\triangleq$ 10 N	1 cm $\triangleq$ 20 N

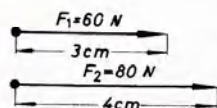
Ejercicio	c)	d)
F	860 N	5200 N
KM	1 cm $\triangleq$ 100 N	1 cm $\triangleq$ 1000 N

Ejercicio	e)	f)
F	38 N	420 N
KM	1 mm $\triangleq$ 1 N	1 mm $\triangleq$ 10 N

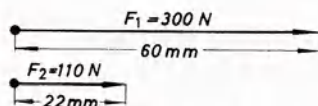
10.4 Dos fuerzas, $F_1 = 340 \text{ N}$ y $F_2 = 470 \text{ N}$, tiran del dinamómetro en el mismo sentido a través de una polea.



- a) ¿Qué fuerza resultante en N tira del dinamómetro?
 b) Representar gráficamente las componentes y la resultante.
 (KM 1 mm $\triangleq$ 10 N.)
 (Se prescinde del rozamiento.)

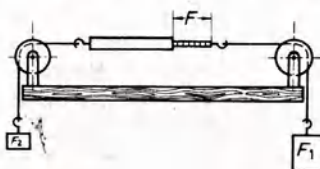


- 10.2 a) ¿Qué valor tiene la escala de fuerzas?
 b) Sumar gráficamente las fuerzas F_1 y F_2 .

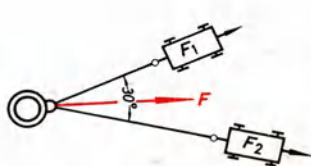


- 10.3 a) ¿Qué valor tiene la escala de fuerzas?
 b) Restar gráficamente las fuerzas F_1 y F_2 .

10.5 Dos fuerzas, $F_1 = 120 \text{ N}$ y $F_2 = 80 \text{ N}$, tiran de un dinamómetro en sentidos opuestos.

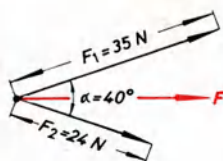


- a) ¿Qué fuerza resultante F en N indicará el dinamómetro?
 b) Representar gráficamente las componentes y la resultante.
 (KM 1 cm $\triangleq$ 20 N.)



de tracción $F_2 = 24\,000\text{ N}$. Ambos cables forman entre sí un ángulo de 30° . ¿Qué magnitud tiene la fuerza resultante? (KM $1\text{ cm} \triangleq 3\,000\text{ N}$.)

10.6 Dos tractores tratan de arrastrar un árbol mediante dos cables. Uno de los tractores tiene una fuerza de tracción $F_1 = 18\,000\text{ N}$ y el otro una fuerza

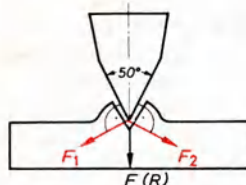


10.7 Determinar por medio del paralelogramo de fuerzas la fuerza resultante F en los siguientes ejercicios. El dibujo es ejemplo del ejercicio a)

KM $1\text{ mm} \triangleq 1\text{ N}$

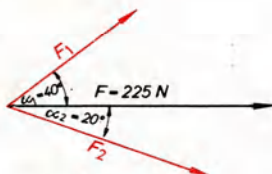
Ejercicio	a)	b)
F_1	35 N	45 N
F_2	24 N	60 N
KM	$1\text{ mm} \triangleq 1\text{ N}$	$1\text{ cm} \triangleq 15\text{ N}$
Ángulo α	40°	50°

Ejercicio	c)	d)
F_1	600 N	64 N
F_2	400 N	88 N
KM	$1\text{ cm} \triangleq 100\text{ N}$	$1\text{ mm} \triangleq 2\text{ N}$
Ángulo α	60°	30°



KM $1\text{ mm} \triangleq 10\text{ N}$

10.8 Se golpea un cincel con una fuerza $F = 300\text{ N}$ para cortar una chapa de acero. Determinar mediante el paralelogramo de fuerzas la magnitud de las fuerzas componentes F_1 y F_2 que cortan la chapa.



El dibujo es ejemplo del ejercicio a)
KM $1\text{ mm} \triangleq 5\text{ N}$

10.9 La fuerza F tiene que descomponerse mediante el paralelogramo de fuerzas en las componentes F_1 y F_2 en los siguientes ejercicios. ¿Cuáles son sus magnitudes en N?

Ejercicio	a)	b)
F	225 N	200 N
KM	$1\text{ mm} \triangleq 5\text{ N}$	$1\text{ cm} \triangleq 50\text{ N}$
Ángulo α_1	40°	60°
Ángulo α_2	20°	60°

Ejercicio	c)	d)
F	108 N	66 N
KM	$1\text{ mm} \triangleq 2\text{ N}$	$1\text{ mm} \triangleq 1\text{ N}$
Ángulo α_1	60°	15°
Ángulo α_2	30°	25°

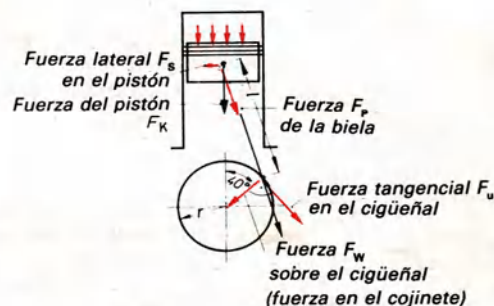
Ejercicio	e)	f)
F	57 N	38 N
KM	$1\text{ mm} \triangleq 1\text{ N}$	$1\text{ cm} \triangleq 5\text{ N}$
Ángulo α_1	45°	67°
Ángulo α_2	45°	23°

10.10 Un motor de explosión tiene una biela de longitud $l = 240\text{ mm}$ y un radio de cigüeñal $r = 60\text{ mm}$. En la cabeza del pistón actúa una fuerza $F_k = 18\text{ kN}$.

Determinar gráficamente para un ángulo de biela de 40° :

- La fuerza F_p en la biela, en N y kN.
- La fuerza lateral F_s en el pistón, en N y kN.
- La fuerza F_w que actúa sobre el cigüeñal (fuerza en el cojinete), en N y kN.
- La fuerza tangencial F_u en el cigüeñal, en N y kN. (Ver también 19.4)

KM $1\text{ mm} \triangleq 400\text{ N}$



11 | Cálculo de resistencias

Definiciones fundamentales. Resistencia a la tracción, resistencia a la compresión, resistencia a la cortadura (cizalladura)

Explicación

La teoría de la resistencia se ocupa del comportamiento de los materiales y de las piezas de las máquinas bajo la influencia de fuerzas externas.

Por medio del cálculo de resistencias se determinan las dimensiones de las piezas de las máquinas de modo que soporten las cargas que se les exijan.

Para comprender la teoría de la resistencia conviene explicar algunos conceptos (ver también el dibujo):

1. Carga

Carga es la acción de una fuerza sobre un cuerpo.

(Se denomina fuerza externa, como la tracción de un peso de 400 daN.)

2. Solicitación

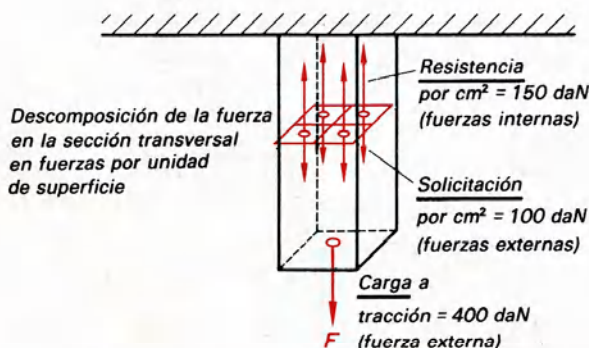
Solicitud es la acción o efecto de una fuerza externa (carga) sobre un cuerpo teniendo presente su magnitud (superficie de la sección transversal).

En el dibujo, por ejemplo, 100 daN/cm².

3. Resistencia

Resistencia es la fuerza interna que se opone a la destrucción o deformación de un cuerpo.

Las fuerzas internas se basan en la cohesión de las partículas más pequeñas de los cuerpos (moléculas). En el dibujo, la resistencia es de 150 daN/cm².



Definiciones fundamentales del cálculo de resistencias

4. Tensión

Tensión es la relación entre la fuerza y la sección de la superficie solicitada. Es la medida de la resistencia (por ejemplo, 150 daN/cm²) y de la solicitud (por ejemplo, 100 daN/cm²).

5. Resistencia a la rotura (carga de rotura)

La resistencia a la rotura es la tensión a la cual se rompe un cuerpo por la acción de una fuerza externa.

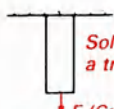
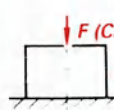
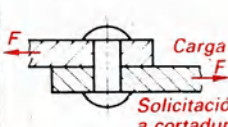
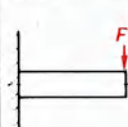
En la práctica suele hablarse únicamente de resistencia (a la tracción, compresión, etc.)

6. Tensión admisible (solicitación admisible)

Tensión admisible o sollicitación admisible es aquella a la cual ninguna fuerza externa altera permanentemente la forma de un cuerpo ni lo rompe.

Se habla también de sollicitación admisible y se entiende con ello aquella que no produce ninguna deformación ni rotura. La tensión admisible es pues la tensión máxima a que puede cargarse una pieza.

Notaciones

Clases de sollicitación	Resistencia a la rotura	Tensión	Ejemplo
 Sollicitación a tracción F (Carga)	Resistencia a la tracción $= \sigma_{zB} = \text{sigma tracción } B$ $\left[\frac{N}{mm^2} \right]$	Tensión a tracción $= \sigma_z = \text{sigma tracción}$ $\left[\frac{N}{mm^2} \text{ o bien } \frac{daN}{cm^2} \right]$	Tornillos Cables remolque Cadenas Anillas de suspensión
 Sollicitación a compresión F (Carga)	Resistencia a la compresión $= \sigma_{dB} = \text{sigma compresión } B$ $\left[\frac{N}{mm^2} \right]$	Tensión a compresión $= \sigma_d = \text{sigma compresión}$ $\left[\frac{N}{mm^2} \text{ o bien } \frac{daN}{cm^2} \right]$	Cimientos Cojinetes Émbolos Columnas bajas
 Sollicitación a cortadura Carga F	Resistencia a la cortadura (o cizalladura) $= \tau_{sB} = \text{tau cortadura (o cizalladura) } B$ $\left[\frac{N}{mm^2} \right]$	Tensión a cortadura (o cizalladura) $= \tau_s = \text{tau Cortadura (o cizalladura)}$ $\left[\frac{N}{mm^2} \text{ o bien } \frac{daN}{cm^2} \right]$	Tornillos Remaches Corte (o cizallado) de chapas Pernos
 Sollicitación a flexión F (Carga)	Resistencia a la flexión $= \sigma_{bB} = \text{sigma flexión } B$ $\left[\frac{N}{mm^2} \right]$	Tensión a flexión $= \sigma_b = \text{sigma flexión}$ $\left[\frac{N}{mm^2} \text{ o bien } \frac{daN}{cm^2} \right]$	Ejes motores Llaves de tuercas Ejes Resortes de lámina
 Sollicitación a torsión F (Carga)	Resistencia a la torsión $\tau_{tB} = \text{tau torsión } B$ $\left[\frac{N}{mm^2} \right]$	Tensión a torsión $= \tau_t = \text{tau torsión}$ $\left[\frac{N}{mm^2} \text{ o bien } \frac{daN}{cm^2} \right]$	Tornillos Ejes Barras torsión Brocas

σ (se pronuncia sigma) = Indica resistencia, tensión o sollicitación, a tracción, compresión y flexión.

τ (se pronuncia tau) = Indica resistencia, tensión o sollicitación, a cargas de cortadura y torsión.

A_s = Superficie de la sección transversal del cuerpo

τ_{ad} = Tensión admisible (sollicitación)

B = Límite de rotura (= Rotura)

σ_{ef} = Sollicitación efectiva

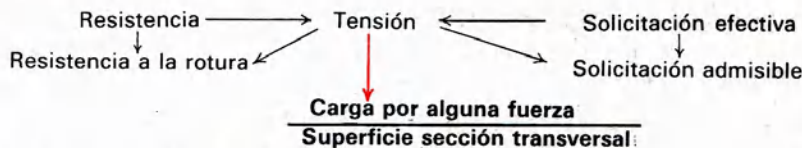
Subíndices de las solicitaciones

z = Tracción

s = Cizalladura

d = Presión, compresión

t = Torsión, rotación

Fórmula con ejemplo**Observación:** σ_{ad} ha de ser mayor que la solicitación efectiva σ_{ef} .**1. Resistencia a la tracción**

$$\text{Tensión a tracción} = \frac{\text{Fuerza a tracción}}{\text{Sección transversal}}$$

Una barra de $\varnothing 30$ mm se carga con una fuerza a tracción de 6 000 daN. Calcular la tensión a tracción.

$$\sigma_z = \frac{F}{A_s} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ o bien } \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right]$$

$$\sigma_z = \frac{F}{A_s} \quad A_s = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{3^2 \cdot 3,14}{4} = 7,065 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_z = \frac{6000}{7,065} = \underline{\underline{849 \text{ daN/cm}^2}}$$

2. Resistencia a la compresión

$$\text{Tensión a compresión} = \frac{\text{Fuerza a compresión}}{\text{Sección transversal}}$$

Una columna de base cuadrada, de $l = 80$ mm se carga a compresión con 800 000 N. ¿Cuál es el valor de la tensión a compresión?

$$\sigma_d = \frac{F}{A_s} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ o bien } \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right]$$

$$\sigma_d = \frac{F}{A_s} \quad A_s = l \cdot l = 80 \cdot 80 = 6400 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_d = \frac{800000}{6400} = \underline{\underline{125 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

3. Resistencia a la cortadura (cizalladura)

$$\text{Tensión a la cortadura} = \frac{\text{Fuerza de corte (cizallado)}}{\text{Sección transversal}}$$

¿Cuál es la tensión a la cortadura de un perno de $\varnothing 10$ mm con una carga transversal de 200 daN?

$$\tau_s = \frac{F}{A_s} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ o bien } \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right]$$

$$\tau_s = \frac{F}{A_s} \quad A_s = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{1^2 \cdot 3,14}{4} = 0,785 \text{ cm}^2$$

$$\tau_s = \frac{200}{0,785} = 255 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} = \underline{\underline{25,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

Nota:

- La resistencia a la cortadura del acero es aproximadamente $\frac{4}{5}$ de la resistencia a la tracción.
- La superficie de corte A_s se obtiene multiplicando la longitud de la arista de corte por el espesor del material.
(Excepciones: Pernos y remaches)
- Los valores de las resistencias de los distintos materiales vienen recopilados en tablas.
- A veces se hacen los cálculos con un coeficiente de seguridad, que da la seguridad con que una pieza de máquina está hecha. El coeficiente de seguridad es la relación entre la resistencia a la rotura y la tensión admisible.

$$\text{Coeficiente de seguridad} = \nu \text{ (se pronuncia nu)} = \frac{\sigma_R}{\sigma_{ad}}$$

Ejercicios

1. Resistencia a la tracción

11.1 Despejar F y A_s en la fórmula de la resistencia a la tracción.

11.2 Un cuadrado de acero con un ancho de llave de 20 mm se carga con una fuerza a tracción de 1 500 daN. ¿Cuál es la sollicitación a tracción en daN/cm² y N/mm²?

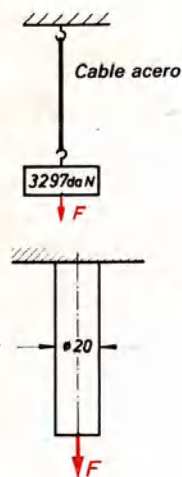
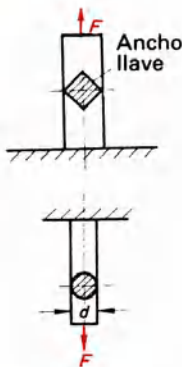
11.3 Un tirante de $\varnothing$ 30 mm ($\varnothing$ 40 mm) se carga a tracción con 50 kN. Calcular la tensión a tracción en daN/cm².

11.4 Un redondo de acero con una resistencia de 500 N/mm² y $d = 50$ mm se sollicita a tracción. a) Calcular la tensión a tracción que se origina cuando la carga a tracción es de 800 daN. b) ¿Es admisible dicha tensión?

11.5 Calcular los valores que faltan.

Ejercicio	a)	b)	c)	d)	e)
F [daN]	?	1750	2700	1177,5	?
d [mm]	15	?	17	?	30
σ_z [daN/cm ²]	3000	3500	?	6000	2600

(Ver el dibujo de 11.4.)



11.6 Un cable de acero consta de 30 alambres de $\varnothing$ 2 mm cada uno. Su resistencia a la tracción es $\sigma_a = 1\,500$ N/mm². La sollicitación a tracción del cable es de 3 297 daN.

- ¿Cuál es la sección transversal del cable en cm² y mm²?
- ¿Cuál es la sollicitación a tracción en daN/cm² y N/mm²?
- ¿Con qué carga puede romperse el cable?
- ¿Cuál es la tensión admisible y la sollicitación, con una seguridad triple que la calculada?

11.7 En una construcción de acero la tensión admisible no debe superar 500 daN/cm² con un coeficiente de seguridad = 7. ¿Qué resistencia en N/mm² y daN/cm² ha de tener ese acero?

11.8 Un redondo de acero St 42 tiene una tensión admisible a la tracción de 1 500 daN/cm² y un diámetro de 20 mm (24 mm).

- Calcular A_s en cm² y mm².
- ¿Qué fuerza de tracción en daN y kN puede soportar ese redondo?

11.9 En un material, la tensión admisible es $\sigma_{ad} = 1\,250$ daN/cm² (2 250 daN/cm²) y la resistencia a la rotura = 6 875 daN/cm² (6 750 daN/cm²). Calcular el coeficiente de seguridad ν .

11.10 Un cable de acero tiene 6 cordones con 15 alambres cada uno, de 1 mm de diámetro. Calcular la resistencia a la tracción con la cual puede cargarse el cable si la carga admisible es $\sigma_{ad} = 800$ daN/cm².

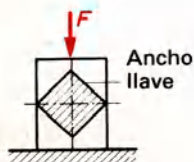
11.11 La carga de rotura de un redondo de acero con sección transversal $A_s = 452,2$ mm² es de 189,924 kN.

- Calcular la resistencia a la tracción en N/mm².
- Determinar la carga admisible en N y la tensión admisible en daN/cm² si el coeficiente de seguridad es 3.
- ¿Cuál es el diámetro d en mm del redondo?

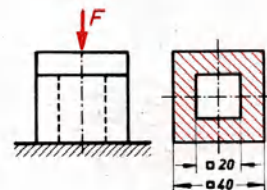
2. Resistencia a la compresión

11.12 Un cuadrado de acero con ancho de llave = 30 mm se carga con una fuerza a compresión de 2 520 daN. ¿Cuál es la sollicitación a compresión en daN/cm² y N/mm²?

11.13 Despejar F y A_s de la fórmula de la resistencia a la compresión.



11.14 Una pieza lleva una abertura cuadrada y se carga con $F = 123,6 \text{ kN}$. ¿Cuál es la tensión a compresión en daN/cm^2 y N/mm^2 ?



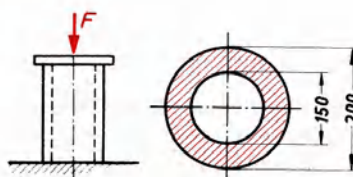
11.14

11.15 Una viga en I está cargada con $40\,000 \text{ N}$ y descansa (presiona) sobre un apoyo cuadrado. a) ¿Qué longitud de lado l tiene el apoyo si la tensión a compresión admisible entre apoyo y muro es $\sigma_a = 10 \text{ daN/cm}^2$?

b) ¿Cuál es la tensión a compresión entre viga y apoyo si el ancho de ala de la viga es de 106 mm ?



11.15



11.16

11.16 La columna hueca de fundición gris del dibujo de abajo se carga con $F = 1\,373,75 \text{ kN}$. Calcular en daN/cm^2 la tensión a compresión que se origina.

11.17 Una columna hueca se carga con $314\,000 \text{ daN}$. Su diámetro interior d tiene que ser de 100 mm . ¿Cuál debe ser su diámetro exterior D si $\sigma_a = 800 \text{ daN/cm}^2$?

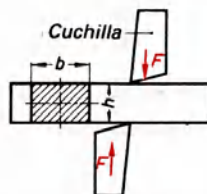
3. Resistencia a la cortadura (cizalladura)

11.18 Despejar F y A_s en la fórmula de la resistencia a la cortadura.

11.19 Un remache de 6 mm de diámetro ha de soportar una fuerza cortante de 628 daN . ¿A qué tensión a la cortadura en daN/cm^2 y N/mm^2 corresponde?



11.20 Una platina de acero con sección transversal de $15 \times 10 \text{ mm}$ se ha de cortar con cizalla. Calcular la tensión a cortadura que se origina si la fuerza de corte F es de $45\,750 \text{ N}$.



11.21 Sobre un émbolo actúa una fuerza de $1\,800 \text{ daN}$. Determinar:

a) La tensión a cortadura en un bulón macizo de $d = 30 \text{ mm}$, en daN/cm^2 .

b) La tensión a cortadura en un bulón perforado de $D = 30 \text{ mm}$ y $d = 16 \text{ mm}$, en daN/cm^2 .

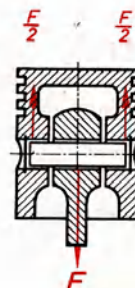
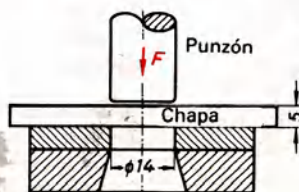
11.22 Un punzón debe perforar una chapa de acero de 5 mm de espesor que tiene una resistencia a la tracción de 42 daN/mm^2 .

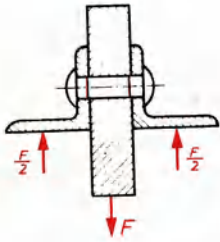
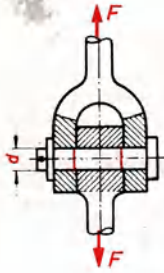
a) Calcular la superficie de corte en mm^2 y cm^2 .

b) ¿Cuál es la fuerza de corte para el punzonado en N y daN ?

(Observación: $\tau_{sb} = \frac{4}{5} \sigma_{tb}$.)

c) Determinar la sollicitación a compresión en el punzón en daN/cm^2 y N/mm^2 .



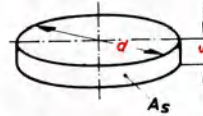


11.23 La unión a horquilla del dibujo, con bulón, (de resistencia a la tracción 50 daN/mm^2) se solicita con $62,8 \text{ kN}$.

- Calcular τ_{ad} en N/mm^2 con un coeficiente de seguridad 4.
- ¿Qué diámetro d en mm ha de tener el bulón?

11.24 De una chapa de acero con resistencia mínima a la tracción de 370 N/mm^2 hay que cortar un disco de $d = 30 \text{ mm}$ y $s = 2 \text{ mm}$.

- Calcular en mm^2 la superficie de corte A_s .
- ¿Cuál es en N la fuerza de corte?



11.25 Mediante remaches de 10 mm se unen dos ángulos a una chapa. Calcular el número n de remaches si actúa una fuerza $F = 5\,652 \text{ daN}$ y la tensión admisible a la cortadura es de 900 daN/cm^2 .

12 | Representación gráfica de números

Diagramas de superficies rayadas, superficies curvas y de Sankey

Explicación

La palabra "diagrama" viene del griego y significa diseño, presentación gráfica. El objeto de los diagramas es la presentación gráfica (en un dibujo) de valores numéricos, magnitudes físicas, dependencias y variaciones numéricas, que son difíciles de ver de otro modo.

Notaciones

Existen las siguientes clases de diagramas:

- Diagrama de superficies rayadas (columnas)
- Diagramas de superficies
- Diagramas de curvas
- Diagramas de Sankey (de flujos)

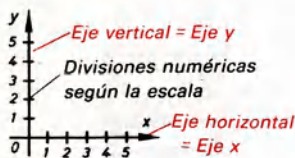
Los diagramas se suelen representar mediante los ejes ortogonales (coordenadas) del dibujo. Para las medidas se usa preferentemente papel milimetrado.

Cálculo con ejemplo

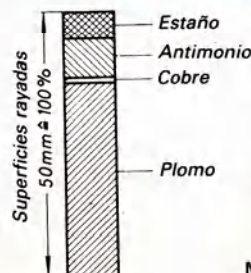
1. Diagrama de superficies rayadas

a) Reparto de una superficie rayada

El reparto de las superficies rayadas da la composición total de un metal.



Ejes de coordenadas



Escala:
 $1\% \triangleq 0,5 \text{ mm}$
 $P_b = 74\% \cdot 0,5 = 37,0 \text{ mm}$
 $C_u = 1\% \cdot 0,5 = 0,5 \text{ mm}$
 $S_b = 15\% \cdot 0,5 = 7,5 \text{ mm}$
 $S_n = 10\% \cdot 0,5 = 5,0 \text{ mm}$

Metal blanco 10

El metal blanco 10 (aleación PbSn 10) consta de 74% Pb, 1% Cu, 15% Sb y 10% Sn. Representar en papel milimetrado la composición de este metal antifricción (para cojinetes).

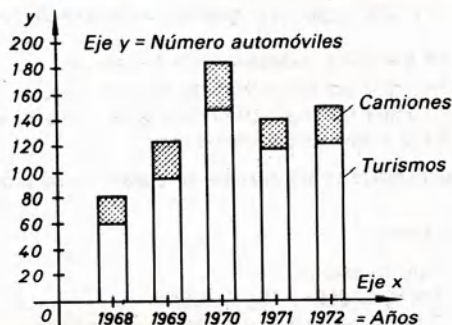
Solución

- Material cojinete = 100%
- Determinación de la escala:
 $50 \text{ mm} \triangleq 100\% / 0,5 \text{ mm} \triangleq 1\%$
- Cálculo de las dimensiones del dibujo
- Diferenciación mediante rayado o colores

Representación gráfica de números

b) Distintas longitudes de más de una superficie rayada

Las longitudes de las superficies rayadas dan el número de vehículos; las longitudes de los distintos rayados los números de turismos y camiones.



Gráfica estadística de automóviles de un municipio

En un municipio, un día fijado se han contabilizado los siguientes vehículos

Año	Vehículos	Turismos	Camiones
1968	82	62	20
1969	124	96	28
1970	185	150	35
1971	140	118	22
1972	150	125	25

Hacer en papel milimetrado la gráfica estadística de los vehículos.

Solución

1. Fijar la escala
5 mm $\triangleq$ 20 automóviles; 0,25 $\triangleq$ 1 automóvil
2. Calcular el tamaño del dibujo

$$\left. \begin{array}{l} 82 \cdot 0,25 = 20,5 \text{ mm} \\ 62 \cdot 0,25 = 15,5 \text{ mm} \\ 20 \cdot 0,25 = 5,0 \text{ mm} \end{array} \right\} = 20,5 \text{ mm}$$

etc.

3. Marcar los valores en los ejes de coordenadas
4. Rayarlos

2. Diagrama de superficies

a) El rectángulo como diagrama de superficie

La superficie del rectángulo da gráficamente la magnitud del trabajo mecánico.

(Ver la sección 4.3.)

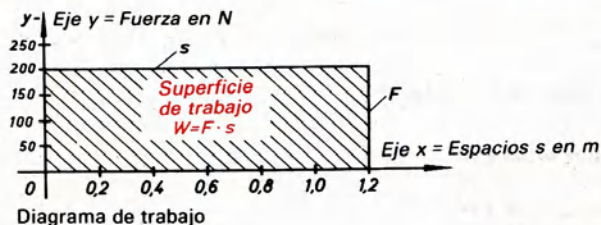


Diagrama de trabajo

Una caja cuyo peso es de 200 N se ha de elevar 1,2 m.

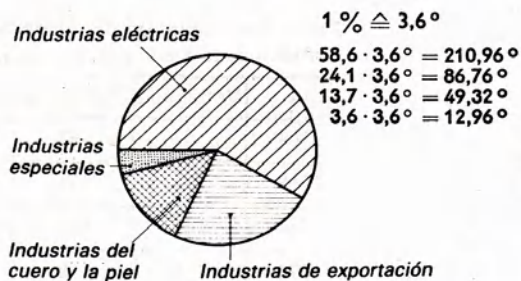
- a) Calcular el trabajo
- b) Representarlo gráficamente

Solución

- a) $W = F \cdot s = 200 \cdot 1,2 = 240 \text{ Nm}$
- b) 1. Fijar la escala
2. Marcar los 200 N en el eje y la distancia 1,2 m en el eje x.
3. Marcar la superficie de trabajo con rayado

b) El círculo como diagrama de superficie

El círculo da la relación de magnitudes del total de un reparto.



El consumo de cobre de un año ascendió a 700 000 t, de las cuales correspondieron:

El 58,6% a las industrias eléctricas, el 24,1% a las industrias de exportación, el 13,7% a las industrias del cuero y la piel y el 3,6% a industrias especiales.

Representar gráficamente el consumo de cobre.

Solución

1. Fijar la escala
100% $\triangleq$ 360° / 1% $\triangleq$ 3,6°
2. Dibujar el círculo y dividirlo en sectores según los grados.
3. Marcar con rayados.

3. Diagrama de curvas

La curva da la potencia del motor en función del número de revoluciones.

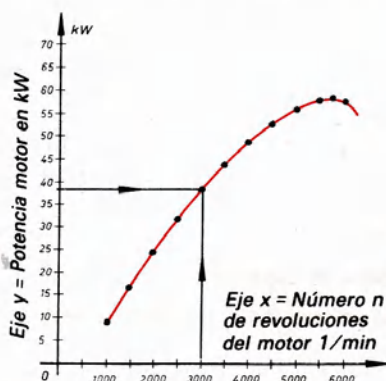


Diagrama de potencia de un motor

Las mediciones de potencia de las pruebas de un motor dieron los siguientes valores:

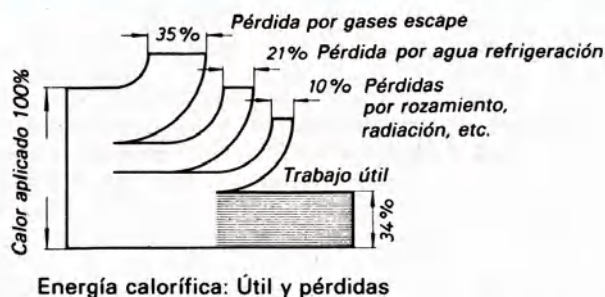
1000 1/min = 9 kW	4000 1/min = 48 kW
1500 1/min = 16 kW	4500 1/min = 52 kW
2000 1/min = 24 kW	5000 1/min = 56 kW
2500 1/min = 31 kW	5500 1/min = 58 kW
3000 1/min = 38 kW	5700 1/min = 59 kW
3500 1/min = 43 kW	6000 1/min = 58 kW

Solución

1. Fijar la escala:
Eje x: 1 mm $\triangleq$ 100 1/min
Eje y: 1 mm $\triangleq$ 1 kW
2. Entrar los distintos valores y marcarlos con un punto (ver la representación para x = 3 000 1/min e y = 38 kW).
3. Unir los puntos por una curva continua mediante plantilla para curvas.

4. Diagrama de Sankey (de flujos)

El flujo de corriente representa la energía (calor) aplicada; las derivaciones, la división en pérdidas y trabajo útil.



Las máquinas alternativas de combustión interna transforman la energía del combustible en calor, del cual sólo se aprovecha como trabajo útil el 30% aproximadamente. El trabajo útil del motor Diesel es el 34%, por ejemplo. El resto se pierde: un 35% en forma gaseosa, un 21% en el agua de refrigeración, un 10% en rozamientos, radiación, etc. Representar el balance térmico del motor Diesel.

Solución

1. Fijar la escala
1 mm $\triangleq$ 2 % / 50 mm $\triangleq$ 100 %.
2. Marcar los valores en la banda de corriente
3. Dibujar los recodos

Ejercicios

12.1 En un intervalo de tiempo determinado se comprobó que del total de petróleo bruto importado el 76,3% fue por oleoductos, el 15% por petroleros fluviales y el 8% por vagones cisterna. Representar en papel milimetrado mediante superficies rayadas los valores numéricos del reparto. (Escala: 40 mm $\triangleq$ 100%; ancho de banda rayada 10 mm.)

12.2 Un estudio puso de manifiesto que el 65% de los labradores, el 51% de los mecánicos de automóvil, el 58% de los sastres, el 62% de los panaderos, el 36% de los barberos y el 20% de los yeseros han dejado el oficio aprendido. Representar en papel milimetrado en distintas bandas rayadas los datos numéricos.
(1 mm $\triangleq$ 2%; ancho de banda rayada = 5 mm.)

12.3 Una estibadora eleva 2,5 m un motor y realiza con ello un trabajo de 1 900 Nm.

- a) ¿Cuál es la fuerza que ejerce el motor?
- b) ¿Cuál es la masa (peso) del motor?
- c) Representar gráficamente el trabajo
(1 mm $\triangleq$ 10 N; 0,5 m $\triangleq$ 10 mm.)

12.4 Las verificaciones de 50 000 vehículos dieron que el 44% tenían bien los faros, el 27% los tenían demasiado bajos, el 18% proyectaban la luz demasiado alta y el 11% los tenían mal del todo o en parte.

- a) Calcular el número de automóviles que corresponde a cada porcentaje.
- b) Representar los valores numéricos en un diagrama circular.

12.5 El consumo de combustible de un vehículo depende de su velocidad v y se da en litros por cada 100 km. El consumo de combustible de los motores se expresa en g/kWh. Representar las curvas de los consumos de combustible de los siguientes valores.

a)	50 km/h:	Consumo	5,5 l/100 km
	60 "	"	5,6 "
	70 "	"	5,8 "
	80 "	"	6,1 "
	90 "	"	6,4 "
	100 "	"	7,0 "

110 "	"	7,9 "
120 "	"	9,0 "
130 "	"	10,4 "
140 "	"	11,8 "
150 "	"	13,2 "

(1 cm $\triangleq$ 10 km/h; 1 cm $\triangleq$ 1 l/100 km)

b) 1000	1/min: Consumo	345 g/kWh
1500	"	" 337 "
2000	"	" 329 "
2500	"	" 321 "
3000	"	" 315 "
3500	"	" 313 "

4000	"	" 314 "
4500	"	" 318 "
5000	"	" 324 "
5500	"	" 333 "
6000	"	" 343 "
(500 1/min $\triangleq$ 10 mm; 10 mm $\triangleq$ 10 g/kWh)		

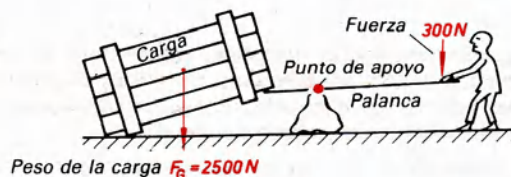
12.6 Un motor Otto, en la combustión del combustible convierte en trabajo útil sólo el 29% de la energía suministrada. Las pérdidas son el 36% en forma gaseosa, el 26% en el agua de refrigeración y el 9% en rozamiento y radiación. Dibujar un diagrama de Sankey. (100% $\triangleq$ 50 mm.)

13 | Máquinas simples

13.1 Palanca

Explicación

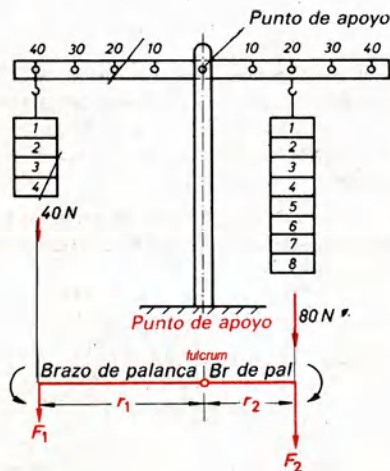
Se denominan máquinas simples la palanca, la polea (aparejos) y el plano inclinado (tornillo, cuña). Con su ayuda se puede con poca fuerza mover una carga pesada.



La palanca es un cuerpo rígido al que se le aplica la fuerza y que puede girar alrededor de un eje.

En la acción de la palanca se basan los pies de cabra (palanquetas), las tijeras, las tenazas, las llaves de tuercas, etc.

Notaciones



a) En la palanca se tiene:

1. Punto de apoyo
2. Punto de aplicación de la fuerza F_1 (N)
3. Punto de aplicación de la fuerza F_2 (N)
4. Sentido de giro de las fuerzas F_1 y F_2
5. Brazo de palanca r_1 de la fuerza F_1 , desde ésta al punto de apoyo (m, dm, cm, mm)
6. Brazo de palanca r_2 de la fuerza F_2 , desde ésta al punto de apoyo (m, dm, cm, mm)
7. Momento M , igual al producto de la fuerza por su brazo ($N \cdot m = Nm = \text{Newton metro}$)

A veces también se indican r_1 y r_2 por l_1 y l_2 .

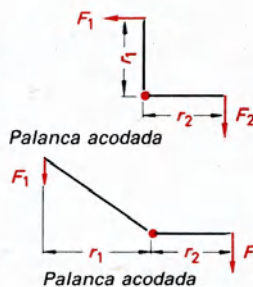
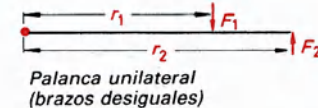
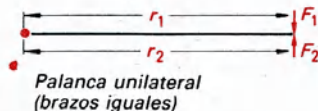
En la palanca hay momentos a la izquierda y momentos a la derecha. Se indican con subíndices. La flecha curva indica el sentido del giro.
(Ver también la sección 19.4 "Momento de rotación".)

Se consigue el equilibrio cuando el:

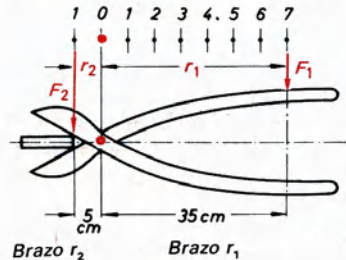
Producto de la fuerza F_1 por su brazo r_1 = Producto de la fuerza F_2 por su brazo r_2

Momento M_1 ($40 \cdot 40$) a la izquierda, negativo. = Momento M_2 ($80 \cdot 20$) a la derecha, positivo.

b) Las distintas clases de palanca



c) Multiplicación de la palanca



La multiplicación o relación de la palanca indica cuantas veces aumenta la fuerza F_1 (conversión) por efecto de la palanca.

Por ejemplo: $i = \frac{1}{7} = 1:7$

Fórmula con ejemplo

1. Equilibrio en la palanca

Fuerza F_1 por su brazo = Fuerza F_2 por su brazo
Momento a la izquierda = Momento a la derecha
Momento de la fuerza F_1 = Momento de la fuerza F_2

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

$$\vec{M}_1 = \vec{M}_2$$

A menudo se da también esta fórmula con a y b en lugar de r_1 y r_2 .

$$i = \frac{r_2}{r_1} = \frac{F_1}{F_2}$$

1. En una palanca se tiene:

$$F_1 = 100 \text{ N}, F_2 = 150 \text{ N}, r_1 = 1,8 \text{ m}$$

Calcular: a) r_2 , b) M_1 y M_2

$$\text{a) } r_2 = \frac{F_1 \cdot r_1}{F_2} = \frac{100 \cdot 1,8}{150} = \underline{1,2 \text{ m}}$$

$$\text{b) } \vec{M}_1 = F_1 \cdot r_1 = 100 \cdot 1,8 = \underline{180 \text{ Nm}}$$

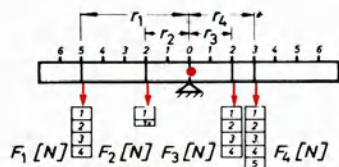
$$\vec{M}_2 = F_2 \cdot r_2 = 150 \cdot 1,2 = \underline{180 \text{ Nm}}$$

2. Multiplicación o relación de la palanca

Multiplicación de la palanca $\frac{\text{Brazo } r_1}{\text{Brazo } r_2} = \frac{\text{Fuerza } F_2}{\text{Fuerza } F_1}$

$$i = \frac{r_2}{r_1} = \frac{F_1}{F_2}$$

Observación



$$4 \cdot 5 + 1 \cdot 2 = 4 \cdot 2 + 5 \cdot 3$$

$$23 \text{ Nm} = 23 \text{ Nm}$$

Ejercicios

13.1 Expresar la ley de la palanca $F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$ para F_1 , r_1 , F_2 y r_2 .

13.2 Transformar las siguientes fórmulas:

a) $i = \frac{r_2}{r_1}$ para r_1 y r_2

b) $i = \frac{F_1}{F_2}$ para F_1 y F_2

13.3

Ejercicio	a)	b)	c)	d)	e)
F_1 en daN	?	15	6,6	32	?
r_1	6,5 m	?	3 cm	125 mm	37,26 dm
F_2 en daN	26	24	?	80	230
r_2	0,5 m	30 mm	9 cm	?	16,2 dm
i	?	?	?	?	?

Ejercicio	f)	g)	h)	i)
F_1 en daN	38,1	?	20	?
r_1	200 mm	?	28,35 cm	$3\frac{1}{8}$ m
F_2 en daN	?	108,2	?	$30\frac{1}{5}$
r_2	?	224 mm	?	?
i	3 : 1	2,8 : 1	1 : 3,5	1 : 5

2. Calcular la relación de conversión de la palanca considerada.

$$i = \frac{r_2}{r_1} = \frac{1,2}{1,8} = \frac{1}{1,8 : 1,2} = \frac{1}{1,5} = 1 : 1,5$$

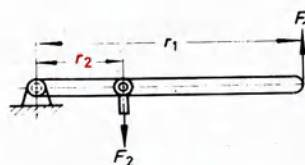
$$i = \frac{F_1}{F_2} = \frac{10}{15} = \frac{1}{15 : 10} = \frac{1}{1,5} = 1 : 1,5$$

En una palanca pueden actuar más de dos fuerzas. De esto resulta:

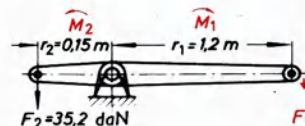
El equilibrio en la palanca se consigue cuando la suma de todos los momentos a la izquierda es igual a la suma de todos los momentos a la derecha.

$$F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 = F_3 \cdot r_3 + F_4 \cdot r_4$$

$$\overset{\curvearrowleft}{M}_1 + \overset{\curvearrowleft}{M}_2 = \overset{\curvearrowright}{M}_3 + \overset{\curvearrowright}{M}_4$$



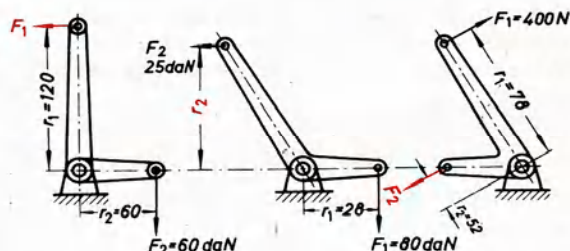
13.4 $F_1 = 200 \text{ N}$,
 $r_1 = 210 \text{ mm}$,
 $F_2 = 1400 \text{ N}$
Calcular r_2 e i de la palanca unilateral.



13.5 a) ¿Cuánto ha de valer F_1 para conseguir el equilibrio de la palanca?

b) Calcular el momento a la derecha y el momento a la izquierda.
c) ¿Cuál es la multiplicación de la palanca?

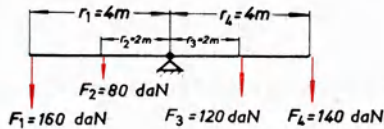
13.6 Calcular los valores que faltan en las palancas acodadas dibujadas.



Observación: La longitud del brazo de palanca de la derecha es la distancia vertical del punto de aplicación de la fuerza al punto de apoyo.

13.7 Calcular:

- a) El momento a la derecha en Nm.
b) El momento a la izquierda en Nm.



13.8 $F_1 = 99 \text{ daN}$

$F_2 = 36 \text{ daN}$

$F_3 = 90 \text{ daN}$

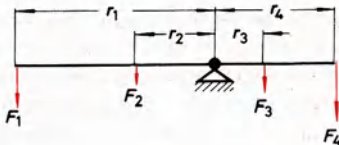
$r_1 = 50 \text{ cm}$

$r_2 = 20 \text{ cm}$

$r_3 = 12 \text{ cm}$

$r_4 = 30 \text{ cm}$

Calcular F_4 en N y daN.



13.9 $F_1 = 120 \text{ daN}$

$F_2 = 40 \text{ daN}$

$F_4 = 68 \text{ daN}$

$F_5 = 90 \text{ daN}$

$r_1 = 2,5 \text{ m}$

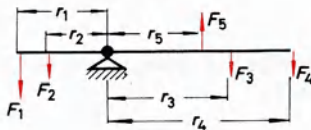
$r_2 = 1,5 \text{ m}$

$r_3 = 3,5 \text{ m}$

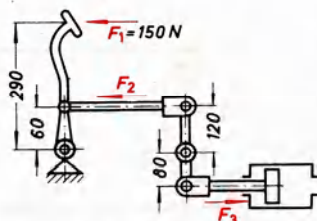
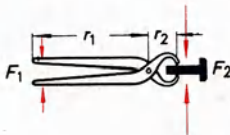
$r_4 = 5 \text{ m}$

$r_5 = 2,5 \text{ m}$

Calcular F_3 en N y daN.

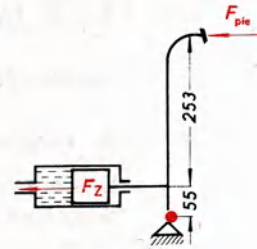


13.10 ¿Cuál es la fuerza de corte de unas tenazas si la fuerza aplicada con la mano es de 90 N a un brazo de palanca de 380 mm y el otro brazo es de 36 mm?



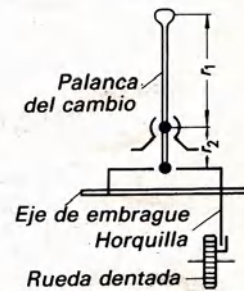
13.11 a) Calcular la fuerza que actúa en el cilindro de la instalación de frenos cuando la fuerza del pie F_1 es de 150 N.

b) ¿Cuál es la relación de multiplicación entre la fuerza del pie F_1 y la fuerza del émbolo F_3 del cilindro principal?



13.12 La fuerza del pie F_{pie} en el pedal de embrague de un sistema hidráulico es de 150 N.

- a) ¿Cuál es la fuerza F_z en el cilindro del embrague si la palanca del pedal tiene las dimensiones indicadas en el dibujo?
b) ¿Cuál es la relación de la palanca (pedal)?



13.13 Calcular la fuerza de empuje F_s en un turismo con cambio de palanca, con que la palanca actúa sobre la horquilla y las ruedas dentadas del cambio.

La fuerza en la empuñadura F_h es de 50 N, $r_1 = 36 \text{ cm}$ y $r_2 = 8 \text{ cm}$.

13.14 Un cambio de palanca tiene una palanca $r_1 = 287 \text{ mm}$ (300 mm), y otra $r_2 = 35 \text{ mm}$ (40 mm). ¿Qué fuerza hay que aplicar en la empuñadura para que en la horquilla de empuje sea de 82 daN (90 daN)? (Ver el dibujo del ejercicio 13.13.)

13.15 En la palanca de un freno de mano se aplica una fuerza $F_1 = 120 \text{ N}$ (130 N). Los brazos de la palanca son $r_1 = 490 \text{ mm}$ (480 mm) y $r_2 = 70 \text{ mm}$ (80 mm).

- a) Hacer un croquis con los datos.
b) Determinar F_2 en el cable del freno.
c) Calcular la relación de la palanca.

13.2 Fuerzas (reacciones) en los apoyos, Cargas y fuerzas en ejes

Explicación

1. Fuerzas en los apoyos

Una viga se apoya en los puntos A y B y sobre ella actúa una fuerza $F_1 = 9\,000\text{ N}$. Se desprecia el peso propio de la viga.

Si se retira el apoyo A y simultáneamente se deja que la viga gire en B , caerá hacia abajo.

Los mismo sucederá retirando el apoyo B si al mismo tiempo la viga gira en A . Puesto que la viga apoyada en A y B no cae, tiene que haber fuerzas que la soporten.

Estas fuerzas se denominan reacciones en los apoyos. En conjunto, la suma de reacciones (fuerzas en los apoyos) tiene que ser igual a la fuerza que actúa sobre la viga.

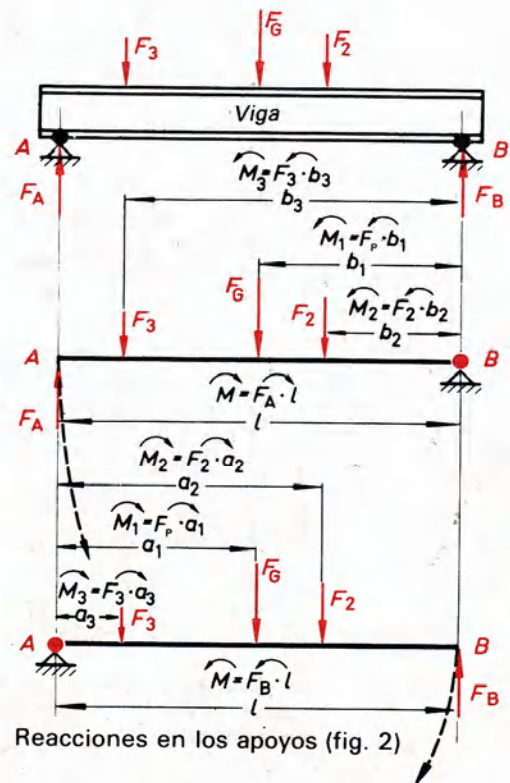
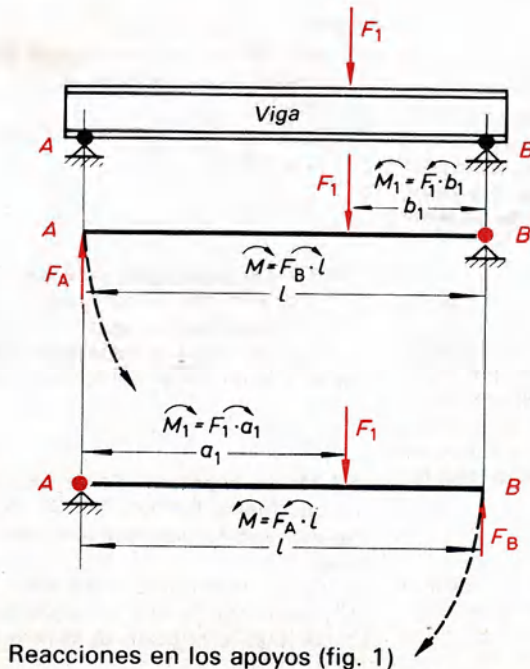
El cálculo de las reacciones en los apoyos se hace mediante la ley de la palanca. La viga representa en ambos casos una palanca unilateral. Aparecen momentos a la izquierda y a la derecha (momentos de rotación, o de giro).

Si actúan varias fuerzas ($F_G, F_2, F_3, \dots$) en una viga, igualmente se calculan las reacciones en los apoyos con la ley de la palanca.

En la palanca se logra el equilibrio cuando la suma de todos los momentos a la izquierda es igual a la suma de todos los momentos a la derecha:

$$M_1 + M_2 = M_3 + M_4$$

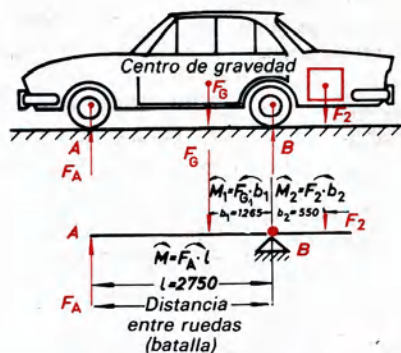
Respecto al peso propio P ($\triangleq m$) de la viga, se calcula por la fórmula $F_p = m \cdot g$. (Ver también la sección 4.3 y el capítulo 9.)



2. Cargas y fuerzas en ejes

Un coche de turismo tiene un peso en vacío (peso propio o peso del vehículo) de $P = 1\,509\text{ kg}$. Además, en el maletero lleva una carga de $P = 126\text{ kg}$, por lo que su peso total es de $1\,635\text{ kg}$.

El peso total carga en los ejes delantero y trasero y presiona con su fuerza las ruedas contra el suelo.



Fuerzas en los ejes (fig. 3)

La carga en el eje es la parte del peso total de un vehículo que soporta dicho eje. La fuerza en el eje es la parte de la fuerza (producida por la carga en el eje) que el eje del vehículo ejerce sobre el suelo.

El cálculo de las fuerzas en los ejes es igual que el de las reacciones en los apoyos.

El vehículo se considera como una viga sobre los apoyos, en los cuales actúan las fuerzas. Las reacciones en los apoyos calculadas por la ley de la palanca son las fuerzas en los ejes. Respecto al peso propio y a la carga, la fuerza se calcula por la fórmula $F_p = m \cdot g$.

Notaciones

A, B = Puntos de apoyo, cojinetes, ejes

F_A, F_B = Reacciones en los apoyos, fuerza en los cojinetes, los ejes

F_t = Fuerza total (N)

$P = m$ = Peso en vacío (peso propio o del vehículo) (kg)

F_G = Fuerza (pesante) (N)

l = Distancia entre apoyos (m, dm, cm, mm)

F_1, F_2, F_3 = Fuerzas (N)

a_1, a_2, a_3 = Brazos de palanca (m, dm ...)

b_1, b_2, b_3 = Brazos de palanca (m, dm ...)

$g = 9,81\text{ m/s}^2$ = Aceleración de la gravedad

Fórmula con ejemplo

1. Fuerza en los cojinetes

Se calculan ahora las fuerzas F_A y F_B en los cojinetes y se toman los apoyos A y B, respectivamente, como puntos de apoyo de la palanca en la que actúan las fuerzas ($F_p, F_1, F_2, F_3, \dots$) y F_A y F_B que dan, con sus brazos correspondientes, los momentos (momentos de rotación)

Ley de la palanca $F_A \cdot l = F_1 \cdot b_1$ y $F_B \cdot l = F_1 \cdot a_1$

$$F_A = \frac{F_1 \cdot b_1}{l} \text{ [N]}$$

y

$$F_B = \frac{F_1 \cdot a_1}{l} \text{ [N]}$$

En lo sucesivo no se calculará F_B , sino que se restará F_A de la carga total de la viga puesto que ésta es igual a la suma de las fuerzas (o reacciones) en los apoyos.

$$F_t = F_A + F_B \text{ [N]}$$

Ley de la palanca: $F_A \cdot l = F_G \cdot b_1 + F_2 \cdot b_2 + F_3 \cdot b_3$
 $F_B \cdot l = F_G \cdot a_1 + F_2 \cdot a_2 + F_3 \cdot a_3$

$$F_A = \frac{F_p \cdot b_1 + F_2 \cdot b_2 + F_3 \cdot b_3}{l} \text{ [N]}$$

y

$$F_B = \frac{F_p \cdot a_1 + F_2 \cdot a_2 + F_3 \cdot a_3}{l} \text{ [N]}$$

Carga total = Suma de ambas fuerzas en los apoyos.

$$F_t = F_p + F_2 + F_3 \dots = F_A + F_B \text{ [N]}$$

Observación: si hay que considerar el peso propio de la viga, se toma éste actuando en el centro como una fuerza o carga más.

2. Cargas y fuerzas en los ejes

Se calculan las fuerzas F_A y F_B en los ejes y se toman los ejes A y B del vehículo como puntos de apoyo de la palanca en la cual actúan las fuerzas (F_p , F_2 , F_3 , ...) y F_A o F_B que con los brazos de palanca dan los momentos (momentos de rotación)

Ley de la palanca: $F_A \cdot l + F_2 \cdot b_2 = F_p \cdot b_1$

$$F_A = \frac{F_p \cdot b_1 - F_2 \cdot b_2}{l} \text{ [N]}$$

Carga total = Suma de cargas en ambos ejes

$$F_t = F_p + F_2 + F_3 \dots = F_A + F_B \text{ [N]}$$

Cálculo de F_A (fig. 1)

$$F_1 = 9000 \text{ N}, \quad l = 1800 \text{ mm}, \quad b_1 = 600 \text{ mm}$$

$$F_A = \frac{F_1 \cdot b_1}{l} = \frac{9000 \cdot 600}{1800} = 3000 \text{ N}$$

Cálculo de F_B

$$F_1 = 9000 \text{ N}, \quad l = 1800 \text{ mm}, \quad a_1 = 1200 \text{ mm}$$

$$F_B = \frac{F_1 \cdot a_1}{l} = \frac{9000 \cdot 1200}{1800} = 6000 \text{ N}$$

o más fácilmente

$$F_t = F_A + F_B$$

$$F_B = F_t - F_A = 9000 - 3000 = 6000 \text{ N}$$

Cálculo de F_A (fig. 2)

$$F_p = 2000 \text{ N}, \quad F_2 = 1000 \text{ N}, \quad F_3 = 800 \text{ N}, \quad l = 1800 \text{ mm}$$

$$b_1 = 900 \text{ mm}, \quad b_2 = 600 \text{ mm}, \quad b_3 = 1500 \text{ mm}$$

$$F_A = \frac{F_G \cdot b_1 + F_2 \cdot b_2 + F_3 \cdot b_3}{l}$$

$$F_A = \frac{2000 \cdot 900 + 1000 \cdot 600 + 800 \cdot 1500}{1800} = 2000 \text{ N}$$

Cálculo de F_B (fig. 2)

$$F_p = 2000 \text{ N}, \quad F_2 = 1000 \text{ N}, \quad F_3 = 800 \text{ N}, \quad l = 1800 \text{ mm}$$

$$a_1 = 900 \text{ mm}, \quad a_2 = 1200 \text{ mm}, \quad a_3 = 300 \text{ mm}$$

$$F_B = \frac{F_p \cdot a_1 + F_2 \cdot a_2 + F_3 \cdot a_3}{l}$$

$$F_B = \frac{2000 \cdot 900 + 1000 \cdot 1200 + 800 \cdot 300}{1800} = 1800 \text{ N}$$

o más fácilmente

$$F_t = F_A + F_B$$

$$F_B = F_t - F_A = 3800 - 2000 = 1800 \text{ N}$$

Calcular la fuerza F_A en el eje delantero y la fuerza F_B en el eje trasero del coche de turismo de la figura 3.

$$\text{Fuerza } F_p \text{ del peso del vehículo} = 1509 \cdot 9,81 \approx 14\,800 \text{ N}$$

$$F_2 \text{ de la carga} = 126 \cdot 9,81 \approx 1240 \text{ N}$$

$$F_A = \frac{F_p \cdot b_1 - F_2 \cdot b_2}{l} = \frac{14\,800 \cdot 1265 - 1240 \cdot 550}{2750}$$

$$F_A = 6560 \text{ N}$$

$$F_B = F_t - F_A = 16\,040 - 6560 = 9480 \text{ N}$$

Observación: El peso en vacío del vehículo se considera como una fuerza aplicada en su centro de gravedad.

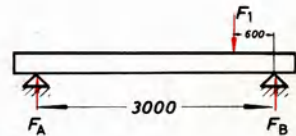
Observación

Las reacciones en los apoyos no sólo se dan en vigas soportadas y en los vehículos, sino también en ejes y árboles. En general, son **reacciones en los apoyos**, que hay que calcular para dimensionar los cojinetes o apoyos.

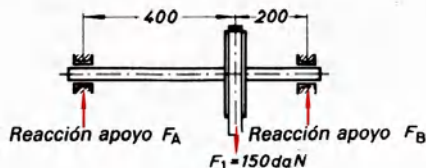
Ejercicios

13.16 La longitud de la viga del dibujo es de 3 000 mm y está cargada con una fuerza $F_1 = 1\,600\text{ N}$.

- Escribir la ecuación general de los momentos y para los valores dados.
- Calcular F_A y F_B en N.

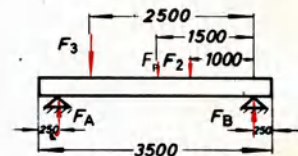


13.17 En un eje apoyado hay una polea de transmisión por correa. La tracción vertical de la transmisión carga al eje con 150 daN. Calcular las reacciones en los apoyos F_A y F_B en daN y kN.



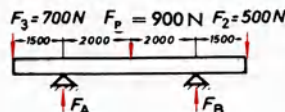
13.18 La viga en U del dibujo de al lado tiene un "peso" propio de 50 kg. Las fuerzas que sobre ella actúan son $F_2 = 81\text{ daN}$ y $F_3 = 1\,200\text{ N}$.

- Escribir la ecuación general de los momentos y para los valores dados.
- Calcular F_A y F_B en N.



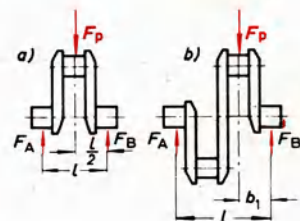
13.19 La viga de acero del dibujo está cargada como se representa.

- Escribir la ecuación general de los momentos y para los valores dados.
- Calcular F_A y F_B en N y kN.
- Comprobar si está equilibrada.



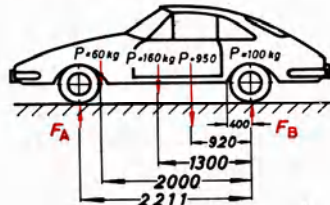
13.20 Por la combustión de la mezcla de combustible y aire una biela ejerce una fuerza $F_p = 500\text{ daN}$ en la muñequilla de un cigüeñal.

- Calcular las fuerzas (reacciones) F_A y F_B en los cojinetes si $l = 120\text{ mm}$ (dibujo de la izquierda).
- Determinar las fuerzas F_A y F_B si $l = 180\text{ mm}$ y $b_1 = 60\text{ mm}$ (dibujo de la derecha).



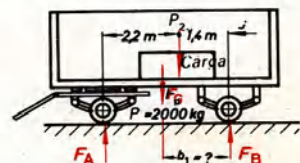
13.21 Un automóvil "pesa" 950 kg y se carga al máximo admisible de 1 270 kg (ver el dibujo).

- Calcular las fuerzas correspondientes en N.
- ¿Cuánto vale la fuerza F_A en el eje delantero?
- ¿Cuánto vale la fuerza F_B en el eje trasero?
- Calcular la carga en cada rueda en conducción recta.



13.22 Un remolque lleva una carga de 1 400 kg, su propio peso es de 2 000 kg y su eje trasero soporta 1 800 kg.

- ¿Cuál es el valor de F_A ?
- ¿A cuántos metros del eje trasero (en sentido horizontal) está el centro de gravedad del remolque?



13.23 El centro de gravedad de un automóvil está a 1,2 m por detrás del eje delantero. La distancia entre ejes (batalla) del vehículo es de 2,6 m. Calcular las cargas F_A y F_B en los ejes si el vehículo pesa 1 080 kg.

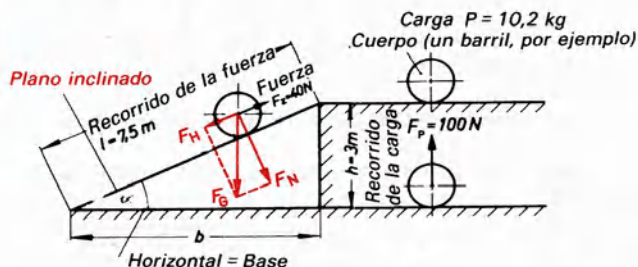
13.3 Plano inclinado

Explicación

El plano inclinado se cuenta también entre las máquinas simples a las que se puede aplicar la regla de oro de la mecánica de ahorrar fuerza a costa de la distancia.

Toda superficie inclinada constituye un plano inclinado.

Para elevar directamente un cuerpo (un barril, por ejemplo) hay que vencer toda la fuerza que éste ejerce por su peso, mientras que en el plano inclinado sólo hay que vencer la fuerza que el cuerpo hace hacia abajo paralela al plano inclinado ($F_H = F_Z = 40$ N).



Del simple examen del dibujo se deduce que si un cuerpo (en este caso el barril) se encuentra en un plano inclinado, son dos las fuerzas que ejerce:

1. Una paralela al plano hacia abajo F_H (que haría que rodara).
2. Una normal F_N (el barril presiona sobre su base y origina un rozamiento, que en este caso no se considera.)

El peso del cuerpo (barril) es la causa de estas dos fuerzas. La atracción de la Tierra ejerce una fuerza vertical sobre el barril (su peso F_G), que se descompone en la fuerza normal F_N (que presiona sobre su base) y la F_H , inclinada, que lo hace rodar por el plano inclinado.

La fuerza inclinada, la normal y la del peso constituyen en el plano inclinado el paralelogramo de fuerzas, cuya resultante es precisamente la fuerza por el peso del cuerpo. (Ver el capítulo 10).

Notaciones

F_Z = Fuerza de tracción (N)

F_H = Fuerza inclinada (N)

b = Base del plano inclinado

h = Altura del plano inclinado (recorrido de la carga)

$m = P$ = Peso (masa) del cuerpo (kg)

F_N = Fuerza normal (N)

F_P = Fuerza por el peso (N)

l = Longitud del plano inclinado

α = Ángulo de inclinación ($^\circ$)

En esta sección no se consideran las fuerzas de rozamiento.

Fórmula con ejemplo

1. Cálculo de la fuerza de tracción

$F_H (\approx F_Z)$ depende de:

1. Peso
2. Relación de h a l (inclinación)

Luego, Fuerza inclinada = $\frac{\text{Peso} \cdot \text{Altura}}{\text{Recorrido}}$
 $\approx$ Fuerza de tracción

$$F_Z \approx F_H = \frac{F_p \cdot h}{l} \text{ [N]}$$

De donde resulta

$$\frac{F_Z}{F_p} = \frac{h}{l}$$

Es decir, **en el plano inclinado las fuerzas son inversamente proporcionales a los recorridos.**

De esta ecuación resulta la **regla de oro de la mecánica**

Fuerza por distancia = Carga por distancia

$$F_Z \cdot l = F_p \cdot h$$

2. Cálculo de la fuerza normal

La fuerza normal F_N depende de

1. Peso (carga)
2. Relación de b a l (inclinación)

Luego, Fuerza normal = $\frac{\text{Peso} \cdot \text{Base}}{\text{Recorrido}}$

$$F_N = \frac{F_p \cdot b}{l} \text{ [N]}$$

De donde resulta

$$\frac{F_N}{F_p} = \frac{b}{l}$$

Es decir, **en el plano inclinado la relación de la fuerza normal al peso es igual que la de la longitud de la base a la longitud inclinada.**

Observaciones

1. El plano inclinado aparece en muchos casos: cuñas, tornillos, calles en pendiente, planchas de descarga, escaleras, tejados, etc.
2. En los planos inclinados se producen siempre pérdidas por fuerzas de rozamiento.
3. La cuña es un caso especial de plano inclinado, pues la fuerza F no es paralela a la superficie inclinada sino a la base (plano fundamental b), de lo cual resulta la siguiente fórmula:

$$F \cdot b = F_p \cdot h$$

- a) Calcular la fuerza inclinada (fuerza de tracción) del plano inclinado (ver fig. pág. 78).
- b) Escribir con valores numéricos la relación del plano inclinado.
- c) Comprobar si se cumple el equilibrio.

a) Fuerza inclinada

$$F_H \approx F_Z = \frac{F_p \cdot h}{l} = \frac{100 \cdot 3}{7,5} = \frac{300}{7,5} = \underline{40 \text{ N}}$$

(prescindiendo del rozamiento)

b) Relación (condiciones)

$$\frac{F_Z}{F_p} = \frac{h}{l}$$

$$\frac{40}{100} = \frac{3}{7,5}$$

$$\frac{40 : 40}{100 : 40} = \frac{3 : 3}{7,5 : 3}$$

$$\frac{1}{2,5} = \frac{1}{2,5}$$

c) Equilibrio

$$F_Z \cdot l = F_p \cdot h$$

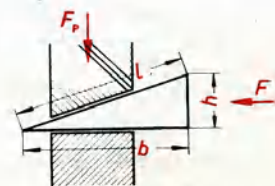
$$40 \cdot 7,5 = 100 \cdot 3$$

$$\underline{300 = 300}$$

Un coche de turismo se encuentra en una rampa que tiene 15 m de base y una longitud de pendiente de 20 m. ¿Con qué fuerza normal presiona el coche en la rampa si su peso es de 1 200 kg?

$$F_p = m \cdot g = 1200 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 11\,772 \text{ N}$$

$$F_N = \frac{F_p \cdot b}{l} = \frac{11\,772 \cdot 15}{20} = \underline{8829 \text{ N}}$$



Ejercicios

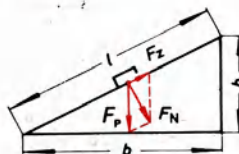
13.24 a) Formar el producto de las dos ecuaciones $\frac{F_Z}{F_p} = \frac{h}{l}$ y $\frac{F_N}{F_p} = \frac{b}{l}$ del plano inclinado.

b) Despejar de esos productos el valor de cada uno de sus términos.

c) ¿De qué depende la magnitud de la fuerza inclinada F_H ($\approx F_Z$)?

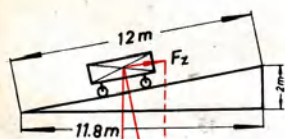
d) ¿Cómo varía la fuerza normal si por alteración de la inclinación del plano inclinado resulta menor la fuerza inclinada?

13.25 Calcular los valores que faltan



Ejercicio	a)	b)	c)	d)
F_Z	?	120 daN	48 daN	343 daN
F_N	?	526 daN	210,7 daN	?
F_G	125 daN	?	216 daN	?
h	2,5 m	40 mm	?	3,5 m
l	10 m	180 mm	?	16 m
b	9,68 m	?	131,7 dm	15,6 m

Ejercicio	e)	f)	g)
F_Z	?	120 daN	?
F_N	155 daN	119,4 daN	?
F_G	160 daN	1200 daN	1400 daN
h	200 cm	?	2000 m
l	800 cm	30 m	10 km
b	?	?	9,798 km



13.26 Se tira hacia arriba por el plano inclinado de al lado de un cuerpo cuyo peso es de 3 240 N.

a) ¿Cuál es el valor en N de la fuerza de tracción?

b) Calcular la fuerza normal en N.

c) Dibujar el plano inclinado con el remolque y el paralelogramo de fuerzas.

d) Escribir la relación general del plano inclinado y con los valores concretos y comprobar si se cumple el equilibrio.

13.27 Un automóvil de turismo que pesa 700 kg se encuentra en la pendiente representada.

a) Calcular la fuerza inclinada F_H en N.

b) ¿Cuánto vale en N la fuerza normal F_N ?

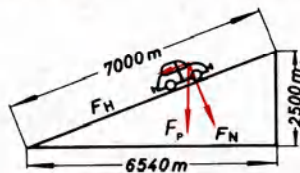
c) Dibujar en papel milimetrado el paralelogramo de fuerzas.

(M 1 mm $\triangleq$ 100 m, KM: 1 mm $\triangleq$ 100 N)

d) Determinar la relación de la inclinación y dar la pendiente de la calle en %.

$F_p = 3240 \text{ N}$

(M: 1:100; KM 1 mm $\triangleq$ 30 N)

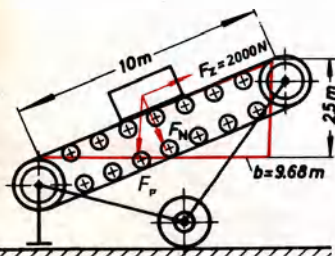


13.28 Una cinta transportadora ejerce una fuerza de tracción de 2 000 N.

a) Calcular la fuerza F_p del peso.

b) ¿Qué peso puede transportar la cinta?

c) ¿Cuál es la carga de la cinta por la fuerza normal F_N ?

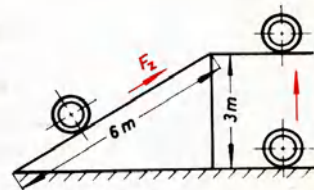


13.29 Un rodillo guía se desliza hacia arriba por la superficie de una cuña. La fuerza normal es $F = 4 \text{ daN}$. La cuña tiene una inclinación de $1 : 8$ y una longitud de 24 mm .

- Calcular la fuerza de empuje F en N y daN paralela a la base.
- Calcular la altura h en mm.

13.30 Un tubo de acero tiene un diámetro exterior de $1\,000 \text{ mm}$ y uno interior de 980 mm ; su longitud es de 6 m y la densidad del acero $7,85 \text{ kg/dm}^3$. Está representado en el dibujo de al lado. Calcular:

- El peso en kg.
- La fuerza de tracción en N.
- El trabajo mecánico sobre el plano inclinado y por elevación vertical.
- Expresar con pocas palabras el resultado de c).



13.31 Un remolque con un peso total de $6,8 \text{ t}$ tiene que subir por una rampa de 8 m de longitud por 1 m de pendiente.

Calcular la fuerza de tracción correspondiente en kN y daN.

13.32 Una carga de 260 kg tiene que elevarse 80 cm mediante un plano inclinado aplicándole una fuerza de 400 N . Calcular la longitud del recorrido de la fuerza.

13.33 Una carga de $15\,000 \text{ kg}$ tiene que desplazarse por un plano inclinado con una pendiente de $1 : 15$. ¿Cuál es la fuerza F si ésta actúa horizontalmente y hay que considerar un 21% más por el rozamiento?

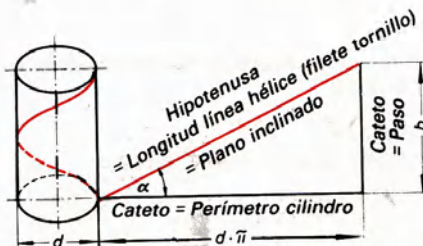
14 | Cálculo de roscas

14.1 Forma básica de la rosca, cálculo del paso de rosca, conversión de $\varnothing$ de roscas en mm y pulgadas

Explicación

Si la superficie del triángulo rectángulo (plano inclinado) se arrolla en cilindro, resulta que:

- El lado mayor (hipotenusa) del triángulo es la línea hélice (filete del tornillo).
- La base (cateto mayor) del triángulo es el perímetro del cilindro ($\pi \cdot d$).
- El cateto menor, es la pendiente h (paso de rosca) con el ángulo de inclinación α .

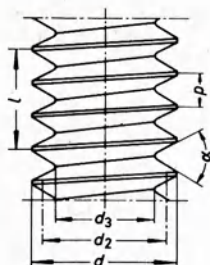


Línea hélice (filete tornillo) (ver también cap. 15).

La forma básica de la rosca es la línea hélice (plano inclinado).

Notaciones

Clase de rosca	Perfil de rosca	Dimensiones	Ejemplo
Rosca métrica normal ISO Rosca métrica fina ISO		d en mm d u. p en mm	M 16 M 20 x 1,5
Rosca Whitworth Rosca Whitworth fina Rosca Whitworth para tubos		d en pulgadas d en mm h en pulgadas Diámetro interior tubo pulgadas	$\frac{1}{4}$ " W 100 x $\frac{1}{8}$ " R 1"



d = Diámetro (nominal) de la rosca (mm ó pulgadas)

d_2 = Diámetro sobre los flancos (mm)

d_3 = Diámetro del núcleo (mm)

p = Paso en las roscas ISO (mm)

h = Paso en la rosca en pulgadas (mm ó pulgadas)

l = Longitud de medición (mm ó 1 pulgada)

α = Ángulo de los flancos ($^\circ$)

z = Número de filetes (o hilos)

Se distingue además entre:

1. Roscas a izquierdas y a derechas
2. Roscas de uno o más filetes (hilos)

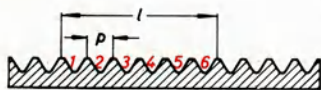
Los pasos están normalizados por DIN. Todas las dimensiones de las roscas guardan alguna relación determinada con el paso (ver también 14.2) y están contenidas en tablas de roscas.

(ISO = International Organisation for Standardization = Organización Internacional de Normalización)

Fórmula con ejemplo

1. Cálculo del paso de rosca

a) Rosca métrica ISO



Determinación del paso de rosca p de la cuenta de 6 hilos en la longitud de medición:

$$\text{Paso} = \frac{\text{Longitud de medición}}{\text{Número de hilos}}$$

En un bulón con rosca métrica se mide con el pie de rey una longitud $l = 9$ mm para 6 hilos de rosca ($\triangleq$ pasos $\triangleq$ número de hilos)

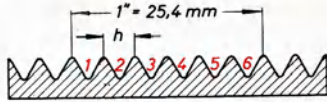
- Determinar: a) El paso de rosca
b) La denominación de la norma de la rosca

$$a) P = \frac{l}{z} = \frac{9}{6} = 1,5 \text{ mm}$$

- b) Diámetro nominal de la rosca medido con el pie de rey, 10 mm; por lo tanto, se trata de una Rosca M 10

$$P = \frac{l}{z} \text{ [mm]}$$

b) Rosca en pulgadas



Determinación del paso en las roscas en pulgadas por el número de pasos ($\triangleq$ hilos) en la longitud de 1 pulgada.

$$\text{Paso} = \frac{1 \text{ Pulgada}}{\text{Número de hilos}}$$

$$h = \frac{1''}{z} = \frac{1 \cdot 25,4}{z} \left[\begin{array}{l} \text{Pulg. o} \\ \text{mm} \end{array} \right]$$

Una rosca en pulgadas tiene 6 hilos por pulgada

Determinar: a) El paso de rosca en pulgadas y mm.

b) La denominación de la norma de la rosca.

$$a) h = \frac{1''}{z} = \frac{1''}{6} = \underline{\underline{1/6 \text{ pulgada}}}$$

$$h = \frac{1 \cdot 25,4}{6} = \underline{\underline{4,233 \text{ mm}}}$$

b) Por las tablas y medición con el pie de rey se trata de una rosca Whitworth de $1\frac{3}{8}''$ o de $1\frac{1}{2}''$

Es pues necesario conocer también el diámetro exterior.

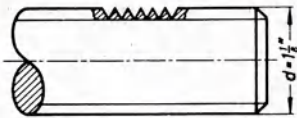
Entonces **el paso de rosca es el valor inverso del número de hilos por pulgada.**

Observación: Los números fraccionarios de hilos deben convertirse en enteros.
8 hilos $\triangleq$ Paso $\frac{1}{8}''$

$$\left\{ \begin{array}{l} 8 \text{ Hilos} \triangleq \frac{1}{8}'' \text{ Paso} \\ z = 4\frac{1}{2} \text{ hilos por } 1'' \\ z = 9 \text{ hilos por } 2'' \\ h = \frac{2''}{9} \triangleq \underline{\underline{5,64 \text{ mm}}} \end{array} \right.$$

En la rosca métrica el número de hilos se refiere a una longitud de medición arbitraria elegida libremente; en la rosca en pulgadas se refiere a una longitud de pulgada.

2. Conversión de diámetros de roscas en mm o pulgadas

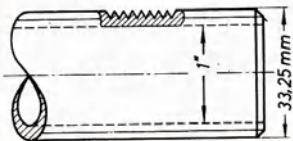


Rosca Whitworth

Calcular el diámetro exterior en mm de las roscas de $1\frac{1}{8}''$ y $1\frac{3}{4}''$.

$$d = 1\frac{1}{8}'' \cdot 25,4 = \underline{\underline{28,575 \text{ mm}}}$$

$$d = 1\frac{3}{4}'' \cdot 25,4 = \underline{\underline{44,45 \text{ mm}}}$$



Rosca Whitworth para tubos

Convertir en mm el diámetro de la luz de un tubo de rosca Whitworth R1" y R 2 1/2".

$$d = 1'' \cdot 25,4 = \underline{\underline{25,4 \text{ mm}}} \quad (\text{Diámetro nominal} = 25 \text{ mm})$$

$$d = 2\frac{1}{2}'' \cdot 25,4 = \underline{\underline{63,5 \text{ mm}}} \quad (\text{Diámetro nominal} = 65 \text{ mm})$$

Diámetro de la rosca en mm = Pulgadas $\cdot$ 25,4

$$d = \text{Pulgadas} \cdot 25,4 \text{ [mm]}$$

Diámetro de la rosca en pulgadas = mm divididos por 25,4

$$\text{Pulgadas} = \frac{d \text{ en mm}}{25,4 \text{ mm}} ["]$$

Convertir en pulgadas el diámetro de las roscas de 19,05 mm y 41,275 mm.

$$\text{Pulgadas} = \frac{19,05 \text{ mm}}{25,4 \text{ mm}} = 0,75 = \underline{\underline{3/4''}}$$

$$\begin{aligned} \text{Pulgadas} &= \frac{41,275 \text{ mm}}{25,4 \text{ mm}} = 1,625 \\ &= \frac{1625}{1000} = \underline{\underline{1\frac{5}{8}''}} \end{aligned}$$

Observación: En las roscas Whitworth para tubos, el diámetro nominal es de la luz del tubo (diámetro interior).

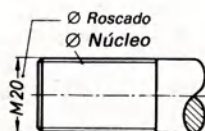
Observación

Todas las roscas están normalizadas por DIN. De las hojas DIN se pueden extraer todas las medidas de las roscas.

Ejercicios

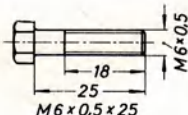
14.1 Determinar los valores que faltan.

(Valerse de una tabla de roscas.)



Representación de una rosca

Ejercicio	a)	b)	c)	d)	e)
Rosca	?	?	?	?	?
Longitud de medición	12 mm	?	15 mm	1"	1"
Número de hilos	12	8	?	11	?
Paso	?	1,75 mm	2,5 mm	en pulg. y mm	1/7"



14.2 La rosca de un tornillo, medida con un pie de rey, tiene un diámetro exterior de 20 mm. Además, se le cuentan 16 hilos en una longitud de rosca de 40 mm.

a) ¿Cuál es su paso en mm?

b) ¿De qué rosca se trata?

14.3 La denominación del tornillo hexagonal del dibujo de al lado es M 6 x 0,5 x 25.

a) Explicar la denominación.

b) Calcular el número de hilos (igual al de pasos) en 18 mm.

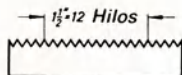
14.4 Convertir en mm los siguientes diámetros de rosca:

a) 3/8" b) 7/16" c) 5/8" d) 1 1/8" e) 1 1/4" f) 2 1/2" g) 3 1/4"

14.5 Convertir en pulgadas los siguientes diámetros de rosca:

a) 6,35 mm b) 7,9375 mm c) 12,7 mm d) 22,225 mm e) 25,4 mm f) 34,925 mm

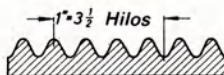
g) 38,1 mm h) 69,85 mm



14.6 Una rosca de 1 pulgada tiene 12 hilos en 1 1/2". ¿Cuál es su paso en pulgadas y milímetros?

14.7 El paso de una rosca es de 1,41 mm. ¿Cuántos hilos tiene en 1", 1 3/4" y 2 1/2"?

14.8 Una rosca tiene 3 1/2 hilos en 1 pulgada. Calcular su paso en pulgadas y milímetros.



14.9 En la medición de una rosca en pulgadas se obtienen los siguientes valores:

a) $d = 1/2"$; $h = 2,12$ mm; b) $d = 7/8"$; $h = 2,82$ mm.

Calcular el número de hilos por pulgada.

14.10 Un perno roscado tiene un diámetro nominal de 10 mm. Con el pie de rey se cuentan 12 hilos en 18 mm.

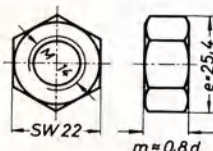
a) ¿Cuáles es el paso p en milímetros?

b) ¿Cómo se expresa su denominación normalizada?

14.11 Una tuerca hexagonal con rosca M14 tiene una altura $m \approx 0,8 d$.

a) Determinar la altura de la tuerca.

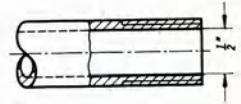
b) ¿Cuántos hilos enteros tiene la tuerca si su paso es de 2 mm?



Tuerca hexagonal

14.12 Una rosca Whitworth para tubos tiene $R \frac{1}{2}"$ y un diámetro exterior de 20,96 mm. Determinar:

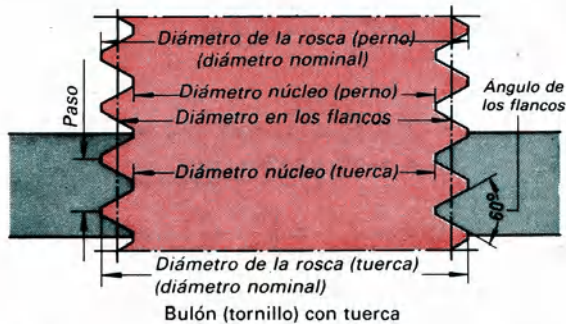
- La luz del tubo (diámetro interior nominal) en mm.
- Paso en pulgadas y mm para $z = 14$.
- Sección transversal de la luz del tubo en cm^2 .



14.2 Cálculo de roscas métricas, Cálculo de roscas en pulgadas

Explicación

En el cálculo de roscas se trata de determinar la altura del triángulo, la profundidad de la rosca y el diámetro en los flancos y del núcleo.

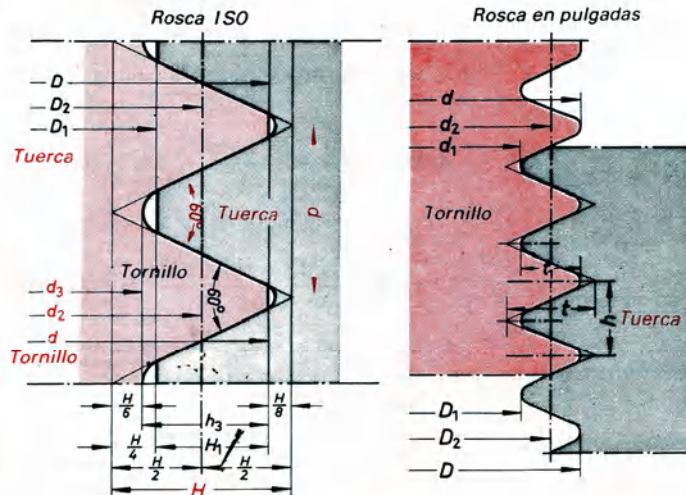


Se distingue entre:

- Rosca métrica ISO y
- Rosca en pulgadas

El perfil, el diámetro (nominal), el paso y la profundidad de rosca están fijados por normas. Las demás dimensiones de las roscas se deducen de éstas.

Notaciones



Rosca ISO

$D = \varnothing$ rosca tuerca
 $D_2 = \varnothing$ flancos tuerca
 $D_1 = \varnothing$ núcleo tuerca

$d = \varnothing$ rosca tornillo
 $d_2 = \varnothing$ flancos tornillo
 $d_1 = \varnothing$ núcleo tornillo

$P =$ Paso
 $H =$ Altura triángulo
 $H_1 =$ Prof rosca tuerca
 $H_3 =$ Prof rosca tornillo

Rosca en pulgadas

$D = \varnothing$ rosca tuerca
 $D_2 = \varnothing$ flancos tuerca
 $D_1 = \varnothing$ núcleo tuerca

$d = \varnothing$ rosca tornillo
 $d_2 = \varnothing$ flancos tornillo
 $d_1 = \varnothing$ núcleo tornillo

$p =$ Paso
 $t =$ Altura triángulo
 $t_1 =$ Profundidad rosca

Las dimensiones de las roscas se dan en milímetros. En las roscas en pulgadas, solamente se da en pulgadas el diámetro nominal.

Fórmula con ejemplo

1. Cálculo de rosca métrica ISO

Altura del triángulo = $0,866 \cdot \text{Paso}$

$$H = 0,866 \cdot P \text{ [mm]}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ø flancos} \\ \text{tuerca} \\ \text{y tornillo} \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{l} \text{Ø exterior tornillo} - \frac{3}{4} \text{ altura triángulo} \\ \text{Ø exterior tornillo} - 0,65 \cdot \text{Paso} \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} d_2 = D_2 = d - \frac{3}{4} H \text{ [mm]} \\ d_2 = D_2 = d - 0,65 \cdot P \text{ [mm]} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ø núcleo} \\ \text{tornillo} \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{l} \text{Ø flancos tornillo} - 2 \left(\frac{H}{2} - \frac{H}{6} \right) \\ \text{Ø exterior tornillo} - 2 \cdot 0,65 \cdot P \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} d_3 = d_2 - 2 \cdot \left(\frac{H}{2} - \frac{H}{6} \right) \text{ [mm]} \\ d_3 \approx d - 2 \cdot 0,65 P \text{ [mm]} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ø núcleo} \\ \text{tuerca} \end{array} \right\} = \text{Ø exterior tornillo} - 2 H_1$$

$$D_1 = D - 2 H_1 \text{ [mm]}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Profundidad} \\ \text{de la rosca} \\ \text{en la tuerca} \end{array} \right\} = \frac{\text{Ø exterior tuerca} - \text{Ø núcleo tuerca}}{2}$$

$$H_1 = \frac{D - D_1}{2} = \frac{5}{8} H \text{ [mm]}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Profundidad} \\ \text{de la rosca} \\ \text{en el tornillo} \end{array} \right\} = \frac{\text{Ø exterior tornillo} - \text{Ø núcleo tornillo}}{2}$$

$$h_3 = \frac{d - d_3}{2} = \frac{17}{24} H \text{ [mm]}$$

La rosca métrica ISO M 10 tiene un paso de 1,5 mm. Calcular:

- Altura del triángulo
- Diámetro en los flancos
- Diámetro del núcleo
- Profundidad de la rosca

$$\begin{aligned} \text{a) } H &= 0,866 \cdot P = 0,866 \cdot 1,5 \\ H &= \underline{1,299 \text{ mm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } d_2 = D_2 = d - \frac{3}{4} H &= 10 - \frac{3}{4} \cdot 1,299 \\ d_2 &= 10 - 0,974 = \underline{9,026 \text{ mm}} \end{aligned}$$

o bien

$$\begin{aligned} d_2 = D_2 = d - 0,65 \cdot P &= 10 - 0,65 \cdot 1,5 \\ d_2 &= 10 - 0,975 = \underline{9,025 \text{ mm}} \end{aligned}$$

$$\text{c) } d_3 = d_2 - 2 \cdot \left(\frac{H}{2} - \frac{H}{6} \right) = 9,026$$

$$- 2 \cdot \left(\frac{1,299}{2} - \frac{1,299}{6} \right) = 9,026 - 0,864$$

$$d_3 = \underline{8,162 \text{ mm}}$$

o bien

$$d_3 \approx d - 2 \cdot 0,65 P \approx 10 - 2 \cdot 0,65 \cdot 1,5$$

$$d_3 \approx 10,00 - 1,95 = \underline{8,05 \text{ mm}}$$

$$D_1 = D - 2 \cdot H_1 = 10 - 2 \cdot 0,812$$

$$D_1 = 10 - 1,624 = \underline{8,376 \text{ mm}}$$

$$\text{d) } H_1 = \frac{5}{8} H = \frac{5 \cdot 1,299}{8} = \underline{0,812 \text{ mm}}$$

o bien

$$H_1 = \frac{D - D_1}{2} = \frac{10 - 8,376}{2} = \underline{0,812 \text{ mm}}$$

$$h_3 = \frac{17}{24} H = \frac{17 \cdot 1,299}{24} = \underline{0,92 \text{ mm}}$$

o bien

$$h_3 = \frac{d - d_3}{2} = \frac{10 - 8,162}{2} = \underline{0,919 \text{ mm}}$$

2. Cálculo de rosca en pulgadas

Altura del triángulo = $0,96049 \cdot \text{Paso}$

$$t = 0,96 \cdot h \text{ [mm]}$$

Profundidad de la rosca = $0,64033 \cdot \text{Paso}$

$$t_1 = 0,64 \cdot h \text{ [mm]}$$

Las fórmulas para los diámetros en los flancos y del núcleo son las mismas que para las roscas métricas.

Por lo tanto:

$$\varnothing \text{ flancos: } d_2 = d - t_1 \text{ [mm]}$$

o bien

$$d_2 = d_1 + t_1 \text{ [mm]}$$

$$\varnothing \text{ núcleo: } d_1 = d - 2 \cdot t_1 \text{ [mm]}$$

La rosca Whitworth de $\frac{3}{4}"$ tiene un paso de 2,54 mm. Calcular:

- Altura del triángulo
- Profundidad de la rosca
- Diámetro exterior en mm
- Diámetro en los flancos en mm
- Diámetro del núcleo en mm

$$a) t = 0,96 \cdot h = 0,96 \cdot 2,54 = \underline{2,43 \text{ mm}}$$

$$b) t_1 = 0,64 \cdot h = 0,64 \cdot 2,54 = \underline{1,62 \text{ mm}}$$

$$c) d = \frac{3}{4}" \cdot 25,4 = \underline{19,05 \text{ mm}}$$

$$d) d_2 = d - t_1 = 19,05 - 1,62 \\ d_2 = \underline{17,43 \text{ mm}}$$

o bien, tomado de las tablas

$$d_2 = d_1 + t_1 = 15,80 + 1,62$$

$$d_2 = \underline{17,42 \text{ mm}}$$

$$e) d_1 = d - 2 \cdot t_1 = 19,05 - 2 \cdot 1,62 \\ d_1 = \underline{15,81 \text{ mm}}$$

Observación

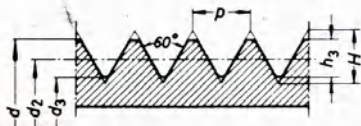
$$d = D, d_1 = D_1 \text{ y } d_2 = D_2$$

Observaciones

- Las roscas Whitworth para tubos se calculan como las roscas en pulgadas.
- Las hojas de normas correspondientes abarcan todas las dimensiones de las roscas.
- En Estados Unidos y Canadá tienen desde 1949 el sistema de unidades en pulgadas.

Ejercicios

14.13 Para un tornillo de rosca métrica ISO M 16, determinar:

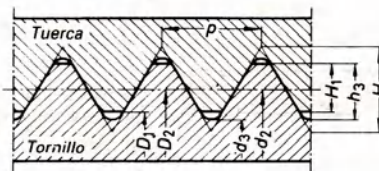


- Paso P .
- Altura del triángulo H y profundidad de rosca h_3 .
- Diámetro en los flancos d_2 .
- Diámetro del núcleo d_3 .
- Clase de rosca.

14.14 La rosca ISO M 10 tiene una profundidad $h_3 = 0,92 \text{ mm}$.

- Calcular los valores característicos de esta rosca.
- Dibujar tres hilos de rosca completos a escala 10 : 1 en papel milimetrado y anotar las medidas.

14.15 Para la rosca ISO M 20 de paso 2,5 mm calcular:

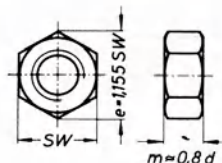


- La altura del triángulo H .
- La profundidad de rosca h_3 para el tornillo y la H_1 para la tuerca.
- Los diámetros en los flancos D_2 y d_2 .
- El diámetro del núcleo d_3 para el tornillo y el D_1 para la tuerca.

14.16 La rosca métrica ISO M 16 tiene una altura de triángulo $H = 1,732$ mm.

- Averiguar el paso, el diámetro en los flancos, la profundidad de rosca para el tornillo y la tuerca y el diámetro del núcleo para el tornillo y la tuerca.
- Dibujar el perfil de la rosca para el tornillo y la tuerca con tres hilos completos, igual que en el ejercicio 14.15, en papel milimetrado y a escala 10 : 1.

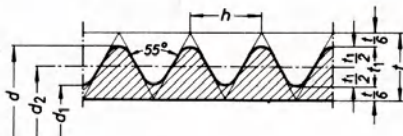
14.17 Una tuerca hexagonal con rosca ISO tiene un $\varnothing$ del núcleo de 10,106 mm y un paso de 1,75 mm.



Calcular:

- La altura del triángulo H .
- La profundidad de rosca H_1 .
- El diámetro exterior D .
- El diámetro en los flancos D_2 .
- Altura de la tuerca m y su diagonal e si el ancho entre caras SW (ancho de llave) es de 19 mm.

14.18 La rosca Whitworth para tubos de $\frac{3}{4}$ " tiene un diámetro exterior de 26,44 mm y un paso de 1,814 mm. Calcular:



- La altura del triángulo t en mm.
- La profundidad de rosca t_1 en mm.
- El diámetro del núcleo d_1 en mm.
- El diámetro en los flancos d_2 en mm.

14.19 La rosca de $1 \frac{1}{2}$ " tiene una profundidad de 2,71 mm.

- Calcular el paso, la altura del triángulo, el diámetro exterior, el diámetro en los flancos, el diámetro del núcleo y el número de hilos de la rosca.
- Dibujar la rosca con todas sus medidas como en el ejercicio 14.18 (escala 10 : 1).

14.20 Para un tornillo con rosca ISO M 14 calcular el paso, la altura del triángulo, el diámetro en los flancos y el del núcleo.

15 | Cálculo de tornillos

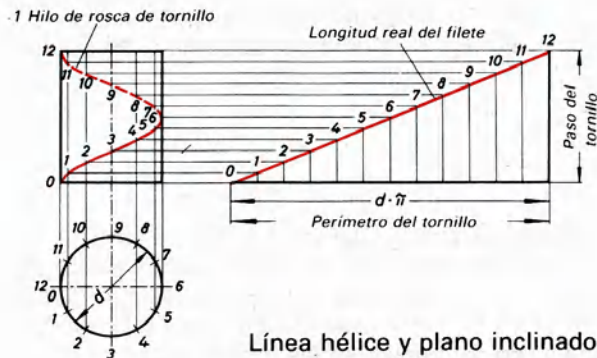
Fuerza de tracción y compresión en los tornillos, carga admisible de los tornillos

Explicación

El tornillo es una aplicación importante del plano inclinado (13.3).

Cuando se enrolla un plano inclinado en un cilindro, se engendra una línea hélice.

Como en el tornillo el paso (la pendiente del plano) es muy poco se puede considerar que el perímetro de una vuelta de hilo de rosca es igual al perímetro del tornillo.



1. Fuerzas de tracción y compresión en el tornillo

El tornillo tiene en general dos posibles aplicaciones:

- a) Unir piezas de máquinas, como la tapa de la caja de cambio

Tornillo a tracción

- b) Elevación de cargas, como en el cric o gato y el extractor

Tornillo a tracción y compresión

Las fuerzas de tracción y compresión actúan en el sentido del eje del tornillo. Se denominan fuerzas en el tornillo.

Las fuerzas en el tornillo se calculan mediante el plano inclinado:

Fuerza × distancia (de Fuerza) = Carga × distancia (de carga)

2. Carga admisible del tornillo

Los tornillos no deben apretarse más allá de un valor determinado, pues de lo contrario se rompen (o pierden efectividad). Para la carga del tornillo es esencial lo siguiente:

a) Sección portante del tornillo (sección transversal para la tensión)

El surco de la rosca debilita el cuerpo roscado. La sección portante de un tornillo es por esta razón menor que la del perno. La sección portante se llama sección de tensión en las roscas ISO.

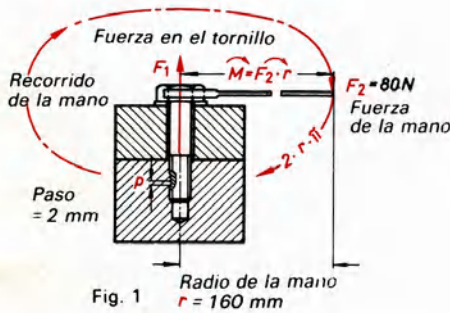
b) Cargas admisibles a tracción, compresión y cortadura

La carga admisible es la sollicitación a la cual no se producen deformaciones perma-

nentes ni la rotura del tornillo. En general depende del material y de la clase de carga (ver también el capítulo 11)

La magnitud de la carga admisible de un tornillo se calcula con la sección de la tensión y la sollicitación admisible a tracción, compresión o cortadura.

Notaciones



F_1 = Fuerza en el tornillo = Fuerza a tracción o compresión (N)

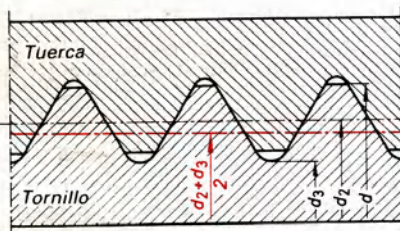
F_2 = Fuerza de la mano (N)

$P(h)$ = Paso de rosca mm

r = Radio de la mano = Brazo de palanca (mm)

$2 \pi r$ = Recorrido de la mano (mm)

$M = F_2 \cdot r$ = Momento = Momento de giro (par) (Nm)



A_s = Sección de tensión del tornillo (mm² ó cm²)

σ_{ad} = Sollicitación admisible a tracción o compresión (N/mm² o daN/cm²)

τ_{ad} = Sollicitación admisible a cortadura (N/mm² o daN/cm²)

d_2 = Diámetro en los flancos en las roscas ISO (mm)

d_3 = Diámetro del núcleo en las roscas ISO (mm)

d = Diámetro nominal (diámetro exterior) (mm)

F_{ad} = Carga admisible

Fórmula con ejemplo

1. Fuerza a tracción y compresión del tornillo

Como el tornillo es una máquina simple se le aplica la regla de oro de la mecánica:

**Poca fuerza por distancia larga
igual a
muchas fuerza en el tornillo con poco recorrido.**

Fuerza en el tornillo $\times$ Paso =
Fuerza de la mano $\times$ Recorrido de la mano

$$F_1 \cdot P = F_2 \cdot 2 \pi r$$

$$F_1 = \frac{F_2 \cdot 2 \pi r}{P} \quad [\text{N}]$$

(ver también 13.3)

Calcular, con los valores de la figura 1, la fuerza en el eje del tornillo (fuerza a tracción) si se aprieta el tornillo con una llave.

$$F_1 = \frac{F_2 \cdot 2 \pi r \cdot \pi}{P} \quad [\text{N}]$$

$$F_1 = \frac{80 \cdot 2 \cdot 160 \cdot 3,14}{2}$$

$$F_1 = 40\,192 \text{ N}$$

Observación. A veces se indica el paso con la letra h (como en las roscas inglesas y las trapeciales).

2. Carga admisible del tornillo

La sección de tensión de las roscas ISO es un círculo de diámetro igual a $\frac{d_2 + d_3}{2}$ (para d_2 y d_3 ver el dibujo en 14.2)

$$F_{ad} = A_S \cdot \sigma_{ad} \text{ [N]}$$

$$F_{ad} = \left(\frac{d_2 + d_3}{2} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \sigma_{ad} \text{ [N]}$$

$$F_{ad} = A_S \cdot \tau_{ad} \text{ [N]}$$

$$F_{ad} = \left(\frac{d_2 + d_3}{2} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \tau_{ad} \text{ [N]}$$

El tornillo con rosca ISO M 12 tiene un diámetro en los flancos $d_2 = 10,863$ mm y un diámetro en el núcleo $d_3 = 9,853$ mm. Determinar qué carga puede soportar si

$$\sigma_{ad} = 400 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \text{ (ver fig. 2)}$$

$$F_{ad} = A_S \cdot \sigma_{ad} = \left(\frac{d_2 + d_3}{2} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \sigma_{ad} \text{ (N)}$$

$$F_{ad} = \left(\frac{10,863 + 9,853}{2} \right)^2 \cdot \frac{3,14}{4} \cdot 400$$

$$F_{ad} = \underline{33\,690 \text{ N}}$$

Observación

Para el cálculo de la fuerza en el eje de tornillo hay que considerar también la pérdida por rozamiento.

Ejercicios

1. Fuerza a tracción y compresión del tornillo

15.1 Despejar cada uno de los términos de la fórmula $F_1 \cdot P = F_2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r$ (excepto π).

15.2 Calcular la fuerza en el eje del tornillo en que se aprietan entre sí ambas placas de acero. El paso de rosca del tornillo de cabeza hexagonal M 14 es de 2 mm, la fuerza de la mano $F_2 = 7$ daN y el brazo de palanca r de la llave, de 140 mm. Se prescinde del rozamiento.

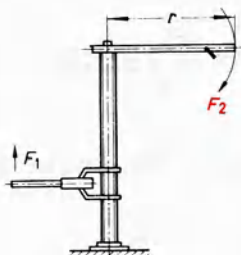
15.3 Un tornillo de rosca trapecial tiene un paso de 6 mm. La fuerza F_2 de la mano es de 120 N en el extremo de una palanca de 320 mm de longitud.

- ¿Cuál es el valor de la fuerza F_1 , prescindiendo del rozamiento?
- Calcular el momento efectivo de la palanca (momento de giro, par).

15.4 ¿Cuál ha de ser el momento efectivo en el brazo de palanca de un husillo de presión con paso de 4 mm para que ejerza una fuerza de 47 100 N?

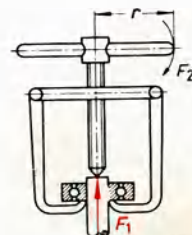
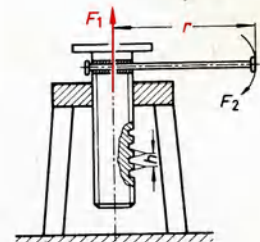
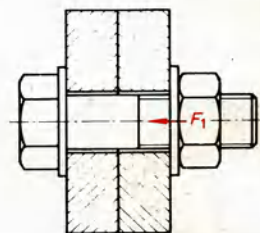
15.5 Un gato con rosca trapecial Tr 28 × 6 tiene que levantar un turismo de $P = 785$ kg.

- ¿Cuál ha de ser la fuerza F_2 de la mano si el brazo de palanca es $r = 300$ mm y se considera un 25% por rozamiento?
- ¿Cuál ha de ser la fuerza F_2 de la mano si el brazo de palanca es $r = 600$ mm y se considera igualmente un 25% por rozamiento?



15.6 Un extractor tiene una rosca M 20 de 2,5 mm de paso. El brazo de palanca r tiene 125 mm de largo. ¿Cuál es la fuerza de tracción del extractor si $F_2 = 60$ N?

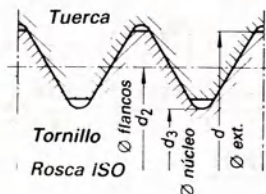
15.7 Un extractor tira con una fuerza de 3 140 daN. El brazo de palanca tiene 350 mm de largo y la fuerza de la mano es de 5 daN. ¿Cuál ha de ser el paso de rosca del extractor para lograr que tire con esa fuerza?



2. Carga admisible del tornillo

15.8 Despejar los términos del segundo miembro de la fórmula $F = A_s \cdot \sigma_{ad}$.

15.9 Calcular la sección de tensión y la carga admisible de la rosca ISO a tracción (compresión) y cortadura sabiendo que la tensión a cortadura admisible es igual a 4/5 de la correspondiente a tracción.



Rosca ISO	M 6	M 10	M 16	M 24	M 36
d_2 [mm]	5,35	9,03	14,7	22,05	33,4
d_3 [mm]	4,77	8,16	13,55	20,32	31,09
σ_{ad} (daN/cm ²)	800	920	1200	1060	720

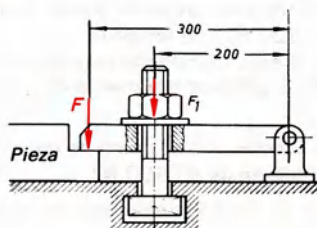
15.10 Un tornillo hexagonal con una sección de tensión de 561 mm² se enrosca en una plancha y queda sometido a una tracción de 16 830 N.

- Calcular la tensión a tracción efectiva.
- Determinar si es suficiente la sección del tornillo si $\sigma_{ad} = 910$ daN/cm² y el coeficiente de seguridad es 3.

15.11 La culata de un motor se fija con 12 tornillos M 12. La tensión admisible es de 900 daN/cm².

- Calcular la sección de tensión si $d_2 = 10,86$ mm y $d_3 = 9,85$ mm.
- ¿Qué carga a tracción soportan conjuntamente los 12 tornillos?

15.12 Una tuerca M 20 × 2 se aprieta con una llave de 200 mm de largo con una fuerza F_2 de la mano = 12 daN. Calcular la fuerza F de aprieto con un rendimiento $\eta = 0,5$.



16 | Teorema de Pitágoras

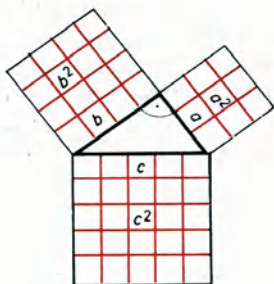
Teorema de Pitágoras, cálculo del ancho de llave (ancho entre caras), cálculo de diagonales

Explicación

El teorema de Pitágoras tiene múltiples aplicaciones en la industria. El cálculo del ancho entre caras de una tuerca cuadrada o hexagonal, el de diagonales de polígonos y el de la altura de un cuerpo, se basan en él.

En los triángulos rectángulos los lados guardan entre sí una relación determinada que describe el teorema de Pitágoras.

Notaciones



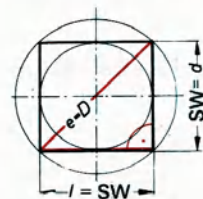
a = Cateto
 b = Cateto

c = Hipotenusa
 = Símbolo del ángulo recto (90°)

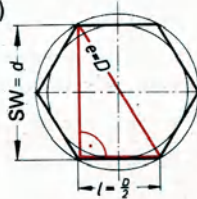
En el triángulo rectángulo los catetos forman los lados del ángulo recto. La hipotenusa une los lados del ángulo recto y es el lado mayor del triángulo.

Teorema de Pitágoras

D = Diámetro del círculo circunscrito (mm)
 d = Diámetro del círculo inscrito (mm)
 $e = D$ = Diagonal (mm)
 $d = SW$ = Ancho entre caras (mm)
 l = Longitud del lado del polígono (mm)



Cuadrado



Hexágono

Fórmula con ejemplo

1. Teorema de Pitágoras

En el triángulo rectángulo, el cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados construidos sobre los catetos.

El triángulo rectángulo del dibujo de arriba tiene las siguientes dimensiones:

$a = 3 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$

$c^2 = a^2 + b^2$	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$
$a^2 = c^2 - b^2$	$a = \sqrt{c^2 - b^2}$
$b^2 = c^2 - a^2$	$b = \sqrt{c^2 - a^2}$

$5^2 = 3^2 + 4^2$	$c = \sqrt{3^2 + 4^2}$
$25 = 9 + 16$	$c = \sqrt{25} = \underline{5 \text{ cm}}$
$3^2 = 5^2 - 4^2$	$a = \sqrt{5^2 - 4^2}$
$9 = 25 - 16$	$a = \sqrt{9} = \underline{3 \text{ cm}}$
$4^2 = 5^2 - 3^2$	$b = \sqrt{5^2 - 3^2}$
$16 = 25 - 9$	$b = \sqrt{16} = \underline{4 \text{ cm}}$

2. Cálculo del ancho entre caras de un cuadrado con la ayuda del teorema de Pitágoras

$$SW^2 + SW^2 = D^2$$

$$2 SW^2 = D^2$$

$$SW^2 = 0,5 \cdot D^2$$

$$SW = \sqrt{0,5 \cdot D}$$

$$SW = 0,707 \cdot D$$

$$d = 0,707 \cdot D$$

$$d = 0,707 \cdot e$$

En un redondo de acero de diámetro $D = 50 \text{ mm}$ hay que limar un cuadrado (ver el dibujo anterior del cuadrado). Calcular el ancho entre caras.

$$SW = 0,707 \cdot D \text{ [mm]}$$

$$SW = 0,707 \cdot 50$$

$$SW = \underline{35,35 \text{ mm}}$$

3. Cálculo de la diagonal de un hexágono con la ayuda del teorema de Pitágoras

$$d_2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2 = D^2$$

$$d_2 = D^2 - \frac{D^2}{4}$$

$$d_2 = \frac{3}{4} D^2$$

$$D^2 = \frac{d^2 \cdot 4}{3}$$

$$D = \frac{d \cdot 2}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} D &= 1,155 \cdot d \\ D &= 1,155 \cdot SW \\ e &= 1,155 \cdot d \end{aligned}$$

De un redondo de acero hay que sacar un hexágono. El ancho entre caras del hexágono es de 43 mm (ver el dibujo anterior del hexágono). ¿Qué diámetro ha de tener el redondo para obtener ese ancho entre caras de 43 mm?

$$e = 1,155 \cdot d \text{ [mm]}$$

$$e = 1,155 \cdot 43$$

$$e = \underline{49,665 \text{ mm}}$$

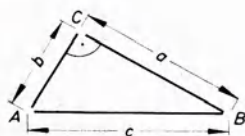
Observación

La tabla siguiente da valores auxiliares para el cálculo de polígonos regulares. En este capítulo se han calculado los valores enmarcados.

Número de lados del polígono	l =		d =		D =		A =		
	D por	d por	D por	l por	d por	l por	D ² por	d ² por	l ² mal
3	0,866	1,732	0,500	0,578	2,000	1,154	0,325	1,299	0,433
4	0,707	1,000	0,707	1,000	1,414	1,414	0,500	1,000	1,000
5	0,588	0,727	0,809	1,376	1,236	1,702	0,595	0,908	1,721
6	0,500	0,578	0,866	1,732	1,155	2,000	0,649	0,866	2,598
8	0,383	0,414	0,924	2,414	1,082	2,614	0,707	0,829	4,828
10	0,309	0,325	0,951	3,078	1,051	3,236	0,735	0,812	7,694
12	0,259	0,268	0,966	3,732	1,053	3,864	0,750	0,804	11,196

Ejercicios

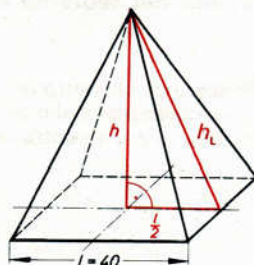
16.1 Se dan dos lados de un triángulo rectángulo. Calcular el tercero.



Notaciones en el triángulo

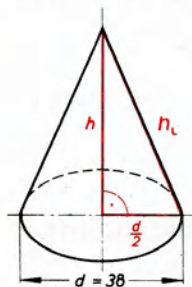
- a) $a = 6 \text{ cm}$ b) $a = 22 \text{ mm}$ c) $b = 4 \text{ m}$
 $b = 3 \text{ cm}$ $c = 38 \text{ mm}$ $c = 12 \text{ m}$
d) $b = 4,6 \text{ dm}$ e) $a = 2,37 \text{ m}$ f) $a = 2,5 \text{ dm}$
 $c = 7,8 \text{ dm}$ $c = 5,69 \text{ m}$ $b = 0,9 \text{ dm}$

16.2 Una pirámide de base cuadrada tiene una altura de 50 mm. Calcular:



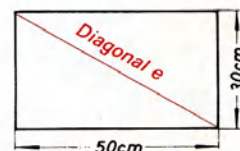
- a) La altura lateral h_l en cm.
b) La superficie total A_t de la pirámide en cm^2 (ver 7.1).
c) Dibujar la pirámide en papel milimetrado y comprobar la solución para h_l .

16.3 Un cono tiene una altura de 44 mm y un diámetro de 38 mm. Calcular:



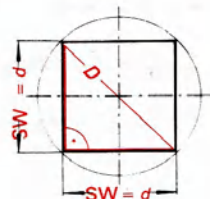
- La altura lateral h_L en mm.
- La superficie lateral A_L del cono en mm^2 (ver 7.1)
- Dibujar la superficie lateral en papel milimetrado.

16.4 La plancha de acero del dibujo es de 50×30 cm. Calcular en cm la diagonal e.



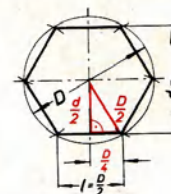
16.5 Se va a hacer un cuadrado con ancho entre caras $SW = 32$ mm partiendo de un redondo.

- ¿Cuál es el diámetro mínimo del redondo, en milímetros?
- Comprobar mediante el teorema de Pitágoras los valores auxiliares de la tabla.



16.6 De un redondo de 40 mm de diámetro hay que hacer el mayor hexágono posible.

- ¿Cuál será el ancho entre caras del hexágono que se obtenga?
- Comprobar mediante el teorema de Pitágoras los valores auxiliares de la tabla.
- Calcular la superficie del hexágono por las tablas y por fórmula (Ver 6.1).



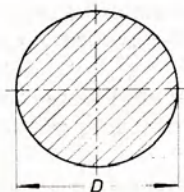
16.7 Calcular la diagonal e de las siguientes cabezas hexagonales.



- $SW = 10$
- $SW = 14$
- $SW = 17$
- $SW = 19$
- $SW = 24$
- $SW = 32$

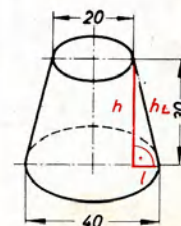
16.8 La superficie de un redondo es de $50,26 \text{ cm}^2$.

- ¿Qué ancho entre caras tendrá el mayor cuadrado que pueda hacerse de él?
- ¿Qué ancho entre caras tendrá el mayor hexágono que pueda hacerse de él?



16.9 Un tronco de cono tiene las dimensiones indicadas en el dibujo de al lado.

- Calcular la altura lateral h_L en mm.
- Calcular la superficie lateral A_L en cm^2 . (Ver 7.2).



17 | Cálculo de la presión

17.1 Presión en cuerpos sólidos, presión en los líquidos, presión en los gases

Explicación

1. Presión en cuerpos sólidos

Cuando una fuerza F actúa sobre un cuerpo sólido, éste presiona sobre su apoyo. **La acción de una fuerza sobre una superficie se llama presión.**

Fundamentalmente se pueden combinar a voluntad las unidades para fuerza (daN, N, ...) y superficie (m^2 , cm^2 , mm^2 , ...).

En la industria del automóvil la unidad que se emplea generalmente es el bar ($1 \text{ bar} \triangleq 1 \text{ daN/cm}^2$).

Otra unidad de presión, el pascal (Pa), se emplea menos en la industria del automóvil ($1 \text{ Pa} \triangleq 1 \text{ N/m}^2 \triangleq 0,00001 \text{ bar}$).

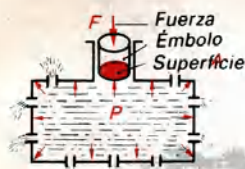
2. Presión en los líquidos

a) Las fuerzas de cohesión entre las moléculas son mayores en los cuerpos sólidos que en los líquidos; por ello, las moléculas de estos últimos se desplazan unas a otras y modifican su forma. No obstante, están íntimamente unidas, como en los sólidos, y no dejan ningún espacio vacante.

Un líquido no tiene forma propia, pero sí un volumen fijo. Los líquidos son prácticamente incompresibles.

b) Por la facilidad de movimiento de las moléculas en los líquidos, no puede ninguna fuerza actuar sobre una molécula concreta, ya que inmediatamente se desvía. Por esta razón sólo se pueden aplicar fuerzas de presión con la ayuda de una superficie (como la del émbolo). En ese caso se reparte por igual la fuerza de presión por toda la superficie (Ver la figura).

La presión ejercida sobre un líquido se reparte por igual en todos los sentidos. (Principio de Pascal.)



Recipiente con líquido



3. Presión en los gases

El movimiento de las moléculas en los gases es significativamente mayor que en los líquidos. Las moléculas "rulan" sin orden y chocan unas con otras. Entre las moléculas hay pues espacios vacantes.

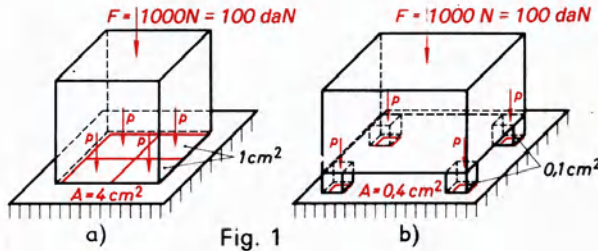
Los gases no tienen volumen determinado y deben contenerse en recipientes cerrados. Los gases son comprimibles y ejercen una presión que, igual que en los líquidos se propaga en todos los sentidos.

Para una cantidad determinada de gas (ver dibujo), entre su presión y volumen existe la siguiente relación:

Cuanto más se comprime un volumen de gas encerrado, mayor será su presión. Si se deja que ese gas se expanda y ocupe un volumen mayor, su presión descende.

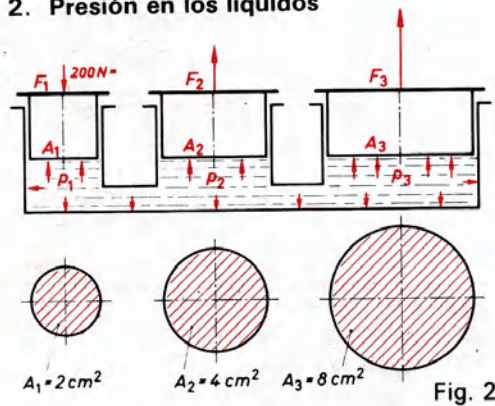
Notaciones

1. Presión en cuerpos sólidos



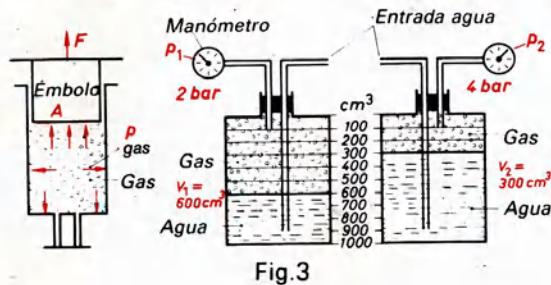
F = Fuerza (de compresión) (daN ó N)
 A = Superficie (comprimida, presionada) (cm^2 ó mm^2)
 p = Presión (en la superficie)
 $\left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \text{ ó } \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$
 (Ver también 4.3)

2. Presión en los líquidos



F_1
 F_2
 F_3 } = Fuerza de presión (daN ó N)
 A_1
 A_2
 A_3 } = Superficies presionadas (cm^2)
 p = Presión del líquido $\left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} = \text{bar} \right]$
 Presión del líquido en las superficies
 p_1
 p_2
 p_3 } = A_1, A_2 y A_3 $\left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} = \text{bar} \right]$

3. Presión en los gases



F = Fuerza de presión (daN)
 A = Superficie presionada (cm^2)
 p = Presión del gas $\left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} = \text{bar} \right]$
 V = Volumen de gas (l ó cm^3)
 p_1 = Presión del gas antes $\left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} = \text{bar} \right]$
 p_2 = Presión del gas después $\left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right]$
 V_1 = Volumen del gas antes [l o bien cm^3]
 V_2 = Volumen del gas después [l o bien cm^3]

Fórmula con ejemplo

Para el cálculo de la presión el fundamento es:

$$\text{Presión} = \frac{\text{Fuerza de presión}}{\text{Superficie presionada}}$$

1. Presión en cuerpos sólidos (presión de superficie)

$$p = \frac{F}{A} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ o bien } \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \text{ o bien } \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

Por lo tanto: Superficie grande → Presión baja
Superficie pequeña → Presión alta

Calcular la presión en la superficie con los valores de la figura 1 de "Presión en cuerpos sólidos"

$$a) p = \frac{F}{A} = \frac{1000 \text{ N}}{400 \text{ mm}^2} = 2,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 25 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

$$b) p = \frac{F}{A} = \frac{100 \text{ daN}}{0,4 \text{ cm}^2} = 250 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

2. Presión en los líquidos

$$p = \frac{F}{A} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} = \text{bar} \right]$$

Por lo tanto: $p_1 = \frac{F_1}{A_1}$ $p_2 = \frac{F_2}{A_2}$ $p_3 = \frac{F_3}{A_3}$

y como $p_1 = p_2 = p_3$, resulta que: $\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_3}{A_3}$

o bien: $\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$ y $\frac{F_2}{F_3} = \frac{A_2}{A_3}$

Calcular p , F_2 y F_3 con los valores de la figura 2 de "Presión en los líquidos"

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{200 \text{ N}}{2 \text{ cm}^2} = \frac{20 \text{ daN}}{2 \text{ cm}^2} = 10 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

$$p = \frac{F_2}{A_2} [\text{bar}] \quad \quad \quad p = \frac{F_3}{A_3} [\text{bar}]$$

$$F_2 = A_2 \cdot p [\text{daN}]$$

$$F_2 = 4 \cdot 10$$

$$F_2 = 40 \text{ daN} = 400 \text{ N}$$

$$F_3 = A_3 \cdot p [\text{daN}]$$

$$F_3 = 8 \cdot 10$$

$$F_3 = 80 \text{ daN} = 800 \text{ N}$$

3. Presión en los gases

$$p = \frac{F}{A} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} = \text{bar} \right]$$

La presión y el volumen de un gas están en relación inversa

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

$$V_1 \cdot p_1 = V_2 \cdot p_2$$

de donde se deduce la ley de Boyle-Mariotte

El producto de la presión de un gas por su volumen a igual temperatura es constante.

$$V \cdot p = \text{Constante}$$

La cabeza de un pistón de motor de explosión tiene 60 cm^2 . El gas de la combustión efectúa una fuerza de $24\,000 \text{ N}$. ¿Cuál es la presión p del gas?

$$p = \frac{F}{A} = \frac{24000 \text{ N}}{60 \text{ cm}^2} = \frac{2400 \text{ daN}}{60 \text{ cm}^2} = \frac{40 \text{ daN}}{\text{cm}^2}$$

Calcular p_2 con los valores de la figura 3 de "Presión en los gases"

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

$$V_1 \cdot p_1 = V_2 \cdot p_2$$

$$p_2 = \frac{V_1 \cdot p_1}{V_2} [\text{bar}]$$

$$p_2 = \frac{600 \cdot 2}{300} = 4 \text{ bar}$$

Fig. 3
pág. 97

Observación

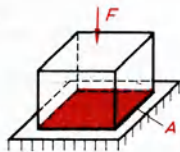
1. El principio de Pascal encuentra aplicación en las prensas, frenos y embragues hidráulicos. En todos ellos se gana fuerza (multiplicación hidráulica).
2. Las botellas de gas pueden guardar gran cantidad comprimida.
Contenido de la botella = Volumen de la botella × Presión del gas encerrado.

$$V = V_{\text{bot}} \cdot p \text{ [!]}$$

Ejercicios

17.1 Despejar F y A de la fórmula $p = \frac{F}{A}$ (daN/cm²)

17.2 Calcular la presión de la superficie y explicar a continuación los resultados.



Ejercicio	a)	b)	c)
F	80,3 daN	80,3 daN	19,26 N
A	22 cm ²	44 cm ²	30 mm ²

Ejercicio	d)	e)	f)
F	38,52 N	64 N	128 N
A	30 mm ²	0,4 m ²	0,8 m ²

17.3 Calcular los valores que faltan en los ejercicios que siguen.

Ejercicio	a)	b)	c)
F	4840 N	1549,55 daN	?
A	12,1 cm ²	8500 mm ²	1,4 dm ²
p [bar]	?	?	12,4

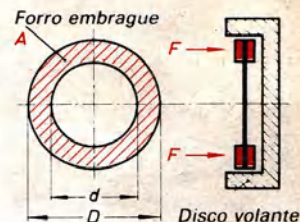
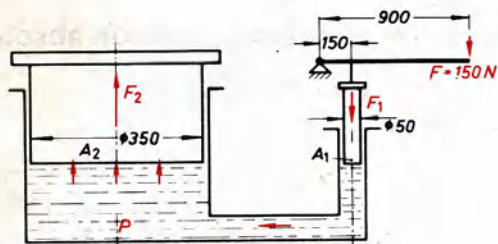
Ejercicio	d)	e)	f)
F	187,2 N	?	275,5 daN
A	?	0,05 m ²	?
p [bar]	360	62	5

17.4 El forro de un embrague de fricción tiene $D = 200$ mm y $d = 130$ mm.

a) Calcular la superficie del embrague (superficie de fricción) en cm².

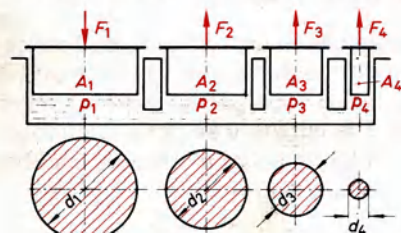
b) ¿Cuál es la presión en la superficie si la fuerza de compresión F de los resortes del embrague es de 326,5 daN?

17.5 El esquema representa una prensa hidráulica.



- Calcular la fuerza F_1 en el émbolo de la bomba.
- Determinar la presión p del líquido.
- ¿Cuál es el valor de F_2 en el émbolo de trabajo?

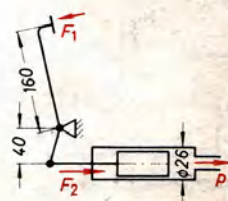
17.6 El sistema hidráulico del dibujo de abajo tiene las siguientes dimensiones:

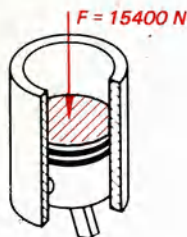


$$\begin{aligned} d_1 &= 200 \text{ mm} & d_3 &= 100 \text{ mm} \\ d_2 &= 150 \text{ mm} & d_4 &= 50 \text{ mm} \end{aligned}$$

- Averiguar la presión p del líquido si $F_1 = 1\,005$ N.
- Determinar F_2 , F_3 y F_4 .

17.7 La presión del líquido en un embrague de accionamiento hidráulico es $p = 8$ bar. ¿Cuál es la presión F_1 del pie?





17.8 a) La cabeza de un pistón de motor Otto tiene un diámetro de 70 mm y por la combustión del gas se carga con 15 400 N. ¿Cuál es la presión en la cabeza del pistón, en bar?
b) Un motor Diesel tiene un pistón de 110 mm de diámetro y se carga con 61 750 N. Determinar la presión en bar.

17.9 Una botella de oxígeno tiene una cabida de 40 litros y una presión $p = 150$ bar. ¿Cuántos litros de oxígeno caben en la botella llena?
b) ¿Cuántos litros de oxígeno se han gastado cuando la presión en la botella ha bajado a 30 bar?



17.10 La fuerza de presión en los pistones de los cilindros (bombines) de los frenos de las ruedas ha de ser de 750 (820, 1 000) daN en un cilindro de $\varnothing = 40$ (44;50). ¿Cuál ha de ser la presión hidráulica p en daN/cm²?

17.11 El diámetro efectivo de una bomba de combustible es de 35 (40;46) mm. La presión de alimentación es $p = 0,17$ (0,19;0,18) daN/cm². ¿Cuál es la fuerza de resorte de la membrana, en N?

17.12 Sobre un émbolo actúan 17 590 (15 384) N con lo cual la presión asciende a $p = 35$ (40) daN/cm². Calcular el diámetro del émbolo.

17.2 Presión atmosférica, sobrepresión, depresión, presión absoluta, unidades de presión

Explicación

1. Presión atmosférica

La superficie de la Tierra está rodeada por una gruesa capa de aire que se denomina atmósfera terrestre.

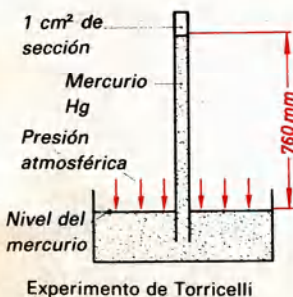
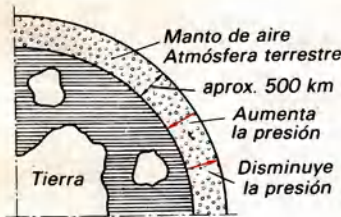
Las capas superiores de aire comprimen con su peso a las inferiores y como resultado tiene lugar en la superficie de la Tierra la presión atmosférica.

La magnitud de la presión atmosférica se comprueba con el experimento de Torricelli. De acuerdo con el dibujo de la izquierda, se llena de mercurio una cubeta y un tubo que tiene cerrado uno de sus extremos. Se sumerge el tubo por su extremo abierto en el recipiente y parte de su mercurio desciende a la cubeta y se detiene cuando la altura de la columna de mercurio en el tubo es de 760 mm sobre el nivel de la cubeta. Esa altura de columna corresponde a la presión atmosférica reinante.

Peso (masa) de la columna de mercurio

$$m = V \cdot \rho \text{ [g]} = 1 \text{ cm}^2 \cdot 76 \text{ cm} \cdot 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1033 \text{ g} = 1,033 \text{ kg}$$

$$\text{Fuerza (pesante)} F = m \cdot g = 1,033 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10,133 \text{ N} \\ = 1,0133 \text{ daN}$$



El aire presiona con 1,033 daN sobre cada cm². La presión atmosférica es pues

$$p = \frac{1,0133 \text{ daN}}{1 \text{ cm}^2} = 1,0133 \text{ bar} \approx 1 \text{ bar}$$

2. Sobrepresión, depresión, presión absoluta

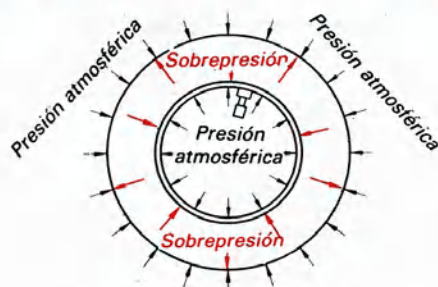
La presión de una masa de gas encerrada puede ser mayor o menor que la atmosférica.

a) Sobrepresión

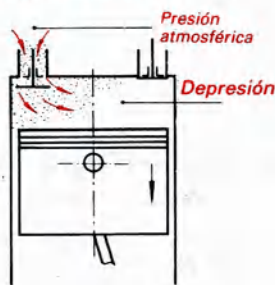
La presión del aire del neumático del dibujo es mayor que la atmosférica. Como el neumático está hinchado, predomina una sobrepresión.

b) Depresión

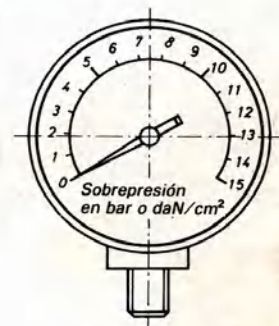
La presión del gas en la cámara de un cilindro de motor de automóvil cuando aspira la mezcla de combustible y aire es menor que la atmosférica. Reina en ella una depresión (presión negativa) con lo cual, a través del filtro del aire y de la válvula de admisión entra la corriente de aire en la cámara del cilindro.



Neumático hinchado



Proceso de aspiración



Manómetro

c) Presión absoluta

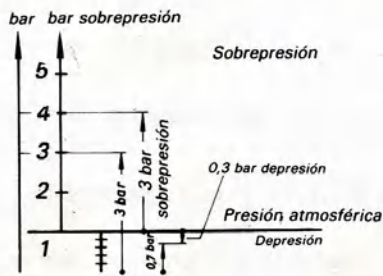
La presión absoluta es la medida a partir del vacío. Por tanto, la presión absoluta del vacío es 0.

3. Aparatos para medir la presión

La presión absoluta se mide con el barómetro (por ejemplo, con el barómetro de mercurio) por comparación entre el vacío y la presión determinada que se mide.

La sobrepresión se determina con el manómetro, por comparación entre la presión atmosférica reinante y la que se mide.

Notaciones



La unidad de presión de los gases es $1 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} = 1 \text{ bar}$

P_a = Presión absoluta [bar]

P_s = Sobrepresión [bar]

P_d = Depresión [bar negativo o bar de depresión]

La presión atmosférica en la industria se considera igual a 1 bar.

Fórmula con ejemplo

Presión absoluta = Sobrepresión + Presión atmosférica

$$P_a = P_s + 1 \text{ bar [bar]}$$

¿Cuántos bar son 2 bar de sobrepresión?

$$P_s = 2 \text{ bar sobrepresión} + 1 \text{ bar} = \underline{3 \text{ bar}}$$

Sobrepresión = Presión absoluta - Presión atmosférica

$$P_s = P_a - 1 \text{ bar [bar sobrepresión]}$$

¿Cuántos bar de sobrepresión son 4 bar?

$$P_s = 4 \text{ bar} - 1 \text{ bar} = \underline{3 \text{ bar de sobrepresión}}$$

Depresión = Presión atmosférica - Presión absoluta

$$P_d = 1 \text{ bar} - P_a \text{ [bar depresión]}$$

¿Cuántos bar de depresión son 0,7 bar?

$$P_d = 1 \text{ bar} - 0,7 \text{ bar} = \underline{0,3 \text{ bar de depresión}}$$

Presión absoluta = Presión atmosférica - Depresión

$$P_a = 1 \text{ bar} - P_d \text{ [bar]}$$

¿Cuántos bar son 0,3 bar de depresión?

$$P_s = 1 \text{ bar} - 0,3 \text{ bar depresión} = \underline{0,7 \text{ bar}}$$

Observación

En Física se tiene además la unidad de presión *torr*. La correspondencia es: 760 torr = 1,0133 bar.

Ejercicios

17.13 Convertir las siguientes presiones en:

	8 bar sobrep.	0,4 bar dep.	$\frac{1}{2}$ bar dep.	120 bar sobrep.
a) bar	$\frac{3}{4}$ bar dep	4,6 bar sobrep.	0,635 bar dep.	12 bar sobrep.
b) bar de sobrep.	12 bar 45 bar	18,5 bar 100 bar	$12\frac{1}{6}$ bar 5,2 bar	150 bar 14 bar
c) bar de dep.	0,5 bar 0,264 bar	$\frac{6}{7}$ bar 0,982 bar	0,3 bar $\frac{2}{5}$ bar	0,25 bar 0,4 bar

17.14 La depresión en la aspiración (admisión) es de 0,2 bar de depresión. ¿Cuál es la presión absoluta en bar?

17.15 Un automóvil tiene en las ruedas delanteras una presión de aire de 1,8 bar de sobrepresión y en las traseras de 2,2 bar de sobrepresión.

a) ¿A cuántos bar corresponden?

b) Al ir deprisa aumenta la presión en los neumáticos un 15%. ¿Cuántos bar de sobrepresión tienen las ruedas delanteras y las traseras entonces?

17.16 En una botella de oxígeno de 40 litros el manómetro marca una sobrepresión de 120 bar. ¿Qué cantidad de oxígeno hay en la botella?

17.17 El manómetro de una botella de oxígeno de 40 litros marca una sobrepresión de 90 bar al comienzo de la soldadura y, al terminarla, una sobrepresión de 68 bar.

a) Convertir las presiones en bar.

b) ¿Cuántos litros de oxígeno se han gastado en la soldadura? (Nota: Consumo de gas = Cabida de la botella $\times$ Diferencia de presiones.)

17.18 Reina una sobrepresión de 20,5 bar. La presión atmosférica es de 760 torr. ¿Cuál es el valor de la presión absoluta?

17.19 Sobre una válvula de seguridad actúa una fuerza de vapor de 101,7 daN. ¿Cuál es el diámetro de la válvula si $p = 10$ bar de sobrepresión?

17.20 En un generador de gas hay una sobrepresión de 1,2 bar. El diámetro de su tapa es de 700 mm.

- ¿A cuántos bar corresponde?
- ¿Qué fuerza han de soportar los tornillos de la tapa?

18 | Cálculo térmico

18.1 Temperatura y cantidad de calor, refrigeración del motor, conversión de energía

Explicación

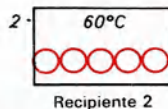
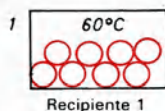
1. Temperatura y cantidad de calor

Como muestra el dibujo de al lado, una corriente de agua puede mover una rueda de paletas (rueda hidráulica) y ejecutar con ello un trabajo.

En el agua en movimiento existe pues una posibilidad de trabajo, la denominada energía. Lo mismo que la corriente de agua, las moléculas en movimiento de las sustancias también poseen energía. Cuanto mayor es la energía de unas moléculas determinadas, mayor es también la temperatura de la materia que componen.



Masas distintas - Temperaturas iguales



- La energía de cada una de las moléculas es igual (lo mismo en el recipiente 1 que en el 2) porque están todas a la misma temperatura.

El grado de calor (temperatura) se mide con el termómetro. No deben confundirse uno con otro: el calor y la temperatura.

La temperatura corresponde por consiguiente a la energía de cada una de unas moléculas concretas.

Frente a esto, la cantidad de calor (energía térmica) es la suma de las energías de todas las moléculas.

- La suma de las energías de todas las moléculas en el recipiente 1 es mayor que en el 2. La energía térmica en el recipiente 1 es mayor que en el 2 puesto que contiene más moléculas (mayor número = mayor masa).

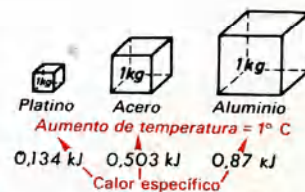
La cantidad de calor depende pues de:

- la energía de las distintas moléculas (temperatura);
- el número total de moléculas (masa)

La cantidad de calor, que se necesita para aumentar la temperatura de una materia, depende de:

- La magnitud del aumento de temperatura
- La cantidad de materia
- La capacidad calorífica específica (clase de sustancia)

La capacidad calorífica específica, o calor específico da la cantidad de calor necesaria para elevar 1 Kelvin (ó 1°) la temperatura de 1 kg de sustancia.

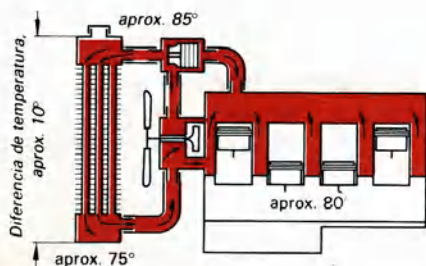


2. Refrigeración del motor

De la cantidad de calor que se produce por la combustión en el motor de un vehículo, aproximadamente se entrega un tercio a la atmósfera a través del sistema de refrigeración (ver en el dibujo la circulación del agua de refrigeración por bomba).

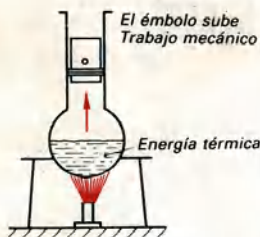
Esa cantidad de calor, en un turismo que consume, por ejemplo 10 litros a los 100 km (combustible de densidad 0,75 y poder calorífico igual a 42 MJ/kg) es:

$$Q = \frac{10 \cdot 0,75 \cdot 42}{3} = 105 \text{ MJ} = 105 \text{ millones de Joules}$$



La cantidad de agua del sistema de refrigeración, el número de veces que pasa por el radiador y con ello la cantidad de agua que circula, determinan la magnitud de la cantidad de calor que se pierde o cede.

3. Conversión de energía



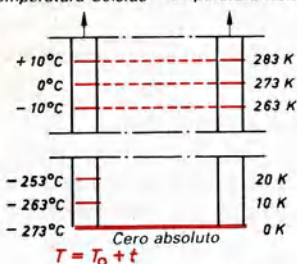
La energía se puede convertir de una clase a otra. Hay que hacer constar que el calor es igual a la suma de la energía de todas las moléculas y, por tal motivo, se puede convertir el calor en otra clase de energía, como por ejemplo, en trabajo mecánico de un émbolo que empuja hacia arriba (ver el dibujo).

En la conversión de la energía térmica en trabajo mecánico descansa el principio de los motores térmicos.

Cantidad de calor, energía y trabajo son magnitudes iguales. Por ello pueden intercambiarse las unidades joule, newton · metro y watt segundo.

Notaciones

Temperatura Celsius Temperatura Kelvin



1 K = 1°C como división de escala
y
1 K ≡ - 272°C como temperatura

OK ≡ - 273°C como temperatura

La unidad de temperatura es el kelvin [K].

En vez de un kelvin, la temperatura también se puede dar en grados Celsius [°C].

La unidad de cantidad de calor es el Joule.

T = Temperatura Kelvin [K]

$T_0 = 273 \text{ K} \triangleq 0^\circ\text{C}$

t = Temperatura Celsius [°C]

Δt o bien ΔT (se lee delta t)

= $t_2 - t_1$, o bien $T_2 - T_1$ = Diferencia de temperatura
[en °C o en kelvin]

Q = Cantidad de calor [tipo: J ó kJ]

c = Calor específico [$\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$]

m = Masa (por ejemplo, cantidad de agua) [kg]

V = Volumen de agua en el sistema de refrigeración [l]

i = Número de veces que circula el refrigerante [1/h]

Fórmula con ejemplo

1. Cantidad de calor

Al calentar una cantidad determinada de t_1 a t_2 se tiene:

$$\text{Cantidad de calor} = \begin{cases} \times \text{Cantidad de materia} \\ \times \text{Calor específico} \\ \times \text{Diferencia de temperatura} \end{cases}$$

$$Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \quad [\text{J o bien kJ}]$$

2. Cálculo de la refrigeración del motor

$$Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \quad [\text{kJ}]$$

Eliminación (cesión) de cantidad de calor por hora = $V \cdot i \cdot 4,19$ Volumen de agua de la instalación de refrigeración [l] $\times$ N° de veces que circula [1/h] $\times$ Calor específico $\times$ Diferencia de temperatura

$$Q = V \cdot i \cdot 4,19 (t_2 - t_1) \quad [\text{kJ/h}]$$

3. Conversión de energía

La energía no se destruye; simplemente se transforma.

Cantidad de energía = Trabajo mecánico

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ Ws}$$

¿Qué cantidad de calor se necesita para elevar la temperatura de 10 litros (= 10 kg) de agua del sistema de refrigeración de 20°C a 80°C? Calor específico del agua $c = 4,19 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$.

$$Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \quad [\text{kJ}]$$

$$10 \cdot 4,19 \cdot (80^\circ - 20^\circ)$$

$$Q = 4,19 \cdot 60 = \underline{2514 \text{ kJ}}$$

Un turismo lleva 10 litros de agua en el circuito de refrigeración y la diferencia de temperatura en el radiador es de 10°C. Calcular la cantidad de calor cedida por hora si el número de veces que pasa el agua por el radiador es 240 1/h.

$$Q = V \cdot i \cdot 4,19 \cdot (t_2 - t_1) \quad [\text{kJ/h}]$$

$$= 10 \cdot 240 \cdot 4,19 \cdot (85^\circ - 75^\circ)$$

$$Q = 2400 \cdot 4,19 \cdot 10$$

$$Q = \underline{100560 \text{ kJ/h}}$$

¿Cuántos Nm son 250 kJ?

$$250 \text{ kJ} = 250000 \text{ J}$$

$$= 250000 \text{ Nm}$$

$$= 250000 \text{ Ws}$$

Nota

Tabla del calor específico de algunas sustancias, en $\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$

Alcohol	2,51	Aluminio	0,87	Plomo	0,12	Hielo	2,09
Aceite	2,09	Acero	0,5	Hierro	0,54	Latón	0,37
Agua	4,19	Cobre	0,37	Aire	1,04	Mercurio	0,12

Ejercicios

18.1 Despejar c y m de la fórmula $Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)$.

18.2 ¿Cuántos kJ son necesarios para elevar la temperatura de 20 l de agua de 10°C a 25°C?

18.3 Calcular la cantidad de calor necesaria para elevar las siguientes cantidades de agua de 273 K ($\triangleq 0^\circ\text{C}$) a las temperaturas de la tabla que se indica.

Ejercicio	a)	b)	c)
Cantidad de agua m	5 kg	960 cm^3	7 kg
Temperatura T_2	293 K	298 K	313 K

Ejercicio	d)	e)	f)
Cantidad de agua m	3500 g	12 dm^3	9,1 l
Temperatura t_2	50 °C	62 °C	71 °C

18.4 ¿Qué cantidad de calor contienen 5 litros de aceite que se hayan calentado en el motor de 10°C a 70°C ?

18.5 ¿Qué cantidad de calor ceden 15 kg de acero calentados a 830°C al enfriarse a 20°C ?

18.6 El aire de una aula, de $12 \times 8 \times 3$ m se ha de calentar de 10°C a 19°C ($c_{\text{aire}} = 1,04 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$; $\rho_{\text{aire}} = 1,29 \text{ kg/m}^3$).

¿Cuántos kJ hay que consumir?

18.7 Despejar V e i de la fórmula $Q = V \cdot i \cdot 4,19 (t_2 - t_1)$.

18.8 Un turismo lleva 9 litros de agua de refrigeración, que entran en el motor a 74°C y salen a 86°C . ¿Qué cantidad de calor cede el motor en una hora si el agua circula en ese tiempo 270 veces?

18.9 Un vehículo lleva 12 litros de agua de refrigeración y consume 8,5 litros de combustible a los 100 km (poder calorífico del combustible, 44 MJ/kg; densidad 0,76). Hay que evacuar el 32% de la cantidad de calor que se produce, con lo cual la temperatura en el radiador desciende 8°C .

a) ¿Cuál es la cantidad de calor que se produce en la combustión?

b) ¿Cuántos kJ debe extraer el agua de refrigeración?

c) ¿Cuántos circuitos por hora y por minuto se necesitan para evacuar esa cantidad de calor?

18.10 El agua de refrigeración de un motor efectúa 250 circuitos por hora y ha de absorber 112 MJ, con lo cual se eleva 10°C la temperatura del agua.

a) ¿Cuántos litros de agua de refrigeración se necesitan?

b) ¿Qué cantidad de agua circula (caudal) en l/h y l/min?

18.11 ¿Cuántos Nm son a) 300 MJ, b) 2 500 kJ y c) 31 400 Ws?

18.12 ¿Qué cantidad de calor en J y kJ corresponde a un trabajo mecánico de a) 86 254 Nm, b) 3 458,7 Nm y c) 213,5 Nm?

18.13 En la combustión del combustible se generan en el motor 251,4 MJ, de los cuales el 66% no se convierten en trabajo mecánico. ¿Cuántos Nm son?

18.2 Dilatación longitudinal de los cuerpos sólidos, dilatación cúbica de los cuerpos sólidos y líquidos

Explicación

1. Dilatación longitudinal

La mayoría de las sustancias se dilatan al aumentar la temperatura. Para cada materia varía la dilatación a igualdad de aumento de temperatura.

Se ha comprobado experimentalmente que, por ejemplo, una barra de acero, aumenta su longitud en 12 millonésimas por cada grado que aumenta la temperatura.

Coeficiente de dilatación longitudinal: $0,000012 \frac{\text{m}}{\text{m} \cdot 1 \text{ K}}$ 0,000012 por 1 Kelvin

El aumento de longitud de una barra metálica de 1 m de longitud por cada Kelvin que se eleva la temperatura, se denomina coeficiente de dilatación lineal.

2. Dilatación cúbica

Si un cuerpo se dilata en todas direcciones, tiene lugar entonces una dilatación cúbica. En los líquidos sólo se trata de dilatación cúbica (el aumento de volumen).

Se ha comprobado experimentalmente que, por ejemplo, un litro de aceite aumenta su volumen 8 diezmilésimas por cada grado de elevación de la temperatura.

Coeficiente de dilatación cúbica $\frac{0.0008}{1 \cdot 1 \text{ K}} = 0,0008$ por 1 Kelvin

El aumento de volumen que experimenta un cuerpo sólido o líquido por cada grado que se eleva la temperatura, se denomina coeficiente de dilatación cúbica y es tres veces mayor que el coeficiente de dilatación lineal.

Notaciones

Δ (delta) = Diferencia (un aumento o disminución) entre dos magnitudes

l_0 = Longitud primitiva antes del calentamiento

Δl = Aumento de longitud por el calentamiento

l_1 = Longitud después del calentamiento

t_1 = Temperatura primitiva antes del calentamiento

α = Coeficiente de dilatación lineal

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta t} \left[\frac{\text{m}}{\text{m} \cdot \text{K}} = \frac{1}{\text{K}} \right]$$

t_2 = Temperatura después del calentamiento

Δt = Aumento de la temperatura en el calentamiento

V_0 = Volumen original antes del calentamiento

V_1 = Volumen después del calentamiento

ΔV = Aumento de volumen por el calentamiento

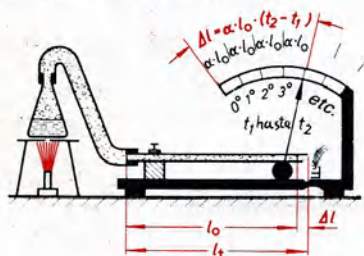
γ = Coeficiente de dilatación cúbica ($\approx 3 \alpha$)

$$\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta t} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{m}^3 \cdot \text{K}} = \frac{1}{\text{K}} \right]$$

Fórmula con ejemplo

La unidad de dilatación térmica es siempre la misma en que se expresa la longitud o el volumen dado.

1. Dilatación longitudinal



Dilatación longitudinal = $\left\{ \begin{array}{l} \text{Longitud} \\ \times \text{coeficiente} \\ \text{de dilatación} \\ \text{lineal} \\ \times \text{Aumento} \\ \text{de temperatura} \end{array} \right.$

$$\Delta l = \alpha_1 \cdot l_0 \cdot \Delta t$$

$$\Delta l = \alpha_1 \cdot l_0 \cdot (t_2 - t_1) [\text{m, dm, cm, mm}]$$

$$l_1 = l_0 + \Delta l$$

$$= l_0 + \alpha_1 \cdot l_0 \cdot \Delta t$$

$$l_1 = l_0 \cdot (1 + \alpha_1 \cdot \Delta t) [\text{m, dm, cm, mm}]$$

Un tubo de acero tiene una longitud de 3 m, $\alpha = 0,000012 \frac{1}{\text{K}}$ y $t_1 = 20^\circ \text{C}$

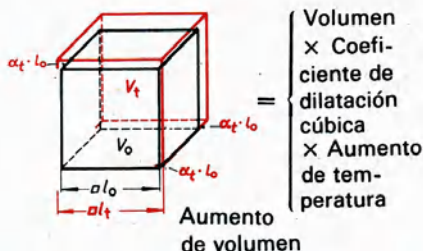
a) ¿Qué dilatación experimenta, en m y mm, al calentarse a 80°C ?

b) ¿Cuál es su longitud final, en m y mm, después del calentamiento?

$$\begin{aligned} \text{a) } \Delta l &= \alpha_1 \cdot l_0 \cdot (t_2 - t_1) \\ &= 0,000012 \cdot 3 \cdot (80^\circ - 20^\circ) [\text{m}] \\ &= 0,000036 \cdot 60 \\ \Delta l &= 0,00216 \text{ m} = 2,16 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } l_1 &= l_0 \cdot (1 + \alpha_1 \cdot \Delta t) \\ &= 3 \cdot (1 + 0,000012 \cdot 60) [\text{m}] \\ &= 3 \cdot (1 + 0,00072) \\ l_1 &= 3,00216 \text{ m} = 3002,16 \text{ mm} \end{aligned}$$

2. Dilatación cúbica



$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta t$$

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot (t_2 - t_1) [\text{m}^3, \text{dm}^3, \text{l} \dots]$$

$$V_1 = V_0 + \Delta V$$

$$= V_0 + \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta t$$

$$V_1 = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta t) [\text{m}^3, \text{dm}^3, \text{l} \dots]$$

Calcular el aumento de volumen ΔV y el volumen V_1 del cubo de acero del dibujo de al lado, en cm^3 cuando se calienta de 10°C a 60°C .

$$l_0 = 50 \text{ mm}, \gamma = 3 \cdot \alpha_t = 3 \cdot 0,000012 \frac{1}{\text{K}}$$

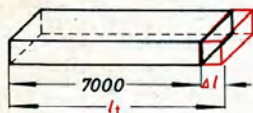
$$\begin{aligned} \text{a) } \Delta V &= \gamma \cdot V_0 \cdot (t_2 - t_1) [\text{cm}^3] \\ &= 0,000036 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot (60 - 10) \\ &= 0,000036 \cdot 6250 \\ \Delta V &= \underline{0,225 \text{ cm}^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } V_1 &= V_0 + \Delta V [\text{cm}^3] \\ &= 125 + 0,225 \\ V_1 &= \underline{125,225 \text{ cm}^3} \end{aligned}$$

Nota

Coeficiente de dilatación lineal $\alpha_t \left[\frac{1}{\text{K}} \right]$		Coeficiente de dilatación cúbica $\gamma \left[\frac{1}{\text{K}} \right]$	
Aluminio	0,000024	Gasolina	0,001
Plomo	0,000029	Benceno	0,0013
Hierro	0,000012	Diesel	0,0005
Cobre	0,000017	Aceite	0,0008
Platino	0,000009	Ácido sulfúrico	0,00055
Bronce	0,000017	Agua	0,00018

Ejercicios



18.14 Una pieza de acero se calienta de 15°C a 85°C ($\alpha_{t \text{ acero}} = 0,000012$).

- ¿Qué aumento de longitud Δl en mm experimenta?
- ¿Cuál es la longitud l_1 en mm?
- ¿Qué tanto por ciento supone la dilatación?

18.15 Una barra de cobre tiene una longitud $l_1 = 500 \text{ mm}$ a 75°C .

- ¿Qué longitud tendrá al enfriarse a 25°C ($\alpha_t = 0,000017$)?
- ¿Qué tanto por ciento supone la contracción?

18.16 La válvula de un motor de automóvil tiene las siguientes dimensiones:



$$\begin{aligned} D &= 44,2 \text{ mm} \\ d &= 8,97 \text{ mm} \\ l &= 128 \text{ mm} \end{aligned}$$

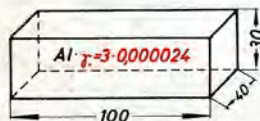
¿Cuánto valen D , d y l cuando la válvula se calienta de 20°C a 120°C si $\alpha = 0,000011$?

18.17 Un pistón de metal ligero tiene un diámetro de $84,96 \text{ mm}$. En servicio pasa de 20°C a 180°C . ¿Cuál es entonces su diámetro si α de ese material es $0,00002$?

18.18 Un prisma de aluminio tiene las dimensiones anotadas en el dibujo.

Calcular:

- ΔV en cm^3 y dm^3 para un calentamiento de 22°C a 80°C .
- V_1 en cm^3 y dm^3 para el mismo aumento de temperatura.
- ¿Qué tanto por ciento supone el aumento de volumen?



18.19 Un bidón de aceite de 200 litros está lleno a 20°C.

a) ¿Cuál es la capacidad del bidón a 35°C si $\gamma = 0,000036$?

b) Calcular la cantidad de aceite que cabe en él a 35°C si $\gamma_{\text{aceite}} = 0,0008$.

18.20 Un camión cisterna carga a tope 10 000 litros de gasolina a 18°C. ¿Qué cantidad le rebosa cuando la temperatura sube a 30°C?

($\gamma_{\text{gasolina}} = 0,001$.)

18.21 Un depósito de combustible con capacidad de 39 litros contiene 38,4 litros de gasolina a 20°C. Por la radiación del sol se calienta su contenido a 35°C.

Averiguar si rebosa o no rebosa el combustible del depósito. ($\gamma = 0,001$.)

19 | Cálculo del motor

19.1 Cilindrada, relación de carrera a diámetro, grado de admisión (rendimiento volumétrico)

Explicación

1. Cilindrada

El pistón en el cilindro va de arriba abajo o de delante atrás. Los puntos de inversión, en los que el pistón invierte su movimiento, se denominan punto muerto superior y punto muerto inferior.

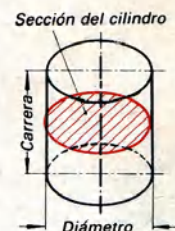
La cilindrada es el espacio comprendido en el cilindro entre el punto muerto superior y el punto muerto inferior. Es el que recorre el pistón.

Se distingue entre:

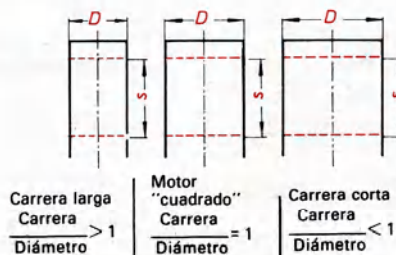
a) Cilindrada de un cilindro (cubicación de un cilindro)

b) Cilindrada total (del motor)

La cilindrada se calcula como el volumen de un cilindro. El diámetro es el del cilindro y la altura la carrera del pistón.



2. Relación de carrera a diámetro



La carrera es la distancia entre el punto muerto superior y el inferior. El diámetro del cilindro es igual al diámetro del pistón más el huelgo.

La carrera del pistón y el diámetro del cilindro de un motor guardan entre sí una relación determinada que se denomina relación de carrera a diámetro.

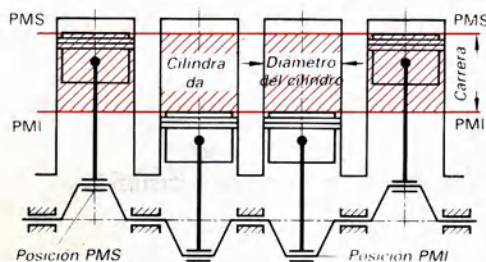
En el dibujo $>$ significa "mayor que" y $<$ "menor que".

3. Grado de admisión (rendimiento volumétrico)

En el cilindro, durante los ciclos de trabajo, quedan gases remanentes que perturban el relleno con mezcla de combustible y aire, por lo que ésta resulta menor que la cilindrada.

El grado de admisión es la relación entre la aspiración efectiva de mezcla combustible nueva y la cilindrada.

Notaciones



Cilindrada de un motor de cuatro cilindros en línea

- V_h = Cilindrada (del cilindro) [cm^3 ó l]
- V_H = Cilindrada (del motor) [cm^3 ó l]
- i = Número de cilindros
- PMS** = Punto muerto superior
- PMI** = Punto muerto inferior
- s = Carrera [mm]
- D = Diámetro del cilindro ($\approx$ Diámetro del pistón)
- A = Sección del cilindro [cm^2]
- α = Relación de carrera a diámetro [-]
- η_f = Grado de admisión
- V_F = Cantidad de gas nuevo [cm^3 ó l]
- V_{Fmin} = Cantidad de gas nuevo por minuto [l/min]
- n = Revoluciones del motor [$1/\text{min}$]

Fórmula con ejemplo

1. Cilindrada

Cilindrada del cilindro = Sección del cilindro $\times$ Carrera del pistón

$$V_h = A \cdot s$$

$$V_h = \frac{D^2 \cdot \pi \cdot s}{4} \quad [\text{cm}^3 \text{ o bien } l]$$

Cilindrada del motor = Cilindrada del cilindro $\times$ Número de cilindros

$$V_H = V_h \cdot i$$

$$V_H = \frac{D^2 \cdot \pi \cdot s \cdot i}{4} \quad [\text{cm}^3 \text{ o bien } l]$$

Un motor tiene las siguientes características:

$$D = 77 \text{ mm}, s = 69 \text{ mm}, i = 4$$

Calcular la cilindrada del motor en cm^3 y en l .

$$\begin{aligned} V_H &= \frac{D^2 \cdot \pi \cdot s \cdot i}{4} \quad [\text{cm}^3 \text{ oder } l] \\ &= \frac{7,7^2 \cdot 3,14 \cdot 6,9 \cdot 4}{4} \\ V_H &= 1284,58 \text{ cm}^3 = 1,285 l \end{aligned}$$

2. Relación de carrera a diámetro

Relación de carrera a diámetro = $\frac{\text{Carrera pistón}}{\text{Diámetro cilindro}}$

$$\alpha = \frac{s}{D} \quad [-]$$

El motor de un automóvil tiene una carrera de 74 mm y un diámetro de cilindro de 80 mm. Calcular la relación de carrera a diámetro.

$$\alpha = \frac{s}{D} = \frac{74}{80} = 0,925$$

3. Grado de admisión

Grado de admisión = $\frac{\text{Cantidad gas nuevo}}{\text{Cilindrada}}$

$$\eta_F = \frac{V_F}{V_h} \quad [-]$$

La cilindrada de cada cilindro de un motor es de 400 cm^3 y la cantidad de gas nuevo aspirado por cilindro es de 320 cm^3 . Calcular el grado de admisión.

$$\eta_F = \frac{V_F}{V_h} = \frac{320}{400} = 0,8$$

Cantidad gas nuevo =
Grado de admisión × Cilindrada

$$V_F = \eta_F \cdot V_h \text{ [cm}^3 \text{ o l]}$$

Un motor de cuatro tiempos, de seis cilindros, tiene una cilindrada por cilindro de 0,47 l y a 3600 1/min un grado de admisión de 0,75. ¿Qué cantidad de gas aspira por minuto?

Multiplicando la última fórmula por el número de revoluciones n (1/min) y por el número de cilindros i se obtiene la cantidad de gas nuevo aspirado por minuto en un motor de cuatro tiempos.

$$V_{Fmin} = \frac{\eta_F \cdot V_h \cdot i \cdot n}{2} \text{ [l/min]}$$

$$V_{Fmin} = \frac{\eta_F \cdot V_h \cdot i \cdot n}{2} \text{ [l/min]}$$

$$V_{Fmin} = \frac{0,75 \cdot 0,47 \cdot 6 \cdot 3600}{2} = 3807 \text{ l/min}$$

Observación: La fórmula se divide por 2 porque en un motor de cuatro tiempos tiene lugar una aspiración cada 2 vueltas de cigüeñal.

Nota

La cilindrada de un cilindro o la total de un motor se suele dar en los motores pequeños en cm^3 y, en los grandes, en litros.

Ejercicios

19.1 Despejar D , s e i de la fórmula $V_h = \frac{D^2 \cdot \pi \cdot s \cdot i}{4}$

19.2 El cilindro de un motor tiene un diámetro de 64 mm. Calcular su sección transversal en cm^2 .

19.3 Un motor monocilíndrico tiene 66 mm de diámetro de cilindro y una carrera de 58 mm. Calcular la cilindrada en cm^3 y l.

19.4 El motor de un cilindro de una motocicleta tiene una cilindrada de 245 cm^3 y un diámetro de 68 mm. ¿Cuál es la longitud de la carrera?

19.5 Un motor tiene las siguientes características: $V_h = 78 \text{ cm}^3$, $s = 45 \text{ mm}$, $i = 1$. Calcular el diámetro del cilindro en mm.

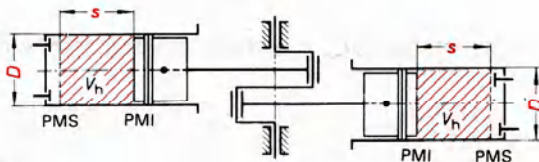
19.6 El motor de cuatro tiempos de cilindros opuestos del dibujo tiene las siguientes características:

$D = 72 \text{ mm}$, $s = 73 \text{ mm}$, $i = 2$

a) ¿Cuánto es V_h en cm^3 y l?

b) Calcular la relación de carrera a diámetro.

c) ¿Cuántos l se aspiran por minuto si $\eta_f = 0,7$ a $3\,000 \cdot 1/\text{min}$?



19.7 Un motor de dos cilindros opuestos tiene una cilindrada total de 494 cm^3 . El diámetro de los cilindros es de 68 mm.

a) Calcular la carrera en mm.

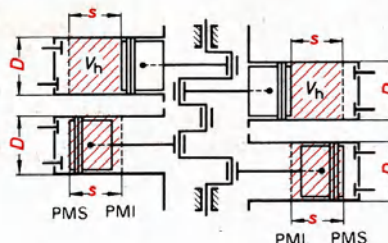
b) ¿Cuántos l de mezcla combustible-aire se aspiran en una hora si $\eta_f = 0,8$ a $2\,500 \cdot 1/\text{min}$?

19.8 Un motor tiene una cilindrada total de $1\,988 \text{ cm}^3$, un diámetro de cilindros de 87 mm y una carrera de 83,6 mm.

a) ¿Cuántos cilindros tiene el motor?

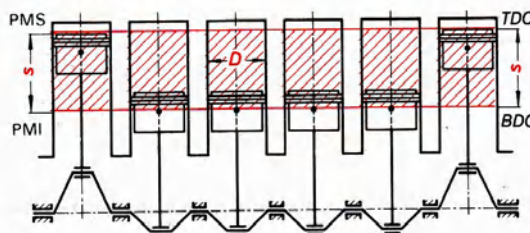
b) Calcular α y decir de qué tipo de motor se trata.

19.9 Un motor de cuatro cilindros opuestos tiene las siguientes características: $D = 77 \text{ mm}$, $s = 69 \text{ mm}$, $i = 4$. ¿Cuál es la cilindrada total en cm^3 y l ?



19.10 Calcular el diámetro de los cilindros de un motor de cuatro cilindros opuestos de cilindrada total de 1584 cm^3 y 69 mm de carrera. (Ver el dibujo en el ejercicio 19.9.)

19.11 Un motor Diesel de seis cilindros tiene las siguientes características: $D = 125 \text{ mm}$, $s = 150 \text{ mm}$, $i = 6$. Calcular V_h en litros.



19.12 Un motor Otto de seis cilindros tiene $V_h = 2,496 \text{ l}$ y $d = 82 \text{ mm}$. ¿Cuál es la carrera, en milímetros? (Ver el dibujo en el ejercicio 19.11.)

19.13 Un turismo tiene $D = 90 \text{ mm}$, $s = 66,8 \text{ mm}$ e $i = 4$. En la aspiración sólo se llena el 76% de la cilindrada del motor de cuatro tiempos con gas nuevo.

- Calcular V_h y V_m en cm^3 y l .
- Calcular α y decir de qué motor se trata.
- Calcular η_f y V_f por minuto a 2000 l/min .

19.2 Relación de compresión, cámara de compresión, aumento de la compresión

Explicación

En el tiempo de la compresión se comprimen conjuntamente la mezcla aspirada de combustible y aire o el aire puro hasta un volumen reducido. El objeto de la compresión es elevar la potencia. La compresión origina lo siguiente:

- 1º Aumento de la presión
- 2º Elevación de la temperatura
- 3º La mezcla del aire con el combustible
- 4º La gasificación íntegra de la mezcla combustible-aire en los motores Otto.

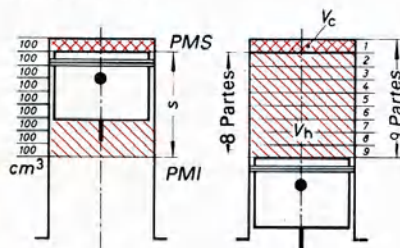
La cámara de compresión es el espacio sobre el punto muerto superior.

El volumen del cilindro se compone de la cilindrada (correspondiente a la carrera) y el de la cámara de compresión.

La relación de compresión indica cuantas veces es mayor el volumen del cilindro que la cámara de compresión. Indica, por lo tanto, a cuanto se reduce por compresión el volumen original de la mezcla combustible-aire (aire puro).

La relación de compresión se puede aumentar reduciendo la cámara de compresión mediante juntas de culata más finas, aplanando la culata o pistones más altos. Una mayor compresión aumenta la potencia del motor, pero aumenta también la tendencia al picado.

Notaciones



V_c	= Cámara de compresión [cm³ o l]
V_h	= Cilindrada o volumen carrera [cm³ o l]
s	= Carrera [mm]
ϵ (épsilon)	= Relación de compresión [-]
ϵ_a	= Relación de compresión anterior al aplanado
ϵ_n	= Relación de compresión después del aplanado (relación de compresión nueva)
X	= Aplanado [mm]

Fórmula con ejemplo

1. Relación de compresión

Relación de compresión = $\frac{\text{Volumen carrera} + \text{Cámara compresión}}{\text{Cámara compresión}}$

$$\epsilon = \frac{V_h + V_c}{V_c} \text{ [-]}$$

La cilindrada del cilindro del dibujo de arriba es de 800 cm³ y la cámara de compresión $V_c = 100 \text{ cm}^3$. Calcular la relación de compresión.

$$\epsilon = \frac{V_h + V_c}{V_c} = \frac{800 + 100}{100} = \frac{900}{100} = \frac{9}{1} = 9:1$$

Esto significa que la mezcla de combustible-aire se comprime a la novena parte.

2. Cámara de compresión

Despejando en la ecuación anterior se obtiene la fórmula para la cámara de compresión V_c .

$$V_c \cdot \epsilon = V_h + V_c$$

$$V_c \cdot \epsilon - V_c = V_h$$

$$V_c \cdot (\epsilon - 1) = V_h$$

$$V_c = \frac{V_h}{\epsilon - 1} \text{ [cm³ o bien l]}$$

Dados $V_h = 980 \text{ cm}^3$, $\epsilon = 8:1$ e $i = 4$, calcular V_c por cilindro en cm³.

$$V_c = \frac{V_h}{\epsilon - 1} \text{ [cm³]} \quad V_h = \frac{V_H}{4} = \frac{980}{4} = 245 \text{ cm}^3$$

$$V_c = \frac{245}{8 - 1} = \frac{245}{7} = 35 \text{ cm}^3$$

Observación

Utilizar V_h y V_c por cilindro.

3. Aumento de la compresión

Aplanado = $\frac{\text{Carrera}}{\text{Compresión anterior} - 1} - \frac{\text{Carrera}}{\text{Compresión posterior} - 1}$

$$X = \frac{s}{\epsilon_a - 1} - \frac{s}{\epsilon_n - 1} \text{ [mm]}$$

Un motor tiene una carrera $s = 66 \text{ mm}$ y $\epsilon = 9:1$. La compresión quiere elevarse a $9,5:1$. ¿Cuántos mm hay que aplanar la culata?

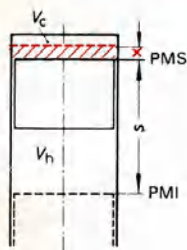
$$X = \frac{s}{\epsilon_a - 1} - \frac{s}{\epsilon_n - 1} \text{ [mm]}$$

$$X = \frac{66}{9 - 1} - \frac{66}{9,4 - 1} = \frac{66}{8} - \frac{66}{8,4}$$

$$X = 8,25 - 7,86 = 0,39 \text{ mm}$$

Observación

En la práctica se determina la cámara de compresión llenándola con aceite fluido.



Ejercicios

19.14 Tomar de la tabla de datos para automóviles los de 4 vehículos.

- Comprobar las cilindradas totales V_h dadas.
- Calcular la cámara de compresión por cilindro en cm^3 .

19.15 El motor de un automóvil tiene una carrera de 85,28 mm. La compresión se ha de elevar de 9,2 : 1 a 9,5 : 1. ¿Cuántos mm hay que aplanar la culata?

19.16 Un motor Otto tiene las siguientes características: $D = 75$ mm, $s = 61$ mm, $i = 4$ y $V_c = 41,44$ cm^3 .

- Calcular la cilindrada total y por cilindro en cm^3 y litros.
- Determinar la relación de compresión.

19.17 Las características de un motor son:

$D = 80$ mm, $s = 82$ mm, $i = 6$, $V_c = 46,8$ cm^3 .

- Calcular la cilindrada total y por cilindro en cm^3 .
- ¿Cuál es el valor de la relación de compresión?
- Determinar el radio del cigüeñal en mm.
- Calcular el recorrido (perímetro) del cigüeñal en su giro, en mm.

19.18 Un motor Otto de cuatro cilindros tiene una cilindrada total de 1 992 cm^3 y una cámara de compresión de 62,25 cm^3 por cilindro. ¿Cuál es su relación de compresión?

19.19 Un motor Diesel de seis cilindros tiene una cilindrada total de 6,12 litros y una cámara de compresión de 68 cm^3 por cilindro.

- Calcular la relación de compresión.
- Explicar en qué se diferencia el motor Otto del motor Diesel en lo que se refiere a relación de compresión.

19.20 Un motor tiene $s = 81$ mm, $D = 76$ mm y $\epsilon = 8,5 : 1$. La compresión se ha de elevar a 9 : 1.

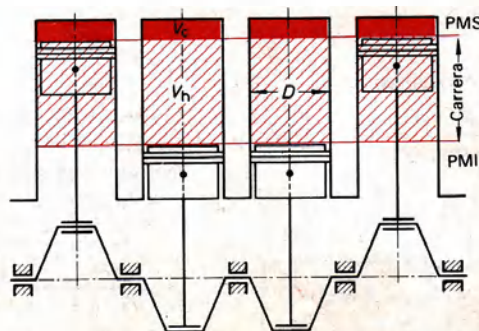
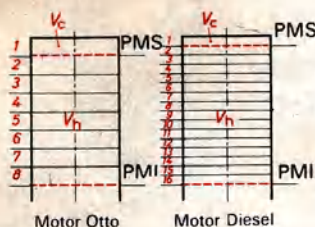
- Calcular el aplanado X en mm.
- Calcular V_c por cilindro, en cm^3 , antes y después del aplanado.

19.21 Una motocicleta tiene un motor de 50 cm^3 y una cámara de compresión de 8 cm^3 . ¿Cuál es su relación de compresión?

19.22 Un motor monocilíndrico tiene una cilindrada de 245,4 cm^3 y una relación de compresión $\epsilon = 7 : 1$. ¿Cuál es el volumen de su cámara de compresión, en cm^3 ?

19.23 Un motor de cuatro cilindros en línea tiene una cilindrada total de 1 618 cm^3 y $\epsilon = 7,6 : 1$.

- Calcular la cámara de compresión, en cm^3 .
- Determinar la relación de carrera a diámetro si $D = 84$ mm y $s = 73$ mm.
- ¿Cuál es su grado de admisión si aspira 1 132,6 cm^3 de gas nuevo?



19.3 Presión del gas en el cilindro, fuerza del émbolo

Explicación

1. Presión del gas en el cilindro

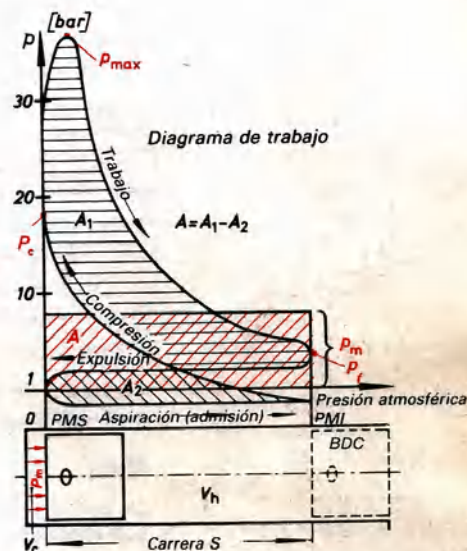
Mediante un indicador que se acopla al motor se puede representar el curso de la presión (diagrama de trabajo) durante los distintos tiempos de un ciclo de trabajo.

1^{er} tiempo: En la admisión (aspiración) la línea de presión queda por debajo de la línea de presión atmosférica. Aparece una depresión o vacío (0,1 — 0,2 bar de depresión)

2^o tiempo: En la compresión se eleva la presión hasta una presión final p_c (motores Otto 11-18 bar de sobrepresión; motores Diesel 30-35 bar de sobrepresión).

3^{er} tiempo: Consta de dos partes: Combustión (o explosión) y expansión. Durante la combustión se eleva la presión hasta una **presión máxima de combustión** p_{max} (motores Otto, 40-60 bar de sobrepresión; motores Diesel, 65-90 bar de sobrepresión). En la carrera de descenso del pistón se expansionan los gases y desciende la presión hasta la **presión final de combustión** p_f (2-4 bar de sobrepresión).

4^o tiempo: En la expulsión de los gases quemados queda todavía una ligera sobrepresión (0,5 bar de sobrepresión).



Como la presión varía durante un ciclo de trabajo, para el cálculo se determina la **presión media de trabajo (presión media de combustión)**.

Se toma la presión media de trabajo, para lo cual, a la superficie A_1 entre la línea de compresión y la línea de expansión se le resta la superficie A_2 entre la línea de admisión y la línea de expulsión.

La superficie A resultante se convierte en un rectángulo cuyos lados horizontales son iguales a la carrera y sus lados verticales iguales a la presión media de trabajo. La medición de la superficie se efectúa con un planímetro.

La presión media de trabajo es pues solamente una magnitud que se calcula.

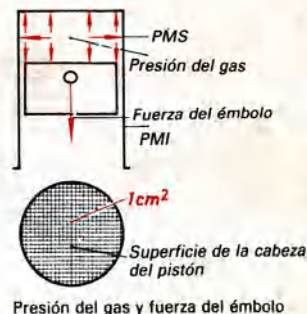
2. Fuerza del émbolo

En 17.1 se determinó que:

$$\text{Presión del gas} = \frac{\text{Fuerza de presión del gas}}{\text{Superficie presionada}} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \text{ ó bar} \right]$$

Reordenando esta ecuación se ve que la fuerza del émbolo depende de la presión del gas y de la magnitud de la superficie de la cabeza del pistón.

La presión originada por la combustión del gas actúa en cada centímetro cuadrado. Multiplicando esa presión por la superficie de la cabeza del pistón se tiene la fuerza que éste ejerce.



Notaciones

p = Presión del gas (bar o daN/cm²)

$p_{\max}$ = Presión máxima de la combustión (bar de sobrepresión)

p_m = Presión media de la combustión (bar de sobrepresión)

F_e = Fuerza del émbolo (N)

$F_{e\max}$ = Fuerza máxima del émbolo (N)

F_{em} = Fuerza media del émbolo (N)

A_e = Superficie de la cabeza del émbolo (cm²)

Fórmula con ejemplo

Fuerza del émbolo = Presión del gas × Superficie presionada

$$F_e = 10 \cdot p \cdot A_e \text{ [N]}$$

Igualmente se tiene

$$\begin{aligned} F_{e\max} &= 10 \cdot p_{\max} \cdot A_e \text{ [N]} \\ F_{em} &= 10 \cdot p_m \cdot A_e \text{ [N]} \end{aligned}$$

¿Cuál es la fuerza máxima del émbolo si el diámetro del cilindro es de 80 mm y la presión máxima de la combustión $p_{\max} = 50$ bar de sobrepresión?

$$A_e = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = \frac{8,0 \cdot 8,0 \cdot 3,14}{4} = 50,24 \text{ cm}^2$$

$$F_{e\max} = 10 \cdot p \cdot A_e = 10 \cdot 50 \cdot 50,24$$

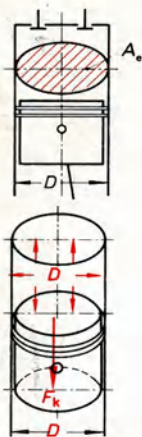
$$F_{e\max} = 25\,120 \text{ N}$$

Observación

La superficie del émbolo se dan en cm² y al multiplicarla por 10 y por la presión en bar se tiene prácticamente la fuerza que se ejerce en newtons.

Nota

La presión media de la combustión en los motores Otto y Diesel está entre 6 y 10 bar de sobrepresión.



Ejercicios

19.24 Despejar p y A_e de la fórmula $F_e = 10 \cdot p \cdot A_e$.

19.25 Un motor de seis cilindros tiene $D = 84$ mm.

a) Calcular en cm² la superficie de la cabeza de un pistón.

b) ¿Qué superficie total de pistones tiene el motor, en cm²?

19.26 La superficie de la cabeza de un pistón del motor de un automóvil es de 53.56 cm². Calcular el diámetro del cilindro en cm y mm.

19.27 El diámetro del pistón de un motor Otto mide 83,5 mm. ¿Qué fuerza máxima ejercerá el pistón si la presión máxima de combustión es de 46 bar de sobrepresión?

19.28 Calcular los valores que faltan en los siguientes ejercicios (ver el dibujo de 19.27).

Ejercicio	a)	b)	c)
F_e [N]	?	2390	5030
D [mm]	83	78	?
p (bar de sobrep)	42	?	10

Ejercicio	d)	e)	f)
F_e [N]	?	57 018	23 550
D [mm]	76	110	?
p (bar de sobrep)	8,5	?	30

19.29 En un motor Diesel actúa al final del tiempo de la compresión una fuerza de 3 506,1 daN sobre la cabeza del pistón. ¿Cuál es la presión final de la combustión en bar de sobrepresión si el diámetro del pistón es de 120 mm. (Observación: La fuerza está indicada en daN.)

19.4 Momento de giro o de rotación del motor (par)

Explicación

La palabra "momento" deriva del latín "momentum", que significa movimiento, impulso, impulsión.

En la técnica se entiende por "momento" la acción rotatoria de una fuerza sobre un cuerpo fijado de modo que pueda girar. (Momento de rotación = Par)

Ejemplos de la aparición de momentos (momentos de rotación) son el manubrio, la manecilla y picaporte de las puertas, la rueda dentada, la polea, la fuerza en una llave de tuercas, meter un tornillo con el destornillador, etc.

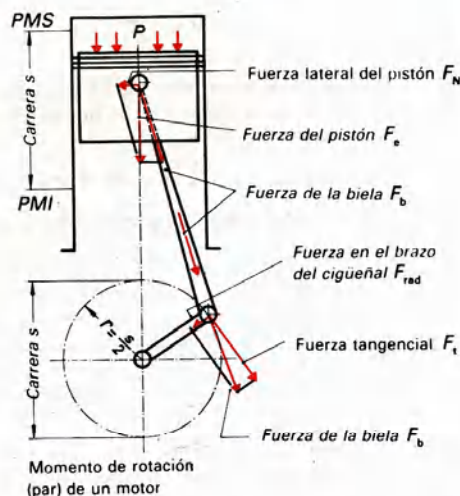
El concepto de momento de rotación se explicó en 13.1 al describir la palanca. Esta está en equilibrio cuando el momento a la izquierda del centro de giro es igual al momento a la derecha.

$$M_1 = M_2 \text{ o bien } F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

En los motores de combustión aparece siempre un momento de rotación, que se denomina par motor.

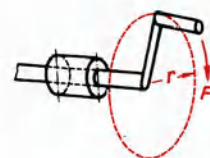
1. La presión del gas origina la fuerza del pistón F_p .
2. La fuerza del pistón, por la inclinación de la biela, se descompone en una fuerza lateral F_N (perpendicular a las paredes del cilindro) y otra F_b en el sentido de la biela (fuerza en la biela). (Ver en la sección 10 el paralelogramo de fuerzas.)
3. En el muñón del cigüeñal, según la posición de éste, la fuerza de la biela se descompone en una fuerza tangencial F_t y otra de compresión hacia el eje cigüeñal F_{rad} .

El par motor es la acción de la fuerza tangencial F_t en el brazo del cigüeñal o radio de giro r ($r = \frac{1}{2}$ de la carrera s).

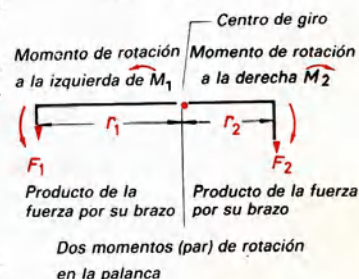


El par motor aumenta con la cilindrada total V_H y con la presión media de la combustión o presión de trabajo p_m .

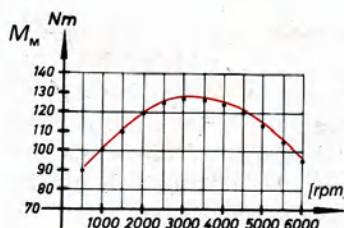
La cilindrada total depende a su vez del número de cilindros i , del diámetro de éstos D y de la carrera s . La presión media de la combustión o presión de trabajo depende del grado de admisión η_f y del número de revoluciones n del motor.



Cuerpo suspendido con libertad de giro



El motor de combustión no tiene un par de valor constante sino que depende en cada momento del número de revoluciones. Se representa en la curva de momentos del motor (curva del par motor).



Curva del par motor

Notaciones

M = Momento [Nm]

r = Brazo de palanca [m]

F = Fuerza [N]

F_p = Fuerza del pistón [N]

F_b = Fuerza de la biela [N]

F_{rad} = Fuerza contra el cigüeñal [N]

F_t = Fuerza tangencial [N]

$M_M = M$ = Par [Nm]

M_M = Par motor [Nm]

$r_M = \frac{1}{2} s$ = Radio del cigüeñal [m]

El par motor se suele indicar por M_M en vez de sólo por M .

Fórmula con ejemplo

Momento = Fuerza $\times$ Brazo de palanca

$$M = F \cdot r \text{ [Nm]}$$

Par motor = Fuerza tangencial media $\times$ Radio cigüeñal

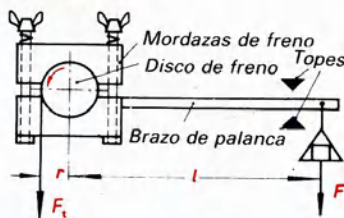
$$M_M = F_t \cdot r \text{ [Nm]}$$

Un motor monocíclico tiene una carrera de 84,4 mm y a 3 000 1/min tiene un par de 150 Nm. Calcular la fuerza tangencial media F_t .

$$M_M = F_t \cdot r$$

$$F_t = \frac{M_M}{r} = \frac{150}{0,0422} = 3554,5 \text{ N}$$

Observación



Freno de Prony

El par motor se mide con frenos de agua remolinada, con frenos de generador, frenos de resistencia eléctrica o con el freno de Prony.

En el dibujo de al lado del freno de Prony se tiene

Par motor = Momento resistente

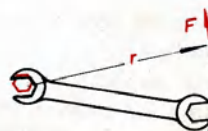
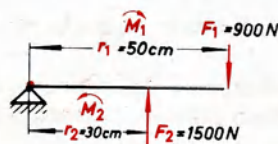
$$F_t \cdot r = F \cdot l$$

Ejercicios

19.30 Calcular en la palanca del dibujo de abajo el momento a la derecha y el momento a la izquierda.

19.31 a) ¿Con qué par M se aprieta la tuerca si $r = 200$ mm y $F = 95$ N?

b) Una tuerca se tiene que apretar a 67,5 Nm. Calcular la longitud del brazo de la llave si $F = 90$ N.



19.32 La fuerza tangencial media F_t de un motor Otto es de 3 100 N. ¿Cuál es el par del motor si la carrera es de 72 mm?

19.33 Un motor Diesel tiene una fuerza tangencial media $F_t = 6\,815$ N en el muñón del cigüeñal. El par motor M_m es de 460 Nm. Calcular el radio del cigüeñal en mm.

19.34 Determinar el par en la polea grande y en la pequeña del dibujo si $F_t = 500$ N.

19.35 Para un motor de automóvil con $s = 78,8$ mm, a las revoluciones dadas, se determinaron los siguientes pares.

- Dibujar la curva del par motor en papel milimetrado ($500\text{ 1/min} \triangleq 10\text{ mm}$; $10\text{ Nm} \triangleq 5\text{ mm}$).
- Calcular para cada M_m la correspondiente fuerza tangencial media F_t .

1000 1/min — 170 Nm	4000 1/min — 219 Nm
1500 „ — 182 „	4200 „ — 220 „
2000 „ — 195 „	4500 „ — 218 „
2500 „ — 205 „	5000 „ — 210 „
3000 „ — 211 „	5500 „ — 192 „
3500 „ — 216 „	6000 „ — 170 „

19.36 Un motor de automóvil tiene una biela de $l = 230$ mm y una carrera $s = 70$ mm. La fuerza máxima del pistón es $F_p = 20\,000$ N.

- Determinar gráficamente para un ángulo de biela de 45° , F_N , F_b , F_{rad} y F_t en N.

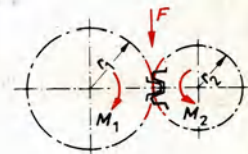
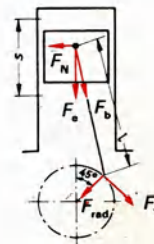
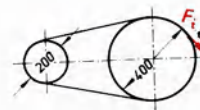
($E_p\ 1\text{ mm} \triangleq 500\text{ N}$; $E = 1 : 2,5$)

- Calcular el par motor en el muñón del cigüeñal en Nm.

19.37 El diámetro de rodamiento de la rueda dentada grande de un engranaje es de 6 cm y el de la pequeña de 4 cm. El par M_1 es de 45,3 Nm. 59,6

- Calcular la fuerza F que ejerce la rueda pequeña.

- ¿Cuánto vale M_2 ?

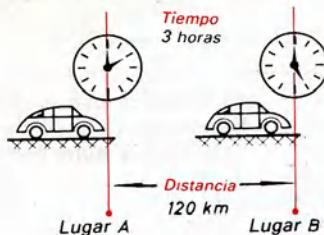


20 | Cálculo de velocidades

20.1 Movimiento uniforme rectilíneo

Explicación

Un automóvil va (viaja) del lugar A al lugar B. Para ello recorre una distancia determinada y emplea un tiempo también determinado (ver el esquema de abajo).



Se distingue entre movimiento uniforme, variado, rectilíneo, circular, acelerado y retardado.

Los movimientos se diferencian a su vez por su distinta rapidez. La rapidez a que un cuerpo efectúa un movimiento se denomina su velocidad. La magnitud de la velocidad depende de la distancia recorrida y del tiempo empleado en recorrerla.

La distancia recorrida en la unidad de tiempo (1 hora, 1 minuto o 1 segundo) es la velocidad del móvil.

En el movimiento rectilíneo uniforme, un móvil recorre distancias iguales en iguales tiempos sobre un tramo recto.

La dependencia entre velocidad, distancia y tiempo se representa gráficamente mediante el diagrama de abajo de velocidad-tiempo (Diagrama $v-t$)

En el eje vertical se marcan las velocidades v y en el horizontal los tiempos t . De la explicación de velocidad se deduce que:

Velocidad = $\frac{\text{Distancia}}{\text{Tiempo}}$, o bien, que:

Distancia = Velocidad · Tiempo

Por ello, en el diagrama la superficie rayada representa la distancia recorrida. Normalmente, en los automóviles no se tiene una velocidad uniforme, sino que varía mucho y con frecuencia. Por esta razón se toma como velocidad al valor promedio.

Esa velocidad media se denomina velocidad promedio y es la que se toma como si se mantuviera durante todo el recorrido. Se calcula dividiendo la distancia por el tiempo empleado.

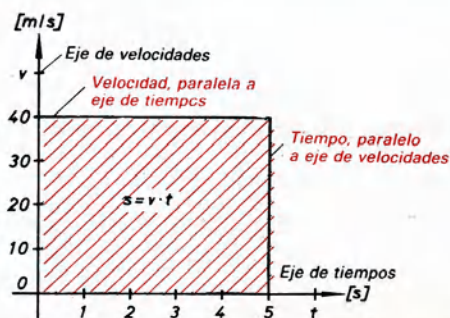
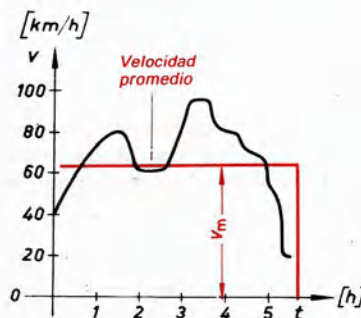


Diagrama de velocidad-tiempo para movimiento uniforme.



Notaciones

v = Velocidad

v_m = Velocidad promedio

s = Distancia [m, km]

t = Tiempo [s, min, h]

Unidades de velocidad y su aplicación

Metro por segundo Metro por minuto Kilómetro por hora	m/s m/min km/h	Velocidad tangencial, velocidad del pistón Velocidad de corte (por ejemplo, cepillado) Velocidad de automóvil
---	----------------------	---

Fórmula con ejemplo

1. Velocidad

Velocidad = $\frac{\text{Distancia}}{\text{Tiempo}}$

$$v = \frac{s}{t} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}, \frac{\text{m}}{\text{min}}, \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$$

Un automóvil recorre un camino de 600 km en 8 horas y 24 minutos. Calcular la velocidad promedio.

$$24 \text{ Minutos} = \frac{24}{60} = 0,4 \text{ h}$$

$$v_m = \frac{s}{t} = \frac{600}{8,4} = 71,43 \text{ km/h}$$

2. Conversión de las unidades de medida

$$1 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = \frac{1 \cdot 1000}{1 \cdot 60 \cdot 60} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = \frac{1}{3,6} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Para convertir km/h en m/s. se divide la velocidad en km/h por 3,6.

$$1 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = \frac{1}{\frac{1}{3600}} = \frac{3600}{1} \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = 3,6 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$$

Para convertir m/s en km/h se multiplica la velocidad en m/s por 3,6.

¿Cuántos m/s son 180 km/h?

$$\frac{180}{3,6} = \underline{50 \text{ m/s}}$$

¿Cuántos km/h son 30 m/s?

$$30 \cdot 3,6 = \underline{108 \text{ km/h}}$$

Observación

1. Se entiende por velocidad máxima la más alta que un vehículo puede mantener durante un kilómetro en llano.
2. Se entiende por velocidad permanente la máxima velocidad que puede mantener un vehículo sin perjudicar el motor.

Ejercicios

20.1 Calcular las magnitudes que faltan:

Ejercicio	a)	b)	c)
v	? km/h	? m/s	? km/h
s	437,5 km	2,52 km	7980 m
t	3,5 h	3 min	190 s

Ejercicio	d)	e)	f)
v	30 m/min	15,2 m/s	140 km/h
s	? m	? km	175 000 m
t	0,5 h	120 s	? h

20.2 Un automóvil hace un recorrido de 546,1 km en 8 horas y 36 minutos. ¿Cuál es su velocidad promedio en km/h?

20.3 Un automóvil tiene que recorrer 464,475 km a una velocidad promedio prevista de 56,3 km/h. Calcular el tiempo probable del viaje en horas y minutos.

20.4 La velocidad promedio de una motocicleta es $V_m = 45,5 \text{ km/h}$. ¿Qué distancia recorre en $t = 6 \text{ horas y } 30 \text{ minutos}$?

20.5 En una carrera de automóviles de 2 263,6 km se cronometraron 16 horas, 27 minutos y 45 segundos. Calcular la velocidad promedio V_m en km/h.

20.6 Para un automóvil a velocidad constante se cronometraron 48 segundos para 1 km. El tacómetro marcaba 81 km/h.

a) ¿Cuál era la velocidad efectiva?

b) Calcular en tanto por ciento la desviación del tacómetro de la velocidad efectiva.

20.7 Una limadora tiene una carrera de 240 mm (carrera útil). Para una pasada invierte 1,5 segundos. Determinar la velocidad de corte en m/min y m/s.

20.2 Movimiento circular uniforme, velocidad tangencial (perimetral)

Explicación

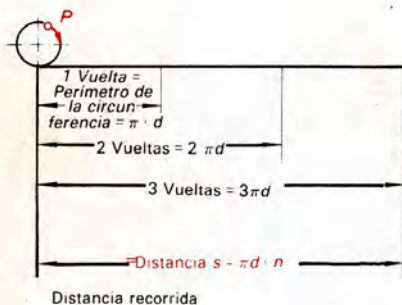
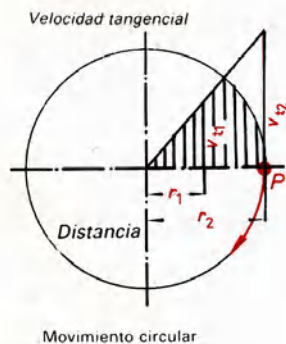
En el movimiento circular, un cuerpo redondo (como puede ser un eje, un árbol, una rueda dentada, una polea, un volante de inercia, una rueda, una muela de afilar, etc.) gira alrededor de su eje con velocidad uniforme en el cual todos sus puntos P describen circunferencias.

Para el movimiento circular son válidas las mismas fórmulas fundamentales que para el cálculo de la velocidad. Sin embargo, en este caso se habla de velocidad tangencial (o perimetral) pues se trata de la velocidad de un punto P del perímetro.

La distancia que un punto del perímetro de un cuerpo en rotación recorre en la unidad de tiempo (minuto o segundo) se denomina su velocidad tangencial (o perimetral).

Esta velocidad depende de:

- 1º La distancia del punto P al eje de rotación; cuanto mayor sea esa distancia, mayor será la velocidad tangencial (ver el dibujo de arriba).
- 2º Del número de revoluciones del cuerpo que gira. Cuanto mayor sea el número de revoluciones, mayor será la distancia recorrida (y, por tanto, también la velocidad).



Notaciones

V_t = Velocidad tangencial $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

n = Número de vueltas (revoluciones) por minuto $\left[\frac{1}{\text{min}} \right]$

d = Diámetro del cuerpo en rotación [mm]

Fórmula con ejemplo

$$v = \frac{s}{t}$$

$$v_t = \frac{d \cdot \pi \cdot n}{60} \left[\frac{\text{mm}}{\text{min}} = \frac{\text{mm}}{\text{min}} \right]$$

$$v_t = \frac{d \cdot \pi \cdot n}{60} \left[\frac{\text{mm}}{\text{s}} \right] \text{ Conversión en segundos}$$

$$v_t = \frac{d \cdot \pi \cdot n}{1000 \cdot 60} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \text{ Conversión en metros}$$

$$\text{Velocidad tangencial} = \frac{\text{Perímetro}}{1000} \cdot \frac{\text{Nº revoluciones}}{60}$$

$$v_t = \frac{d \cdot \pi \cdot n}{1000 \cdot 60} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Las ruedas traseras de un automóvil tienen 600 mm de diámetro. El eje trasero gira a $n = 250$ 1/min. Calcular la velocidad tangencial de las ruedas traseras en m/s.

$$v_t = \frac{d \cdot \pi \cdot n}{1000 \cdot 60} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$= \frac{600 \cdot 3,14 \cdot 250}{1000 \cdot 60}$$

$$v_t = \underline{7,85 \text{ m/s}}$$

Observación

El diámetro d viene dado en mm. Si viniera en m se suprimiría entonces el 1 000 del denominador.

Nota

La velocidad tangencial de las herramientas al taladrar, fresar y rectificar y la velocidad tangencial de las piezas al torneirlas se denomina en la industria metalúrgica velocidad de corte v_c . Las fórmulas para el cálculo de la velocidad de corte son:

Rectificado:

$$v_c = \frac{d \cdot \pi \cdot n}{1000 \cdot 60} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Taladrado:

Fresado:

Torneado:

$$v_c = \frac{d \cdot \pi \cdot n}{1000} \left[\frac{\text{m}}{\text{min}} \right]$$

Ejercicios

20.8 Despejar d y n de la fórmula de la velocidad tangencial v_t .

20.9 Las ruedas delanteras de un automóvil tienen hasta la válvula un diámetro de 350 mm y hasta la superficie de la cubierta un diámetro de 620 mm.

- a) Calcular la velocidad tangencial en la válvula en m/s para $n = 300$ 1/min.
b) ¿Cuál es la velocidad tangencial en la superficie de la cubierta en m/s a $n = 300$ 1/min?



20.10 El diámetro exterior de un neumático es de 25" y su velocidad tangencial de 12.56 m/s.

- a) Calcular el diámetro exterior en mm.
b) ¿Cuál es el número de revoluciones n del palier?



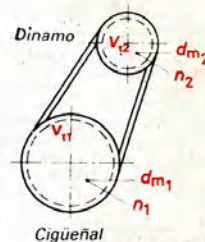
20.11 Un volante de impulsión tiene los diámetros que se indican en el dibujo. Calcular la velocidad tangencial en esos puntos, en m/s, para un número de vueltas del cigüeñal $n = 2\,400$ 1/min.



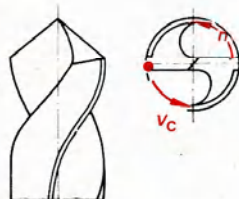
20.12 Calcular el diámetro exterior de una rueda, en mm, si su velocidad tangencial v_t es de 18,84 m/s a $n = 720$ 1/min.

20.13 Una dinamo es accionada mediante una transmisión por correa a partir del cigüeñal. La velocidad tangencial es de 15,7 m/s.

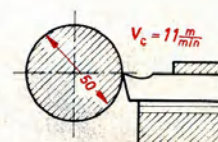
- a) Determinar d_{m2} si $n_2 = 3\,000$ 1/min.
b) ¿Cuánto es n_1 si $d_{m1} = 160$ mm?



20.14 Calcular la velocidad v_c en m/min para una broca de $\varnothing = 14$ mm y a un número de vueltas $n = 400$ 1/min.



20.15 Hay que desbastar al torno, a $v_c = 11$ m/min, un redondo de acero St 50. Calcular el número de vueltas n para el diámetro original $d = 50$ mm.



20.3 Movimiento uniformemente acelerado y uniformemente retardado, aceleración y desaceleración

Explicación

Los automóviles, en circulación normal, no pueden ir siempre con la misma velocidad. Son muchas las veces que hay que arrancar, ir más deprisa (acelerar) y frenar (desacelerar). La aceleración y la desaceleración alteran la velocidad.

Se dice que la velocidad es uniformemente acelerada cuando aumenta de modo uniforme y uniformemente retardada cuando disminuye de modo uniforme.

Aceleración es el incremento de velocidad por unidad de tiempo (segundo).

Desaceleración es la reducción de velocidad por unidad de tiempo (segundo).

Aceleración y desaceleración se calculan de la misma manera.

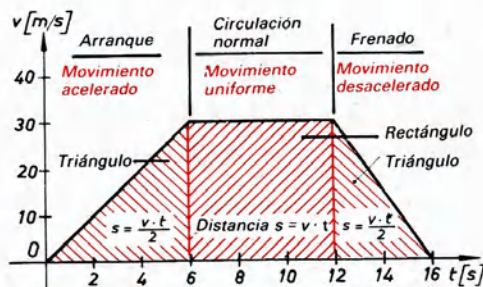


Diagrama de velocidad-tiempo de un automóvil

La representación gráfica de la aceleración y desaceleración da para las distancias con aceleración y con desaceleración un triángulo (ver el diagrama de velocidad-tiempo). La aceleración y la desaceleración se calculan con la misma fórmula.

Notaciones

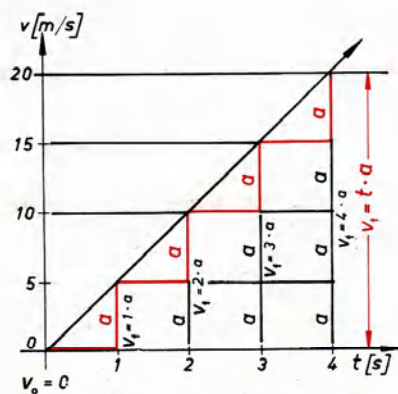


Diagrama velocidad-tiempo de una aceleración

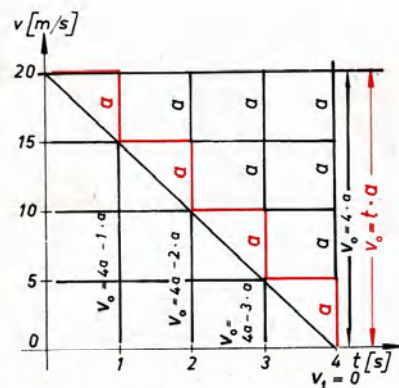


Diagrama velocidad-tiempo de una desaceleración

a = Aceleración [m/s^2]
o desaceleración [m/s^2]
 V_0 = Velocidad inicial [m/s]

v_f = Velocidad final [m/s]
 t = Tiempo de aceleración [s]
 t = Tiempo de desaceleración [s]

Unidades de medida

1. Aceleración y desaceleración: Metro por segundo al cuadrado = $\left[\frac{m}{s^2}\right]$
- $$\frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s} : s = \frac{m}{s \cdot s} = \left[\frac{m}{s^2}\right] \rightarrow \text{Incremento (o disminución) de velocidad en cada segundo}$$
2. Velocidad: Metro por segundo $\left(= \frac{m}{s}\right)$ en la aceleración y desaceleración

Fórmula con ejemplo

De acuerdo con el diagrama anterior se deduce que:

1º Aceleración a partir del reposo

Al cabo de 1 s: $1 \cdot 5 \text{ m/s}^2 = 5 \text{ m/s}^2$

Al cabo de 2 s: $2 \cdot 5 \text{ m/s}^2 = 10 \text{ m/s}^2$

Al cabo de 3 s: $3 \cdot 5 \text{ m/s}^2 = 15 \text{ m/s}^2$

Al cabo de 4 s: $4 \cdot 5 \text{ m/s}^2 = 20 \text{ m/s}^2$

Tiempo · Aceleración = Velocidad final
 $t \cdot a = V_f$

$$v_f = t \cdot a$$

Aceleración = $\frac{\text{Velocidad final}}{\text{Tiempo de aceleración}}$

$$a = \frac{v_f}{t} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Desaceleración = $\frac{\text{Velocidad inicial}}{\text{Tiempo de desaceleración}}$

$$a = \frac{v_o}{t} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Como la distancia en aceleración y en desaceleración se representan mediante un triángulo, resulta:

3º Distancia en aceleración

$$s = \frac{v_f \cdot t}{2} \text{ [m]}$$

4º Distancia en desaceleración

$$s = \frac{v_o \cdot t}{2} \text{ [m]}$$

2º Desaceleración hasta el reposo

$15 \text{ m/s} = 3 \cdot 5 \text{ m/s}^2$

$10 \text{ m/s} = 2 \cdot 5 \text{ m/s}^2$

$5 \text{ m/s} = 1 \cdot 5 \text{ m/s}^2$

$0 \text{ m/s} = 0 \cdot 5 \text{ m/s}^2$

Velocidad inicial = Tiempo · Desaceleración
 $V_o = t \cdot a$

$$v_o = t \cdot a$$

Un automóvil que parte del reposo, alcanza al cabo de 10 segundos una velocidad de 108 km/h. Calcular la aceleración.

$108 : 3,6 = 30 \text{ m/s}$

$$a = \frac{v_f}{t} = \frac{30}{10} = 3 \text{ m/s}^2$$

Un automóvil tiene una velocidad de 54 km/h y alcanza el reposo en 4 segundos.

Calcular la desaceleración.

$54 : 3,6 = 15 \text{ m/s}$

$$a = \frac{v_o}{t} = \frac{15}{4} = 3,75 \text{ m/s}^2$$

Un automóvil que parte del reposo se acelera en 8 segundos a 80 km/h. ¿Qué distancia recorre en aceleración?

$80 : 3,6 = 22,23 \text{ m/s}$

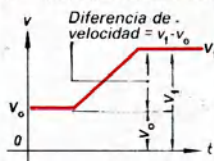
$$s = \frac{v_f \cdot t}{2} = \frac{22,23 \cdot 8}{2} = 88,92 \text{ m}$$

Un automóvil que va a 100 km/h se para en 12 segundos. ¿Qué distancia recorre en desaceleración (distancia de frenado)?

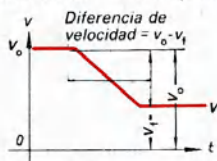
$100 : 3,6 = 27,78 \text{ m/s}$

$$s = \frac{v_o \cdot t}{2} = \frac{27,78 \cdot 12}{2} = 166,68 \text{ m}$$

5º Aceleración con velocidad inicial y desaceleración con velocidad final



Aceleración con velocidad inicial



Desaceleración con velocidad final

A menudo la aceleración es partiendo de una velocidad inicial y la desaceleración no es hasta el reposo. Por consiguiente, se modifican las fórmulas anteriores.

Aceleración = $\frac{\text{Diferencia de velocidad}}{\text{Tiempo}}$
(desaceleración)

$$a = \frac{v_1 - v_0}{t} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$a = \frac{v_0 - v_1}{t} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$v_1 = v_0 + a \cdot t \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$v_1 = v_0 - a \cdot t \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Un automóvil va a $v_0 = 36 \text{ km/h}$. Su desaceleración es de 3 m/s^2 . Averiguar la velocidad final v_1 al cabo de 2 segundos.

$$36 \text{ km/h} : 3,6 = 10 \text{ m/s}$$

$$v_1 = v_0 - a \cdot t \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$= 10 - 3 \cdot 2 = 4 \text{ m/s}$$

$$v_1 = 4 \text{ m/s} \cdot 3,6 = \underline{14,4 \text{ km/h}}$$

Observación

La caída libre de los cuerpos es un movimiento uniformemente acelerado y su aceleración se denomina aceleración de la gravedad g . Para g se toma el valor $9,81 \text{ m/s}^2$ (ver también 4.3).

Ejercicios

20.16 Un automóvil que parte del reposo alcanza en 30 segundos una velocidad de $151,2 \text{ km/h}$.

- Calcular la aceleración en m/s^2 .
- ¿Cuántos metros recorre en ese tiempo?

20.17 Un deportivo tiene una aceleración de $2,0 \text{ m/s}^2$. ¿Cuántos segundos necesita partiendo del reposo para llegar a los 180 km/h ?

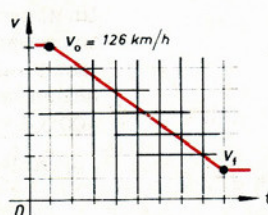
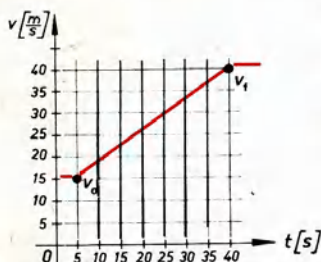
20.18 Un automóvil acelera a razón de $1,2 \text{ m/s}^2$ partiendo del reposo.

- ¿Cuál es su velocidad al cabo de 30 segundos en m/s y km/h ?
- ¿Cuántos metros recorre en aceleración?
- Hacer una gráfica del recorrido en aceleración.
($5 \text{ s} \triangleq 10 \text{ mm}$; $5 \text{ m/s} \triangleq 10 \text{ mm}$.)

20.19 Un automóvil tiene una velocidad inicial $v_0 = 15 \text{ m/s}$. Acelera durante 30 segundos y alcanza una velocidad final $v_1 = 40 \text{ m/s}$.

- Calcular v_0 y v_1 en km/h .
- ¿Cuál es la aceleración en m/s^2 ?

20.20 Un turismo va a 126 km/h y frena durante 8 segundos a razón de $3,5 \text{ m/s}^2$. ¿Cuál es su velocidad final v_1 en m/s y km/h ?

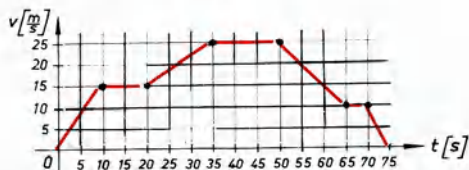


20.21 Un automóvil circulando con una velocidad de 88,2 km/h, frena y se para en 5 segundos.

- ¿Cuál es la desaceleración en m/s^2 ?
- Calcular la distancia de frenado en m.

20.22 a) Explicar el diagrama de abajo de tiempo-velocidad.

- Calcular las aceleraciones y desaceleraciones que aparecen.
- Calcular las velocidades constantes en km/h .



20.4 Movimiento alternativo, velocidad del pistón

Explicación

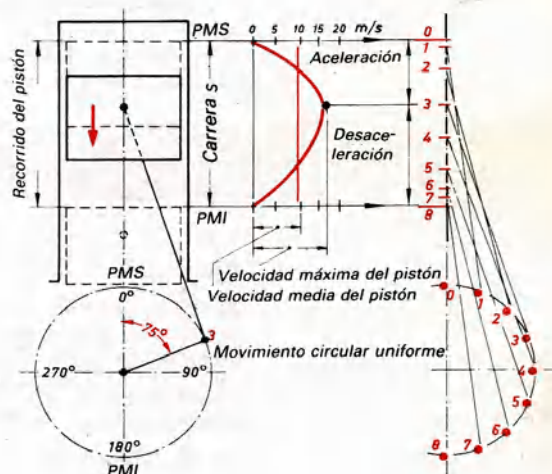
El pistón del motor está unido al cigüeñal a través del bulón y la biela. El cigüeñal efectúa un movimiento circular uniforme mientras el del pistón es alternativo (de ida y vuelta) con velocidad variable. El pistón recorre dos veces su trayectoria entre el punto muerto superior (PMS) y el inferior (PMI) (2 carreras s) mientras el cigüeñal da una vuelta, e invierte su sentido de movimiento. De esto se deduce:

1º En el punto muerto superior y en el punto muerto inferior, durante un instante está parado el pistón.

2º Entre los dos puntos muertos aumenta la velocidad del pistón hasta un valor máximo (que tiene lugar próximo a los 75° de giro del cigüeñal).

3º Tras alcanzar la velocidad máxima el pistón, disminuye aquélla hasta anularse.

En el movimiento alternativo el pistón va de cero hasta una aceleración máxima para a continuación tener una desaceleración que lo lleva de nuevo a cero.



Movimiento alternativo del pistón

En el dibujo se ve que las distancias entre los puntos 0 y 8 del círculo del cigüeñal son iguales; en cambio, las que corresponden al pistón son distintas. Se ve pues que las velocidades del pistón en los distintos tramos entre 0 y 8 no son iguales. La velocidad media del pistón es la que corresponde a un movimiento uniforme supuesto con el cual el pistón tardaría lo mismo en hacer la carrera que con su velocidad variable. Esa velocidad media es pues la velocidad promedio del pistón.

Notaciones

v_m = Velocidad media o promedio del pistón $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$ s = Carrera (mm)

v_{max} = Velocidad máxima del pistón $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$ n = Número de revoluciones $\left[\frac{1}{\text{min}} \right]$

Fórmula con ejemplo1 vuelta del cigüeñal: Recorrido = $2 \cdot s$ [mm]2 vueltas del cigüeñal: Recorrido = $(2 \cdot s) \cdot 2$ [mm]3 vueltas del cigüeñal: Recorrido = $(2 \cdot s) \cdot 3$ [mm] n vueltas del cigüeñal: Recorrido = $(2 \cdot s) \cdot n$ [mm] n vueltas del cigüeñal por minuto:Velocidad del pistón $v_m = 2 \cdot s \cdot n$ $\left[\frac{\text{mm}}{\text{min}} \right]$ 1. Un motor tiene $s = 74$ mm y $n = 4\,500$ 1/min.. Calcular v_m y $v_{\max}$ en m/s.

$$v_m = \frac{2 \cdot s \cdot n}{1000 \cdot 60} = \frac{2 \cdot 74 \cdot 4500}{1000 \cdot 60} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$v_m = 11,1 \text{ m/s}$$

$$v_{\max} \approx 11,1 \cdot 1,7 \approx \underline{18,87 \text{ m/s}}$$

Para convertir en metros y segundos hay que dividir por 1 000 y por 60:

Velocidad media del pistón = $\frac{2 \cdot \text{Carrera}}{1\,000} \cdot \frac{\text{Número vueltas}}{60}$

$$v_m = \frac{2 \cdot s \cdot n}{1000 \cdot 60} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Nota: $v_{\max} \approx v_m \cdot 1,7$ (m/s)2. ¿Cuál es la carrera s de un motor si $v_m = 10,8$ m/s y $n = 4\,500$ 1/min?

$$v_m = \frac{2 \cdot s \cdot n}{1000 \cdot 60} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$s = \frac{v_m \cdot 1000 \cdot 60}{2 \cdot n} \text{ [mm]}$$

$$s = \frac{10,8 \cdot 1000 \cdot 60}{2 \cdot 4500} = \underline{72 \text{ mm}}$$

Observación

1. La velocidad media del pistón en los motores de combustión está entre 8 y 15 m/s.
2. El movimiento alternativo se presenta también en otras máquinas (tales como el compresor) y en máquinas-herramienta (sierra de vaivén, limadora, etc). En esos casos se calcula con la misma fórmula la velocidad media de corte v_c

$$v_c = \frac{2 \cdot s \cdot n_D}{1000} \left[\frac{\text{m}}{\text{min}} \right]$$

 s = Carrera (mm) n_D = Número de dobles carreras por minuto**Ejercicios****20.23** Un motor Otto de cuatro tiempos tiene una carrera de 66,6 mm y un número de revoluciones $n = 5\,600$ 1/min.Calcular a) la velocidad media del pistón y b) la velocidad máxima del pistón $v_{\max}$.**20.24** Calcular la velocidad media del pistón de un motor Diesel que tiene una carrera de 130 mm y un número de revoluciones de 2 600 1/min.**20.25** El motor de un automóvil deportivo tiene una carrera de 80 mm y un número de revoluciones de 5 800 1/min. Calcular:

- a) La velocidad media del pistón y
- b) La velocidad máxima del pistón $v_{\max}$.

20.26 Calcular la velocidad media del pistón de un motor de carreras con $s = 50$ mm y $n = 10\,500$ 1/min.**20.27** Una motocicleta tiene una carrera de 73 mm y un número de revoluciones de 7 000 1/min. Calcular la velocidad media del pistón.**20.28** Un motor tiene una carrera de 61 mm.

- a) Calcular la velocidad media del pistón a $n = 2\,500$ 1/min y a $n = 5\,000$ 1/min.
- b) Comprobar cómo varía la velocidad del pistón al aumentar el número de revoluciones y dar la razón de ello.

20.29 Dos motores tienen las siguientes características: $s = 72$ mm, $n = 3\,000$ 1/min, $s = 144$ mm y $n = 3\,000$ 1/min.

- a) Calcular la velocidad media del pistón en ambos motores.
- b) Comprobar la relación de velocidades de los pistones y dar la razón de ello.

20.30 La velocidad media del pistón de un motor es de 12,4 m/s con una carrera de 120 mm. Calcular a qué número de revoluciones del motor corresponde.

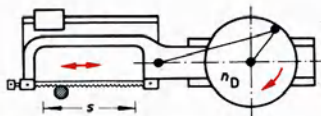
20.31 La velocidad media del pistón de un motor es de 9,6 m/s a $n = 3\,600$ 1/min. Calcular la carrera s del motor.

20.32 Calcular la velocidad media de los pistones de los motores BMW, VW (Volkswagen) y MAN cuyas características se encuentran en las tablas del apéndice. Como número de revoluciones se toman:

- el correspondiente a la potencia útil.
- el del par motor máximo.

20.33 Una sierra de vaivén tiene una carrera de 220 mm. El número de revoluciones de la excéntrica es de 80 1/min.

Calcular la velocidad de corte de la hoja de sierra.



21 Transmisión por correas

21.1 Transmisión sencilla

Explicación

La transmisión por correas sencilla (o simple) consta de dos poleas unidas por una correa.

Se distingue entre:

1º. Transmisión directa

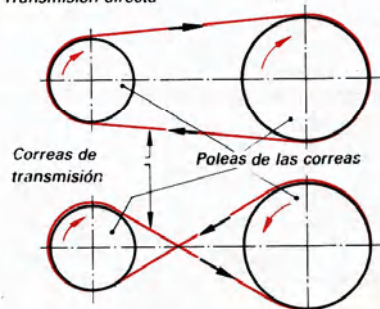
Las dos poleas tienen el mismo sentido de giro

2º. Transmisión inversa (cruzada)

Las dos poleas tienen sentido de giro contrario.

La transmisión por correas es un arrastre de fuerza en el que la presión o esfuerzo de aprieto entre correas y poleas es tan grande, que una polea arrastra a la otra.

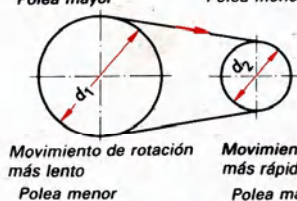
Transmisión directa



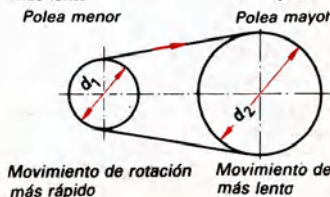
Transmisión inversa (cruzada)

Polea mayor

Polea menor



Multiplicación de velocidad



Reducción de velocidad

La transmisión por correas tiene dos objetivos:

1. Transmitir la fuerza motora (par)
2. Modificar el número de revoluciones

En la modificación se distingue entre:

1. Multiplicación

De lento a rápido

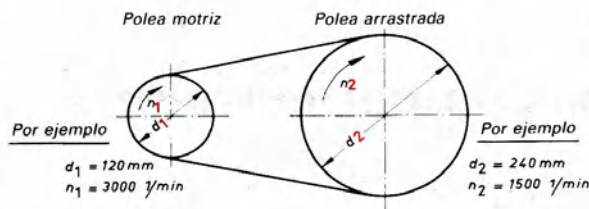
2. Reducción

De rápido a lento

La magnitud de la modificación es la relación de transmisión.

Por relación de transmisiones se entiende la que existe entre los números de revoluciones de las poleas.

Notaciones



n_1 = Número de revoluciones de la polea motriz $\left[\frac{1}{\text{min}} \right]$

d_1 = Diámetro de la polea motriz [mm]

v_{t1} = Velocidad tangencial de la polea motriz $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

i = Relación de transmisión [—]

n_2 = Número de revoluciones de la polea arrastrada (1/min) $\left[\frac{1}{\text{min}} \right]$

d_2 = Diámetro de la polea arrastrada [mm]

v_{t2} = Velocidad tangencial de la polea arrastrada $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

Observación: En la transmisión por correas se indican siempre las poleas motrices con subíndice impar (n_1 , d_1) y las arrastradas con subíndice par (n_2 , d_2).

Fórmula con ejemplo

1. Fórmula fundamental de la transmisión por correas

Las velocidades tangenciales de ambas poleas son iguales.

$$v_{t1} = v_{t2}$$

$$\frac{d_1 \cdot \pi \cdot n_1}{1000 \cdot 60} = \frac{d_2 \cdot \pi \cdot n_2}{1000 \cdot 60} \quad \left| \begin{array}{l} \cdot 1000 \\ \cdot 60 \\ : \pi \end{array} \right.$$

Simplificando queda

$$d_1 \cdot n_1 = d_2 \cdot n_2$$

Diámetro $\times$ Revoluciones de la polea motriz = Diámetro $\times$ Revoluciones de la polea arrastrada

$$d_1 \cdot n_1 = d_2 \cdot n_2$$

1. Despejar d_1 de la polea motriz de la fórmula.

$$d_1 \cdot n_1 = d_2 \cdot n_2$$

$$d_1 = \frac{d_2 \cdot n_2}{n_1}$$

2. Comprobar en el dibujo anterior si 240 mm es el valor correcto para d_2 .

$$d_1 \cdot n_1 = d_2 \cdot n_2$$

$$d_2 = \frac{d_1 \cdot n_1}{n_2}$$

$$d_2 = \frac{120 \cdot 3000}{1500}$$

$$d_2 = 240 \text{ mm}$$

2. Relación de transmisión del accionamiento por correas

Puesto que las velocidades tangenciales son iguales, la polea menor del dibujo debe dar dos vueltas mientras que la polea de doble tamaño (doble diámetro) sólo gira una vez.

El número de revoluciones de las poleas en la transmisión por correas es inversamente proporcional a los diámetros de éstas.

Por lo tanto:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

Relación de transmisión = $\frac{\text{Nº revoluciones de la polea motriz}}{\text{Nº revoluciones polea arrastrada}}$

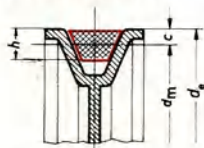
$$i = \frac{n_1}{n_2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Fórmula fundamental} \\ \text{de la relación} \\ \text{de transmisión} \end{array} \right.$$

Relación de transmisión = $\frac{\text{Diámetro polea arrastrada}}{\text{Diámetro polea motriz}}$

$$i = \frac{d_2}{d_1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{La fórmula es válida} \\ \text{para la transmisión} \\ \text{por correas o} \\ \text{por engranajes.} \end{array} \right.$$

La relación de transmisión se calcula de modo que el numerador o el denominador es igual a 1.

Observación



Transmisión por correa trapezoidal

d_m = Diámetro medio

d_e = Diámetro exterior

c = Distancia de d_m a d_e

h = Altura de la correa

En la industria no se suele utilizar la correa plana sino la trapezoidal. En la transmisión por correa trapezoidal son válidas las mismas fórmulas, sólo que se trabaja con los diámetros medios.

$$d_m = d_e - 2 \cdot c \text{ [mm]}$$

$$d_{m1} \cdot n_1 = d_{m2} \cdot n_2$$

Las poleas para correas trapezoidales están normalizadas en DIN 2217.

d_m = 20; 22; 25; 28; 32; 36; 40; 45; 50; 56

c = 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 10; 12; 16

Ejercicios

21.1 Despejar n_1 , n_2 , d_1 y d_2 de la fórmula $n_1 \cdot d_1 = n_2 \cdot d_2$

21.2 Despejar de las fórmulas de relación de transmisión:

a) $i = \frac{n_1}{n_2}$, n_1 y n_2

b) $i = \frac{d_2}{d_1}$, d_1 y d_2

21.3 Calcular los números que faltan y las relaciones de transmisión de las siguientes transmisiones por correas:

Ejercicio	a)	b)	c)	d)	e)	f)
d_1 en mm	180	60	?	35	80	?
d_2 en mm	630	?	110	52,5	120	40
n_1 en 1/min	420	750	2200	?	2400	1500
n_2 en 1/min	?	2250	2500	300	?	3750
i	?	?	?	?	?	?

Ejercicio	g)	h)	i)	j)	k)	l)
d_1 en mm	145	?	?	170	?	75
d_2 en mm	?	30	105,3	?	240	?
n_1 en 1/min	?	320	1300	?	?	880
n_2 en 1/min	2560	?	?	1020	200	?
i	2:1	1:4	2,6:1	1:3,4	3,55:1	4,4:1

21.4 Unas poleas para correa trapecial tienen las siguientes dimensiones:

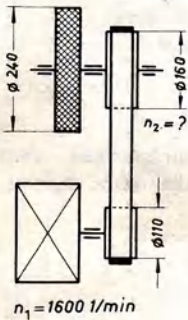
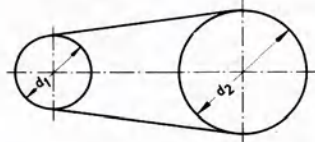
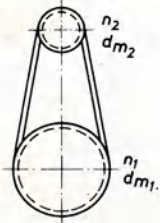
- a) $d = 25 \text{ mm}$ b) $d = 50 \text{ mm}$ c) $d = 135 \text{ mm}$ d) $d = 192 \text{ mm}$ e) $d = 266 \text{ mm}$
 $c = 1,5 \text{ mm}$ $c = 2,5 \text{ mm}$ $c = 5 \text{ mm}$ $c = 6 \text{ mm}$ $c = 8 \text{ mm}$

Calcular sus diámetros medios d_m .

21.5 a) Calcular n_2 e i de la transmisión por correa trapecial con $n_1 = 3\,000 \text{ 1/min}$, $d_{m1} = 140 \text{ mm}$ y $d_{m2} = 100 \text{ mm}$.

b) Calcular n_1 y d_{m1} de la transmisión por correa trapecial con $n_2 = 3\,600 \text{ 1/min}$, $d_{m2} = 125 \text{ mm}$ e $i = 1 : 1,2$.

21.6 Dados $d_1 = 200 \text{ mm}$, $n_1 = 2\,450 \text{ 1/min}$ e $i = 1,75 : 1$, hallar d_2 y n_2 .

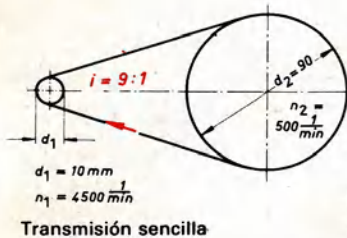
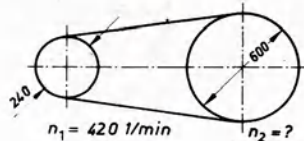


21.7 Un motor eléctrico lleva una polea de 110 mm y da $1\,600 \text{ 1/min}$. Mediante una transmisión por correa se acciona otra polea de 160 mm de diámetro solidaria a un eje que a su vez lleva una muela de 240 mm de diámetro.

Calcular:

- a) Las revoluciones del eje de la muela.
 b) La relación de transmisión i

21.8 ¿Cuánto vale n_2 en la transmisión del dibujo?



21.2 Doble transmisión

Explicación

La doble transmisión por correa consta de dos transmisiones sencillas. Tiene doble función:

1º Con su ayuda se puede convertir un número muy alto de vueltas en otro muy bajo. Para que así fuera con una transmisión sencilla, patinaría la correa en la polea motriz y la arrastrada y tendría que ser muy grande.

2º Además, con la doble transmisión se puede arrastrar más de una polea.

La doble transmisión efectúa una gran reducción en dos etapas y puede accionar varios grupos a través de una polea arrastrada a un número de revoluciones determinado.

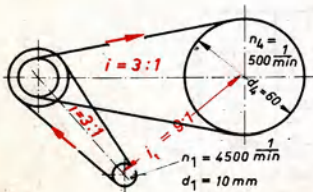


Fig. 1. Doble transmisión

Notaciones

En la doble transmisión se tiene igualmente:

1. Números impares → poleas motrices

2. Números pares → poleas arrastradas

$d_1 = \varnothing$ polea motriz [mm]

$d_3 = \varnothing$ polea motriz [mm]

$n_1 =$ Número revoluciones polea motriz $\left[\frac{1}{\text{min}} \right]$

$d_2 = \varnothing$ polea arrastrada [mm]

$d_4 = \varnothing$ polea arrastrada [mm]

$n_2 =$ Número revoluciones polea arrastrada $\left[\frac{1}{\text{min}} \right]$

$n_3 =$ Número revoluciones polea motriz $\left[\frac{1}{\text{min}} \right]$

$n_4 =$ Número revoluciones polea arrastrada $\left[\frac{1}{\text{min}} \right]$

$i_1 =$ Relación de transmisión de la primera transmisión sencilla

$i_2 =$ Relación de transmisión de la segunda transmisión sencilla

$i_t =$ Relación de transmisión total de la transmisión doble

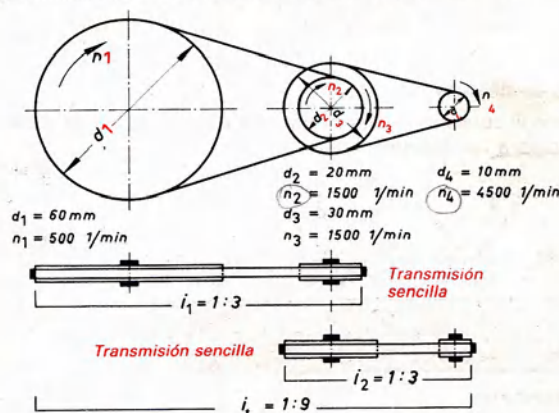


Fig. 2

En la transmisión doble d_2 y d_3 tienen el mismo eje y por tanto $n_2 = n_3$.

Fórmula con ejemplo

1. Cálculo del número de revoluciones n_4

1º Modo de calcularlo

La transmisión doble se descompone en dos sencillas.

$$d_1 \cdot n_1 = d_2 \cdot n_2$$

$$n_2 = \frac{d_1 \cdot n_1}{d_2}$$

$$d_3 \cdot n_3 = d_4 \cdot n_4$$

$$n_4 = \frac{d_3 \cdot n_3 \text{ o bien } n_2}{d_4}$$

Calcular n_2 y n_4 con los datos del dibujo (fig. 2).

$$n_2 = \frac{d_1 \cdot n_1}{d_2} = \frac{60 \cdot 500}{20} = 1500 \frac{1}{\text{min}}$$

$$n_4 = \frac{d_3 \cdot n_2}{d_4} = \frac{30 \cdot 1500}{10} = 4500 \frac{1}{\text{min}}$$

Nota: $n_2 = n_3$

2º Modo de calcularlo

$$n_4 = \frac{d_3 \cdot n_3 \text{ (o bien } n_2)}{d_4}$$

En esta fórmula se substituye $n_3 (= n_2)$ por

$$n_2 (= n_3) = \frac{d_1 \cdot n_1}{d_2}$$

$$n_4 = \frac{d_3 \cdot d_1 \cdot n_1}{d_4 \cdot d_2}$$

Calcular n_4 del dibujo (fig. 2).

$$n_4 = \frac{d_3 \cdot d_1 \cdot n_1}{d_4 \cdot d_2} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

$$n_4 = \frac{30 \cdot 60 \cdot 500}{10 \cdot 20} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

$$n_4 = 4500 \frac{1}{\text{min}}$$

Por lo tanto:

$$n_4 = \frac{\emptyset \text{ poleas motrices}}{\emptyset \text{ poleas arrastradas}} \cdot n_1 \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

$$n_4 = \frac{d_3 \cdot d_1}{d_4 \cdot d_2} \cdot n_1 \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

2. Cálculo de la relación de transmisión total i_t

1º Modo de cálculo

Cálculo de las relaciones simples y multiplicación de ellas entre sí:

$$i_t = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_3}{n_4} = \frac{n_1}{n_4} \quad (n_2 = n_3!)$$

$$i_t = i_1 \cdot i_2$$

Calcular i_1 , i_2 e i_t en el dibujo anterior (fig. 2).

$$i_1 = \frac{n_1}{n_2} = \frac{500}{1500} = \frac{1}{3} = 1:3$$

$$i_2 = \frac{n_3}{n_4} = \frac{1500}{4500} = \frac{1}{3} = 1:3$$

$$i_t = i_1 \cdot i_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = 1:9$$

2º Modo de cálculo

Se invierte la relación de los números de revoluciones respecto a los diámetros:

$$i_1 = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} \quad i_2 = \frac{n_3}{n_4} = \frac{d_4}{d_3}$$

$$i_t = i_1 \cdot i_2 = \frac{n_1 \cdot n_3}{n_2 \cdot n_4} = \frac{d_2 \cdot d_4}{d_1 \cdot d_3}$$

$$i_t = \frac{n_1}{n_4} = \frac{d_2 \cdot d_4}{d_1 \cdot d_3}$$

Calcular i_t en el dibujo anterior (fig. 2).

$$i_t = \frac{n_1}{n_4} = \frac{500}{4500} = \frac{1}{9} = 1:9$$

$$i_t = \frac{d_2 \cdot d_4}{d_1 \cdot d_3} = \frac{20 \cdot 10}{60 \cdot 30}$$

$$i_t = \frac{20}{180} = \frac{1}{9} = 1:9$$

Observación

Para transmisiones múltiples son válidas las mismas fórmulas:

n_o = Número de revoluciones inicial

n_t = Número de revoluciones final

$$i_t = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \cdot i_4 \dots$$

$$i_t = \frac{d_2 \cdot d_4 \cdot d_6 \dots}{d_1 \cdot d_3 \cdot d_5 \dots}$$

$$i_t = \frac{n_o}{n_t}$$

$$n_t = \frac{d_1 \cdot d_3 \cdot d_5 \dots}{d_2 \cdot d_4 \cdot d_6 \dots} \cdot n_o$$

Ejercicios

21.9 Despejar todos los términos de las fórmulas $n_4 = \frac{d_3 \cdot d_1}{d_4 \cdot d_2} \cdot n_1$ e $i_t = \frac{n_1}{n_4}$

21.10 La doble transmisión del dibujo de al lado tiene los siguientes valores:

$$d_1 = 100 \text{ mm} \quad n_1 = 420 \text{ 1/min} \quad d_2 = 150 \text{ mm} \quad d_3 = 88 \text{ mm} \quad d_4 = 70 \text{ mm}$$

a) Calcular n_4 de los dos modos.

b) Determinar i_1 , i_2 e i_t .

21.11 Una doble transmisión por correas tiene los siguientes valores:

$$d_1 = 75 \text{ mm}, n_1 = 500 \text{ 1/min}, d_2 = 30 \text{ mm}, d_3 = 50 \text{ mm}, d_4 = 20 \text{ mm}.$$

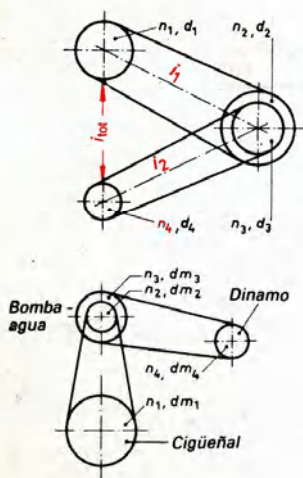
a) Calcular n_4 de las dos maneras.

b) Buscar i_1 , i_2 e i_t de las dos maneras.

c) Dibujar la doble transmisión en papel milimetrado.

21.12 La transmisión con correas trapeziales del dibujo tiene:

$$d_{m1} = 125 \text{ mm} \quad d_{m2} = 80 \text{ mm} \quad d_{m3} = 112 \text{ mm} \quad d_{m4} = 90 \text{ mm}$$



Maniobra de válvula (distribución)

- a) ¿Cuál es el número de revoluciones de la bomba de agua si el del motor es $n_1 = 2\,400\text{ 1/min}$?
 b) Calcular las revoluciones de la dinamo cuando las del motor son $n_1 = 1\,800\text{ 1/min}$.

21.13 Un compresor de aire tiene $d_{m4} = 80\text{ mm}$ y da $6\,300\text{ 1/min}$. El ventilador intercalado lleva unas poleas para correa trapezoidal de $d_{m3} = 125\text{ mm}$ y $d_{m2} = 100\text{ mm}$, respectivamente. El número de vueltas del cigüeñal n_1 es de $2\,880\text{ 1/min}$.

- a) ¿Cuánto vale d_{m1} ? b) Calcular i_1 .

21.14 Una doble transmisión por correa tiene los siguientes valores:

$$i_1 = 2,5:1; d_1 = 120\text{ mm}; n_1 = 1400\text{ 1/min}; d_3 = 100\text{ mm}; d_4 = 250\text{ mm}.$$

- a) Calcular $d_2, n_2 (n_3); n_4$ e i_2 .
 b) Dibujar la doble transmisión en papel milimetrado a escala $1:5$.

21.15 La transmisión múltiple representada tiene los siguientes valores:

$$n_o = 2500\text{ 1/min} \quad d_1 = 80\text{ mm} \quad d_4 = 125\text{ mm} \quad d_5 = 153\text{ mm} \quad d_6 = 90\text{ mm}$$

$$i_1 = 1,25:1 \quad i_2 = 2,5:1$$

Calcular: a) d_2 y d_3 en mm; b) n_1 ; c) i_3 ; d) i_4 .

21.16 Una transmisión múltiple por correa tiene los siguientes valores:

$$d_1 = 150\text{ mm} \quad d_2 = 400\text{ mm} \quad d_4 = 450\text{ mm} \quad d_6 = 200\text{ mm}$$

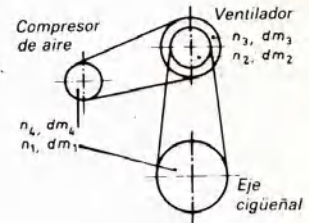
$$n_1 = 1200\text{ 1/min} \quad d_3 = 200\text{ mm} \quad d_5 = 500\text{ mm}$$

- a) Dibujarla en papel milimetrado.
 b) Calcular n_4 e i_1 .

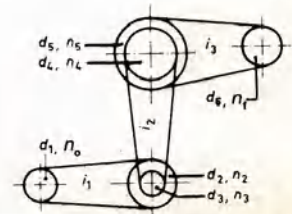
21.17 Una transmisión por correa tiene los siguientes valores.

$$n_1 = 1400\text{ 1/min}; d_1 = 90\text{ mm}; d_2 = 250\text{ mm}; d_3 = 120\text{ mm}; d_4 = 220\text{ mm};$$

- a) El número final de revoluciones.
 b) La relación de transmisión total.



21.13



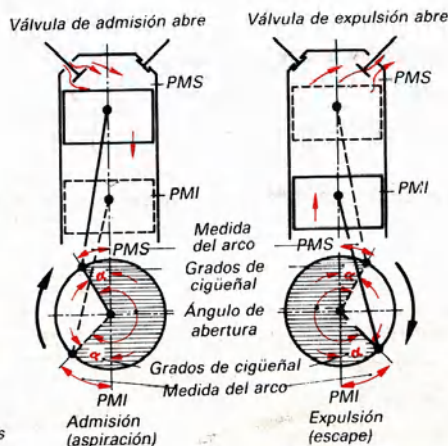
21.15

22 | Maniobra de válvulas(distribución)

Tiempo de maniobra de válvula (distribución), ángulo de abertura de válvula, tiempo de abertura de válvula

Explicación

La maniobra de válvulas (o distribución por válvulas) tiene por objeto regular la entrada de mezcla combustible nueva (o aire puro) y la salida de los gases de la combustión. Es pues necesario que en el instante preciso la válvula de admisión o la de expulsión se abra o se cierre.



Tiempo de maniobra de válvulas

En los motores de dos tiempos la mayoría de ellos no tienen válvulas y efectúan la distribución mediante lumbreras (admisión, escape y carga) y el pistón.

1. Tiempos de maniobra de válvulas (tiempos de distribución)

Los tiempos de maniobra de válvulas indican cuando se abren y cierran las válvulas. La válvula de admisión se abre antes del PMS y se cierra después del PMI; la de escape se abre antes del PMI y se cierra después del PMS.

Los tiempos de maniobra de válvulas se dan en grados de cigüeñal o en milímetros de arco. Se miden en el volante de impulsión a partir del PMS o del PMI.

Los tiempos de maniobra de válvulas se representan en el diagrama de distribución.

2. Ángulo de abertura de válvula

El ángulo de abertura de válvula indica cuantos grados de giro del cigüeñal está abierta la válvula de admisión o la de escape.

3. Tiempo de abertura de válvula

El tiempo de abertura de válvula indica qué fracción de segundo está abierta la válvula de admisión para la entrada de la mezcla de gas, o la que está abierta la de escape para la expulsión de los gases quemados.

Viene determinado por el ángulo de abertura de válvula y por las revoluciones n del motor.

Notaciones

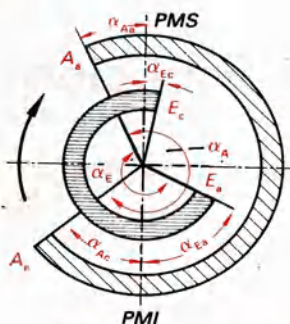


Diagrama de distribución

- A_a = Válvula admisión abre
- A_c = Válvula admisión cierra
- E_a = Válvula escape abre
- E_c = Válvula escape cierra
- α_{Aa} = Abertura de la válvula de admisión antes del PMS [°AC]
- α_{Ac} = Cierre de la válvula de admisión después del PMI [°AC]
- α_{Ea} = Abertura de la válvula de escape antes del PMI [°AC]
- α_{Ec} = Cierre de la válvula de escape después del PMS [°AC]
- α_{VA} = Ángulo de abertura de la válvula de admisión [°]
- α_{VE} = Ángulo de abertura de la válvula de escape [°AC]
- t_{VA} = Tiempo de abertura de la válvula de admisión [s]
- t_{VE} = Tiempo de abertura de la válvula de escape [s]
- d = Diámetro sobre el cual están las marcas [mm]

VA = Válvula de admisión

VE = Válvula de escape

AC = Ángulo cigüeñal [°]

l_A = Longitud de arco [mm]

1. Tiempos de maniobra de válvulas

a) Magnitud del arco en mm

El perímetro de la circunferencia es:

$$P = \pi \cdot d = 360^\circ$$

La longitud del arco para un 1° de giro del cigüeñal es:

$$l_A = \frac{P}{360} = \frac{\pi d}{360}$$

Y para α° de giro del cigüeñal será:

$$l_A = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha (AC)}{360^\circ} \text{ (mm)}$$

En el diagrama de distribución representado, la válvula de admisión se abre 25° antes del PMS. Calcular la longitud del arco en el volante de impulsión sobre un diámetro de 250 mm.

$$l_A = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha_{Ac}}{360^\circ}$$

$$l_A = \frac{250 \text{ [mm]} \cdot 3,14 \cdot 25^\circ}{360^\circ}$$

$$l_A = 54,5 \text{ mm}$$

Maniobra de válvula (distribución)

b) Grados de ángulo del cigüeñal antes del PMS o del PMI

Despejando en la fórmula anterior, se tiene:

$$\alpha_{AC} = \frac{360^\circ \cdot l_A}{d \cdot \pi}$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_{AB}, \alpha_{AC} \\ \alpha_{EB}, \alpha_{EC} \end{array} \right\} = \frac{360^\circ \cdot l_A}{d \cdot \pi} \text{ [}^\circ \text{AC]}$$

Nota

d es el diámetro del volante de impulsión o de la polea. Las marcas van grabadas en el perímetro del volante o de la polea.

En el diagrama de distribución representado, la válvula de escape se abre 139,6 mm antes del PMI en un volante de impulsión de 250 mm de diámetro. Calcular cuantos grados antes del PMI se abre dicha válvula.

$$\alpha_{EB} = \frac{360^\circ \cdot l_B}{d \cdot \pi} \text{ [}^\circ \text{AC]}$$

$$\alpha_{EB} = \frac{360^\circ \cdot 139,6}{250 \cdot 3,14}$$

$$\alpha_{EB} = \underline{64^\circ \text{ antes del PMI}}$$

2. Ángulo de abertura de válvula

Para calcular los ángulos de abertura de válvula se le suman 180° a los tiempos de maniobra correspondientes:

$$\alpha_{VA} = \alpha_{AB} + 180^\circ + \alpha_{AC} \text{ [}^\circ \text{AC]}$$

$$\alpha_{VE} = \alpha_{EB} + 180^\circ + \alpha_{EC} \text{ [}^\circ \text{AC]}$$

En el diagrama de distribución representado, la válvula de admisión se abre 25° antes del PMS y se cierra 51° después del PMI y la de escape se abre 64° antes del PMI y se cierra 12° después del PMS. Calcular los ángulos de abertura de estas válvulas.

$$\alpha_{VA} = 25^\circ + 180^\circ + 51^\circ = 256^\circ$$

$$\alpha_{VE} = 64^\circ + 180^\circ + 12^\circ = 256^\circ$$

3. Tiempo de abertura de válvula

$$\text{Tiempo } t \text{ para } 360^\circ \text{AC} = \frac{1}{n} \text{ [min]}$$

$$\text{Tiempo } t \text{ para } 1^\circ \text{AC} = \frac{1}{360 \cdot n} \text{ [min]}$$

$$\text{Tiempo } t \text{ para } \alpha^\circ \text{AC} = \frac{1 \cdot \alpha}{360 \cdot n} \text{ [min]}$$

$$\text{Conversión en segundos: } t = \frac{\alpha \cdot 60}{360 \cdot n} \text{ [s]}$$

$$\text{Tiempo de abertura de válvula} = \frac{\text{Ángulo de abertura de válvula}}{6 \cdot \text{Número de revoluciones}}$$

$$t_{VA} = \frac{\alpha_{VA}}{6 \cdot n} \text{ [s]}$$

$$t_{VE} = \frac{\alpha_{VE}}{6 \cdot n} \text{ [s]}$$

Calcular los tiempos de abertura de VA y VE del ejemplo de arriba. El motor gira a 4 000 1/min.

$$t_{VA} = \frac{\alpha_{VA}}{6 \cdot n} = \frac{256}{6 \cdot 4000} = 0,0106 \text{ s}$$

$$t_{VE} = \frac{\alpha_{VE}}{6 \cdot n} = \frac{256}{6 \cdot 4000} = 0,0106 \text{ s}$$

Observación

El punto de encendido en los motores Otto de cuatro tiempos y el de inyección en los motores Diesel se da igualmente en milímetros o en grados de cigüeñal.

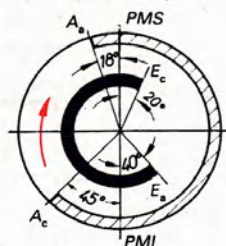
Ejercicios**1. Tiempos de maniobra de válvulas**

22.1 La válvula de admisión de un motor Otto de cuatro tiempos se abre 16° antes del PMS. El diámetro del volante de impulsión es de 260 mm. Calcular la longitud del arco L_A hasta el PMS.

22.2 En una polea de 180 mm (250 mm) de diámetro va grabada la marca del PMS. ¿Cuál es la longitud de un avance de encendido de 15° (16°)?



22.3 Calcular los tiempos de maniobra de válvulas en el diagrama de distribución del dibujo, de un motor de cuatro tiempos, en longitud de arco a partir de los grados de giro del cigüeñal. El diámetro del volante de impulsión es de 240 mm (325 mm)



22.4 La válvula de escape se cierra cuando la marca de la polea ha rebasado 60 mm el PMS. ¿Cuánto vale el ángulo desde E_c hasta PMS?



22.5 Un motor Diesel lleva una marca para el punto muerto superior en el borde de su volante de impulsión (diámetro = 300 mm) y tiene los siguientes tiempos de maniobra de válvulas:

- A_a 60 (70) mm antes del PMS
- A_c 195 (220) mm después del PMI
- E_a 155 (160) mm antes del PMI
- E_c 30 (40) mm después del PMS

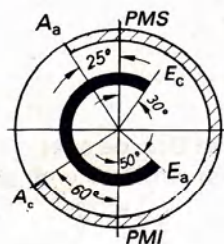
Calcular los grados de giro del cigüeñal a partir de las longitudes en arco.

2. Ángulo de abertura de válvula

22.6 La válvula de admisión de un motor Otto de cuatro tiempos se abre 16° (18°) antes del PMS y se cierra 45° (60°) después del PMI.

¿Cuál es la magnitud de su ángulo de abertura?

22.7 En el diagrama de distribución del dibujo calcular los ángulos de abertura de válvula en a) grados del cigüeñal y b) longitud de arco. El diámetro de la polea con las marcas es de 150 mm (210 mm).



3. Tiempo de abertura de válvula

22.8 Para un motor Otto de cuatro tiempos que va a $n = 4\,800$ (6 400) 1/min, calcular los tiempos de abertura de válvulas. (Tomar los valores del diagrama de distribución del ejercicio 22.7.)

22.9 ¿Cuánto tiempo permanece abierta la válvula de admisión a $n = 6\,000$ (5 200) 1/min para un ángulo de abertura de válvulas de 240° (260°)?

23 | Rozamiento, cojinetes, tolerancia

23.1 Rozamiento de adherencia y rozamiento de deslizamiento

Explicación

Si un cuerpo descansa sobre otro, hay que aplicar una fuerza para que el superior se desplace sobre el inferior.

Esa fuerza de tracción es necesaria para vencer la fuerza de rozamiento (resistencia de rozamiento) que ejercen las superficies en contacto de ambos cuerpos.

Esa resistencia de rozamiento actúa en sentido contrario al del movimiento.

Las causas de la resistencia por rozamiento son:

1º Condición de las superficies

Incluso las superficies lisas vistas con gran aumento muestran rugosidades y discontinuidades. Esas irregularidades hacen que un cuerpo encaje en el otro y es por tanto necesaria una fuerza de tracción para desprender el cuerpo superior.

2º Fuerza normal (peso)

En el dibujo de al lado el cuerpo de encima presiona con su peso sobre el cuerpo de abajo. La fuerza normal (peso) se calcula multiplicando la masa por la aceleración de la gravedad g : $F_N = m \cdot g = P \cdot g$ (N)

Cuanto mayor es la fuerza normal, mayor es también la fuerza de tracción necesaria para elevar el cuerpo superior.

3º Estado de movimiento o reposo

Un cuerpo puede estar respecto al otro en a) reposo o b) en movimiento. En estado de reposo el cuerpo inferior penetra en las rugosidades del cuerpo superior y ambos se encajan. Es pues necesaria una fuerza de tracción apreciable para elevar el cuerpo superior y hacer que se desplace.

La resistencia de rozamiento que se opone al movimiento relativo de un cuerpo sobre otro estando ambos en reposo, se denomina rozamiento de adherencia (rozamiento estático).

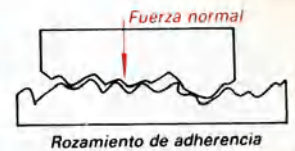
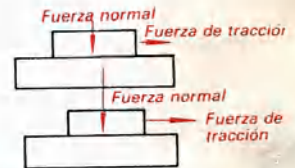
Si el cuerpo superior está ya en movimiento respecto al inferior, no se encuentra tan encajado como en reposo. Por ello el rozamiento en movimiento, denominado rozamiento de deslizamiento (rozamiento dinámico) es menor que el rozamiento de adherencia (rozamiento estático).

La magnitud de la resistencia por rozamiento depende pues de,

- 1º la magnitud de la fuerza normal
- 2º la condición de las superficies en contacto de ambos cuerpos y
- 3º el estado de movimiento o reposo.

La condición de las superficies en contacto y el estado de movimiento y reposo se tienen en cuenta mediante un índice denominado coeficiente de rozamiento.

Con una lubricación apropiada se reduce mucho la resistencia de rozamiento. Mediante el lubricante se rellenan igualmente las irregularidades de las superficies.



Notaciones

- 3 F_{RE} = Resistencia de rozamiento en reposo (rozamiento de adherencia o estático) [N]
 F_{RD} = Resistencia de rozamiento en movimiento (rozamiento de deslizamiento o dinámico) [N]
 $F_N = F_p$ = Fuerza normal, que actúa verticalmente sobre el apoyo [N]
 μ_E = Coeficiente de rozamiento estático [-] $m = P$ = Peso (masa) [kg]
 μ_D = Coeficiente de rozamiento dinámico [-] g = Aceleración de la gravedad

Fórmula con ejemplo

La magnitud del rozamiento estático se determina con la fórmula siguiente:

Rozamiento estático = Coeficiente de rozamiento estático $\times$ Fuerza normal

$$F_{RE} = \mu_E \cdot F_N \text{ [N]}$$

Para el rozamiento dinámico la fórmula es igualmente:

Rozamiento dinámico = Coeficiente de rozamiento dinámico $\times$ Fuerza normal

$$F_{RD} = \mu_D \cdot F_N \text{ [N]}$$

Un cojinete de cigüeñal soporta una carga de 10 000 N.

Calcular el rozamiento estático y el dinámico si sus respectivos coeficientes son $\mu_E = 0,09$ y $\mu_D = 0,01$.

$$\text{a) } F_{RE} = \mu_E \cdot F_N \text{ [N]} \\ = 0,09 \cdot 10000 = \underline{900 \text{ N}}$$

$$\text{b) } F_{RD} = \mu_D \cdot F_N \text{ [N]} \\ = 0,01 \cdot 10000 = \underline{100 \text{ N}}$$

Observación: $F_N = F_p = m \cdot g$ [N]

Nota

El fenómeno natural de que aparezca una resistencia por rozamiento entre dos cuerpos en contacto, se aprovecha con frecuencia en la industria, como es el caso en los frenos y los embragues. En cambio, en otros casos, es un inconveniente, como en los cojinetes y entre el pistón y el cilindro.

Ejercicios

23.1 Preparar la fórmula para el cálculo a) del coeficiente de rozamiento estático y b) de la fuerza normal.

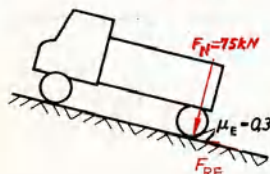
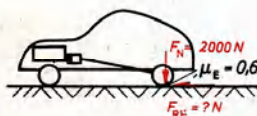


23.2 Un cajón de 200 kg ejerce una fuerza sobre el suelo de 1 962 N y ha de arrastrarse un trecho. El coeficiente de rozamiento estático entre el suelo y la madera del cajón es 0,6. Calcular la fuerza necesaria para arrastrarlo.

23.3 Hay que arrastrar un torno que pesa 720 kg.

a) ¿Qué fuerza hay que hacer para iniciar el movimiento? ($\mu_E = 0,5$)

b) ¿Qué fuerza para que siga en movimiento? ($\mu_D = 0,4$)



23.4 Las ruedas motrices de un turismo pueden transmitir al suelo una fuerza máxima que corresponde a la resistencia por rozamiento.

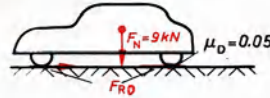
Calcular esa fuerza (F_{RE}) para el vehículo del dibujo. (Para el cálculo tomar los valores del dibujo.)

23.5 Un camión circula por una calle adoquinada muy empinada. Su carga sobre el eje motriz es de 75 kN.

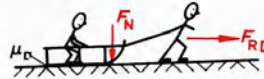
Calcular la fuerza máxima que puede transmitir al suelo.

Rozamiento, cojinetes, tolerancia

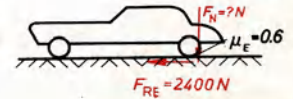
23.6 Un turismo está en una calle helada con las ruedas frenadas (bloqueadas). (Se trata pues en este caso del pequeño e indeseable rozamiento de deslizamiento.) Calcular para los valores dados en el dibujo la fuerza F_{RD} .



23.7 Un trineo de 15 kg con un muchacho encima que pesa 55 kg lo arrastra otro muchacho con una fuerza de 17,5 N. ¿Cuánto vale pues el coeficiente de rozamiento dinámico μ_D ?



23.8 Se acelera un deportivo de tracción trasera y aparece en las ruedas motrices una fuerza de 2 400 N. ¿Cuál ha de ser la carga mínima (F_N) sobre el eje trasero?



23.9 Completar la tabla con los valores que faltan.

Ejercicios	a)	b)	c)
F_N [N]	120	?	6000
μ_D [—]	0,3	0,5	?
F_{RD} [N]	?	110	1500

23.2 Cálculo de cojinetes

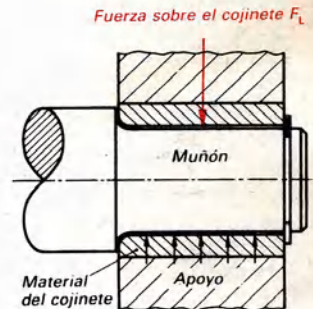
Explicación

En los vehículos se colocan cojinetes de deslizamiento en muchos puntos. Sirven de guía y sostén a piezas móviles, como por ejemplo, los cojinetes del cigüeñal, de pie y de cabeza de biela (bulón del pistón), del árbol de levas, y de balancines.

Los cojinetes de deslizamiento están solicitados a presión por la fuerza sobre el cojinete.

Los cojinetes se pueden estropear por las siguientes causas:

- Engrase insuficiente (rozamiento grande)
- Fuerzas excesivas sobre ellas (que dan mayores presiones)
- Desgaste natural



Notaciones

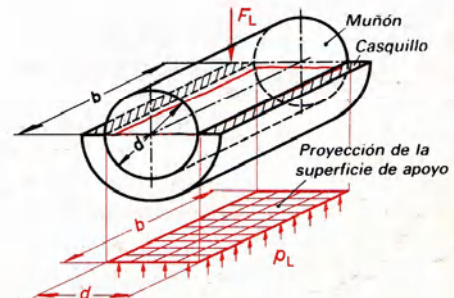
F_L = Fuerza sobre el cojinete [N ó daN]

b = Ancho del cojinete [cm]

d = Diámetro del muñón [cm]

$A_L = b \cdot d$ = Proyección de la superficie de apoyo [cm²]

p_L = Presión sobre el cojinete [daN/cm²]



* Fórmula con ejemplo

Además del rozamiento en el cojinete se calcula que la presión sobre el mismo no sea demasiado grande.

En 4.3 y 17.1 ya se dio la fórmula para el cálculo de la presión.

$$\text{Presión} = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Superficie}} \quad p = \frac{F}{A} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right]$$

En el caso de los cojinetes se aplica la misma fórmula:

Presión sobre el cojinete = $\frac{\text{Fuerza sobre el cojinete}}{\text{Proy. superficie apoyo}}$

$$p_L = \frac{F_L}{A_L}$$

o bien, substituyendo A_L por su igual $b \cdot d$:

$$p_L = \frac{F_L}{b \cdot d} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right]$$

Sobre un cojinete de dimensiones $d = 50 \text{ mm}$ y $b = 30 \text{ mm}$ actúa una fuerza de $12\,500 \text{ N}$.

- Convertir esa fuerza en daN.
- Calcular la presión sobre el cojinete.
- Comprobar si la fuerza ejercida es admisible sabiendo que la presión admisible es

$$P_{ad} = 110 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{a) } 12\,500 \text{ N} = 1250 \text{ daN}$$

$$\text{b) } p_L = \frac{F_L}{b \cdot d} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right] = \frac{1250 \text{ daN}}{5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}} = 83,3 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

c) La presión sobre el cojinete calculada

$$p_L = 83,3 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \text{ es menor que la admisible}$$

$P_{ad} = 110 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$; por lo tanto, no se estropeará el cojinete por exceso de carga.

Observación

Un cojinete de deslizamiento se estropea cuando la presión calculada p_L es superior a la admisible p_{ad} . Para el par de materiales en contacto: Casquillo del cojinete de bronce al plomo y muñón de acero templado, se admiten las siguientes presiones:

	Bulón del pistón	Muñequilla del cojinete
Motor Diesel	270 daN/cm ²	150 daN/cm ²
Motor Otto	315 daN/cm ²	110 daN/cm ²

Ejercicios

23.10 De la fórmula para calcular la presión sobre el cojinete despejar:

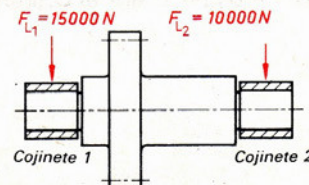
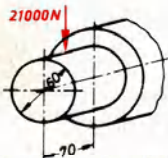
- la fuerza sobre el cojinete
- el ancho del cojinete
- el diámetro del muñón

23.11 Se carga con $F_L = 1\,200 \text{ daN}$ un cojinete de deslizamiento. ¿Cuál es la presión sobre el cojinete si éste tiene $d = 40 \text{ mm}$ y $b = 30 \text{ mm}$?

23.12 Calcular la presión p_L que ejerce sobre el cojinete el muñón del dibujo. (Tomar del dibujo los valores para el cálculo.)

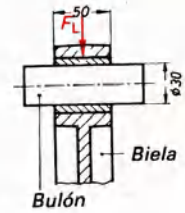
23.13 Un eje está soportado por dos cojinetes de deslizamiento de iguales dimensiones: $d = 40 \text{ mm}$ y $b = 50 \text{ mm}$

Calcular las presiones P_{L1} y P_{L2} para ambos cojinetes.

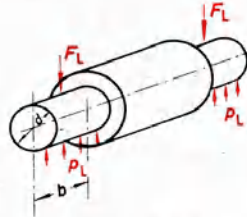


Rozamiento, cojinetes, tolerancia

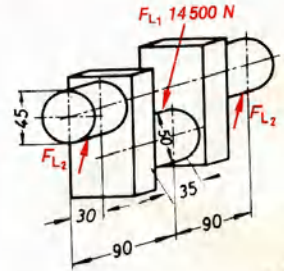
23.14 En un motor Otto el ojo de biela (bulón pistón-biela) recibe una fuerza máxima de 20 000 N del pistón. ¿Cuál es la presión sobre el cojinete? (Tomar las dimensiones del dibujo.)



23.15 Los dos muñones de un eje ejercen respectivamente una fuerza de 24 000 N, a consecuencia de la cual aparece en los cojinetes de 60 mm de ancho una presión de 80 daN/cm². ¿Cuál es el diámetro de los muñones?



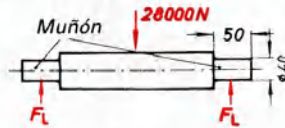
23.16 En la muñequilla del cigüeñal de un motor monocilindro se aplica una fuerza $F_{L1} = 14\,500$ daN. De esta fuerza se derivan las dos fuerzas iguales F_{L2} en los cojinetes de los muñones del cigüeñal. Calcular:



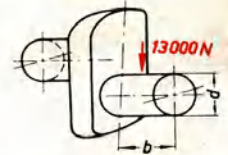
- La fuerza sobre el cojinete F_{L2} .
- La presión sobre el cojinete de biela.
- La presión sobre los cojinetes de los muñones del cigüeñal. (Tomar las dimensiones del dibujo.)

23.17 Justo en el centro de un eje actúa una fuerza de 28 000 N. Calcular:

- La fuerza F_L sobre los cojinetes.
- La presión de los muñones sobre los cojinetes.



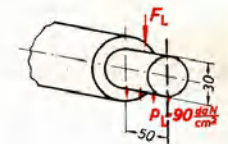
23.18 En los muñones del cigüeñal de un motor Otto puesto a punto actúa una fuerza de 13 000 N en el tiempo de la combustión. Los muñones tienen un diámetro de 40 mm y una longitud (ancho) de 32,5 mm. Por desajuste del carburador y del punto de encendido se eleva la fuerza máxima a 17 200 N. Calcular:



- La presión sobre los cojinetes con el motor puesto a punto.
- La presión sobre los cojinetes con el motor desajustado.
- El aumento de esa presión en tanto por ciento.

23.19 En el muñón que se representa en el dibujo actúa una presión del cojinete de $p_L = 90$ daN/cm².

Calcular la fuerza F_L sobre el cojinete en N y daN. (Tomar del dibujo las dimensiones del muñón.)



23.20 En un muñón de diámetro igual a 50 mm actúa una fuerza de 2 000 daN, que genera en el cojinete una presión de 100 daN/cm². Calcular el ancho del cojinete.

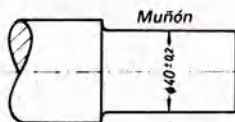
23.21 Un cojinete de deslizamiento de 40 mm de ancho y con un diámetro de 60 mm está solicitado con una presión de 120 daN/cm². ¿Cuál es la fuerza F_L sobre el cojinete?

23.22 Calcular los valores que faltan.

Ejercicio	a)	b)	c)	d)
d [mm]	70	20	50	?
b [mm]	40	20	?	30
F_L [N]	2800	?	60 000	4800
P_L [daN/cm²]	?	150	300	80

23.3 Cálculo de tolerancia y ajustes

Explicación

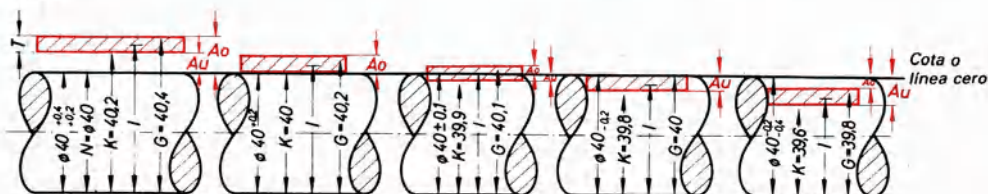


Las piezas componentes de las máquinas deben acabarse, según su aplicación, con más o menos exactitud. Por ellos se permiten las correspondientes diferencias de medida. La diferencia de medida admisible se denomina tolerancia y se indica en la pieza.

La acotación del muñón $40 \pm 0,2$ significa que el diámetro del muñón tiene que quedar comprendido entre 40,2 ($40 + 0,2$) y 39,8 ($40 - 0,2$) mm. Se admite pues una tolerancia de $40,2 - 39,8 = 0,4$ mm.

Por ajuste se entiende la clase de ensamble de dos piezas. Puede ser suelto (con juego) o fijo (a presión). El ajuste, a diferencia de la tolerancia, se refiere a las dos piezas.

Notaciones



Tolerancias en el eje

N = Medida nominal

T = Tolerancia

G = Medida máxima

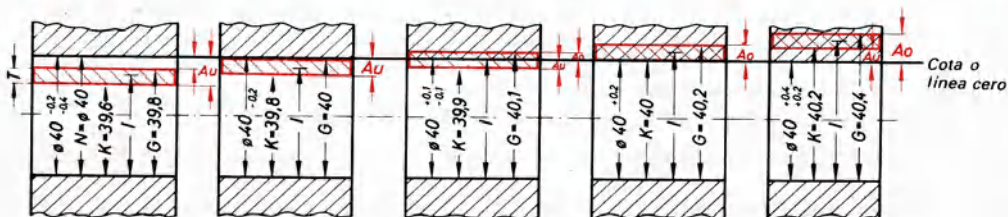
K = Medida mínima

I = Medida real (tiene que estar entre la máxima y la mínima)

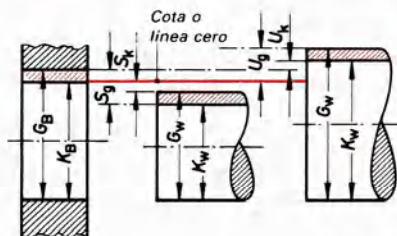
A_o = Diferencia (de medida) superior

A_u = Diferencia (de medida) inferior

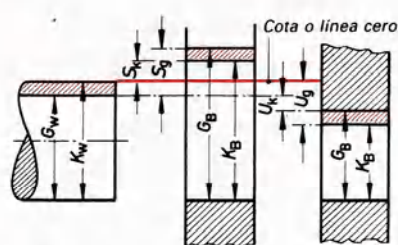
Las diferencias de medida positivas aparecen sobre la cota cero y las negativas por debajo.



Tolerancias en el agujero



Denominaciones por el sistema de agujero único



Denominaciones por el sistema de eje único

G_B = Medida máxima agujero

G_W = Medida máxima eje

K_B = Medida mínima agujero

K_W = Medida mínima eje

S_B = Juego máximo

S_K = Juego mínimo

U_B = Sobremedida (aprieto) máximo

U_K = Sobremedida (aprieto) mínimo

T_p = Tolerancia de ajuste

Fórmula con ejemplo

Para el cálculo se tiene:

Medida mínima =

Medida nominal + diferencia inferior

$$K = N + (\pm A_u) \text{ [mm]}$$

Medida máxima =

Medida nominal + diferencia superior

$$G = N + (\pm A_o) \text{ [mm]}$$

Tolerancia = Medida máxima - Medida mínima

$$T = G - K \text{ [mm o } \mu\text{m]}$$

Para el cálculo del juego máximo o del mínimo, un valor negativo significa sobremedida.

Medida máxima negativa = Sobremedida mínima

Medida mínima negativa = Sobremedida máxima

$$S_g (U_k) = G_B - K_W \text{ [mm o } \mu\text{m]}$$

$$S_k (U_g) = K_B - G_W \text{ [mm o } \mu\text{m]}$$

Tolerancia de ajuste =

Juego máximo - juego mínimo

Tolerancia de ajuste =

Sobremedida máxima - sobremedida mínima

$$T_p = S_g - S_k \text{ [mm o } \mu\text{m]}$$

$$T_p = U_g - U_k \text{ [mm o } \mu\text{m]}$$

Observación

Si el resultado del cálculo de un juego da un valor positivo y otro negativo se trata de un ajuste indeterminado o de transición.

Ejercicios**23.23** Calcular las dimensiones máxima y mínima para el siguiente eje:Medida nominal $N = 40 \text{ mm}$ Diferencia superior $A_o = +0,4 \text{ mm}$ Diferencia inferior $A_u = +0,1 \text{ mm}$ **23.24** Calcular la dimensión mínima del eje del dibujo de la derecha.**23.25** ¿Cuáles son las dimensiones mínima y máxima para el eje del dibujo de abajo?

Un eje en un agujero tiene los siguientes datos de ajuste:

Ajuste		Diferencia
12	H 7	+ 0,018 0
12	e 8	- 0,032 - 0,059

Calcular:

- Medida máxima y mínima del eje y del agujero
- Tolerancia del eje y del agujero
- Juego máximo
- Juego mínimo
- Tolerancia de ajuste

$$a) G = N + (\pm A_o)$$

$$G_W = 12 + (-0,032) = \underline{11,968 \text{ mm}}$$

$$G_B = 12 + 0,018 = \underline{12,018 \text{ mm}}$$

$$K = N + (\pm A_u)$$

$$K_W = 12 + (-0,059) = \underline{11,941 \text{ mm}}$$

$$K_B = 12 + 0 = \underline{12 \text{ mm}}$$

$$b) T = G - K$$

$$\text{Eje: } T = 11,968 - 11,941 = \underline{0,027 \text{ mm}}$$

$$\text{Agujero: } T = 12,018 - 12 = \underline{0,018 \text{ mm}}$$

$$c) S_g = G_B - K_W$$

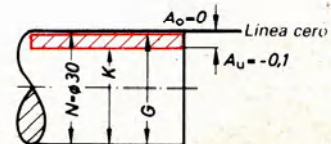
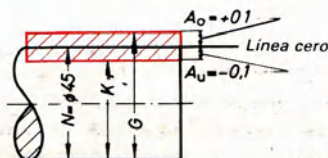
$$S_g = 12,018 - 11,941 = \underline{0,077 \text{ mm}}$$

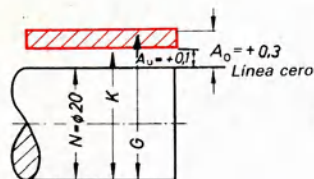
$$d) S_k = K_B - G_W$$

$$S_k = 12 - 11,968 = \underline{0,032 \text{ mm}}$$

$$e) T_p = S_g - S_k$$

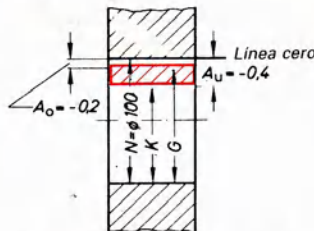
$$T_p = 0,077 - 0,032 = \underline{0,045 \text{ mm}}$$





23.26 Calcular con los valores que figuran en el dibujo las dimensiones máxima y mínima del eje.

23.27 Calcular para el agujero del dibujo a) la dimensión mínima, b) la dimensión máxima y c) la tolerancia.



23.28 Un buje de $\varnothing 40$ H7 ha de encajar fijo con un eje $\varnothing 40$ s6.

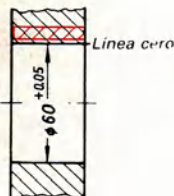
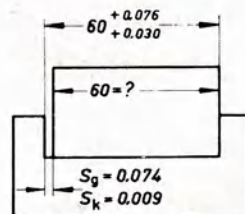
Calcular:

- Dimensión máxima y mínima del eje.
- Dimensión máxima y mínima del buje.
- El apriete máximo y mínimo.

Ajuste	Diferencia
40 s6	+ 0,059 + 0,043
40 H7	+ 0,025 0

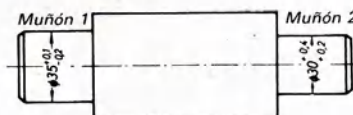
23.29 Calcular:

- Diferencia máxima y mínima de la lengüeta.
- Tolerancia de la ranura.
- Tolerancia de la lengüeta.



23.30 Determinar las dos diferencias del agujero del dibujo y calcular las dimensiones mínimas y máximas.

23.31 Calcular para los muñones 1 y 2 sus correspondientes dimensiones mínima y máxima.



23.32 Se ha de mecanizar un eje con las dimensiones del dibujo. En la verificación final se miden 40,2 mm.

- Calcular las dimensiones mínima y máxima.
- Comprobar si el eje se mecanizó con la exactitud requerida.
- Calcular la tolerancia.

23.33 Con arreglo a ISO hay que hacer un ajuste 40 H7/g6. Con ayuda de las tablas calcular a) las dimensiones máximas y mínimas de ambas partes, b) las tolerancias de ambas y c) el juego máximo y mínimo del ajuste.

Medida	ISO	Diferencia
40	g6	- 0,009 - 0,025
40	H7	+ 0,025 0

23.34 La medida nominal de un asiento de válvula es de 50 mm, el agujero tiene una diferencia de medida de + 0,018 y 0 mm y el plato de + 0,03 y + 0,06 mm. Determinar las dimensiones máxima y mínima, la sobremedida máxima, la sobremedida mínima y la tolerancia de ajuste.

24 | Cálculo de potencia

24.1 Trabajo y potencia

Explicación

En la sección 4.3 ya se especificó que se efectúa trabajo mecánico cuando se desplaza un cuerpo por la acción de una fuerza.

La figura muestra que:

Trabajo = Fuerza × Distancia

La superficie rayada es la representación gráfica del trabajo, el denominado diagrama de trabajo (ver sección 12). El trabajo efectuado se representa por un rectángulo.

La cantidad de trabajo (capacidad de trabajo) construido en un cuerpo, se denomina su energía.

Para calcular la potencia mecánica se necesita, además del trabajo efectuado, el tiempo empleado en ejecutarlo (ver fig. 2).

La potencia mecánica es el trabajo efectuado en la unidad de tiempo (segundo).

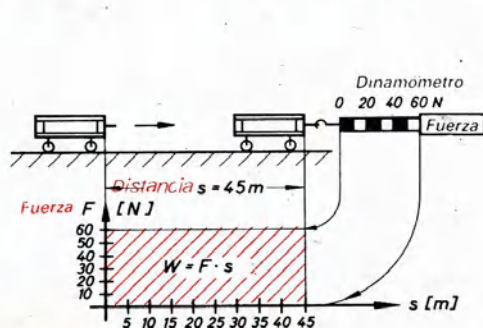


Fig. 1

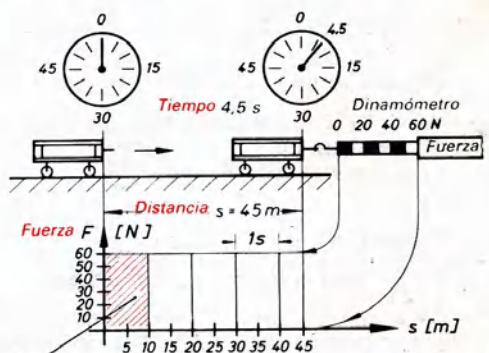


Fig. 2

Notaciones

W = Trabajo [Nm o J o Ws]

F = Fuerza [N]

s = Distancia [m]

t = Tiempo [s]

P = Potencia $\left[\frac{\text{Nm}}{\text{s}} \text{ o } \text{W o kW} \right]$

Fórmula con ejemplo

1. Trabajo

Trabajo = Fuerza × Distancia

$$W = F \cdot s \text{ [Nm]}$$

Calcular el trabajo mecánico en la fig. 1

$$W = F \cdot s = 60 \cdot 45 = 2700 \text{ Nm}$$

2. Potencia

Potencia = $\frac{\text{Fuerza} \times \text{Distancia}}{\text{Tiempo}}$

Calcular la potencia en la fig. 2

$$P = \frac{F \cdot s}{t} = \frac{60 \cdot 45}{4,5}$$

$$P = 600 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} \text{ o } \text{W}$$

$$P = \frac{F \cdot s}{t} \left[\frac{\text{Nm}}{\text{s}} \text{ o } \text{W} \right]$$

Puesto que $\frac{\text{Distancia}}{\text{Tiempo}}$ es igual a velocidad, se tiene también que

Potencia = Fuerza $\times$ Velocidad

$$P = F \cdot v \left[\text{N} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Un montacargas cargado con 1 400 N asciende con una velocidad de 1,4 m/s. Calcular la potencia del montacargas.

$$P = F \cdot v = 1400 \cdot 1,4 \\ = 1960 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} \text{ o bien } \text{W}$$

En la industria se suele dar la potencia en kilowatts.

$$1000 \text{ W} = 1000 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1000 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ kW}$$

$$P = \frac{F \cdot s}{1000 \cdot t} [\text{kW}]$$

o bien

$$P = \frac{F \cdot v}{1000} [\text{kW}]$$

Una grúa eleva un motor que pesa 120 kg a 1,4 m de altura en 14 segundos.

Calcular:

a) la fuerza y

b) La potencia de la grúa en Nm/s y en kW.

$$a) F_G = m \cdot g = 120 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1177,2 \text{ N}$$

$$b) P = \frac{F \cdot s}{1000 \cdot t} = \frac{1177,2 \cdot 1,4}{1000 \cdot 14} = 0,118 \text{ kW}$$

Observación

Hasta 1977 se daba la potencia en caballos de vapor (CV):

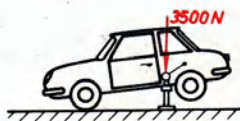
1 kW $\triangleq$ 1,36 CV

1 CV $\triangleq$ 0,736 kW

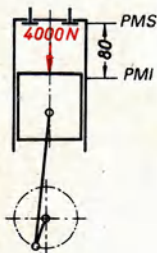
Ejercicios

24.1 Despejar fuerza y distancia de la fórmula del trabajo.

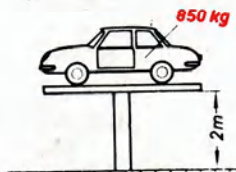
24.2 Durante un viaje hay que cambiar una rueda trasera por un pinchazo. Para ello se levanta con el gato 20 cm la rueda. El coche presiona con una fuerza de 3 500 N sobre el gato. Calcular el trabajo realizado al levantar el coche.



24.3 Sobre un pistón actúa una fuerza media de 4 000 N. Calcular el trabajo que se origina en una carrera del pistón.



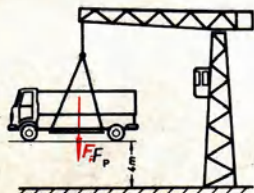
24.4 Con un elevador hay que levantar 2 m un turismo que pesa 850 kg. Calcular a) la fuerza y b) el trabajo.



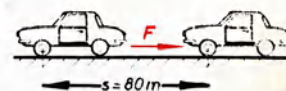
24.5 Una grúa levanta a 4 m un camión y realiza con ello un trabajo de 1 000 000 Nm. Calcular:

a) la fuerza F_p que ejerce el camión.

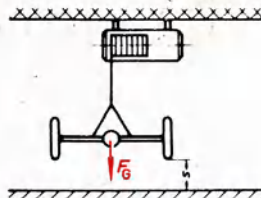
b) el peso del camión.



24.6 Al frenar un turismo, los frenos efectúan un trabajo de 400 000 Nm. La distancia sobre la que actúan los frenos es $s = 80$ m. Calcular la fuerza F que interviene en el frenado.



24.7 Con un polipasto eléctrico se levanta 1,5 m en 4 s un eje que pesa 160 kg. Calcular a) la fuerza, b) el trabajo realizado y c) la potencia en Nm/s y en kW.



24.8 Un turismo es accionado con una fuerza de 1 000 N y alcanza una velocidad de 30 m/s. Calcular la potencia a que corresponde, en Nm/s y en kW.

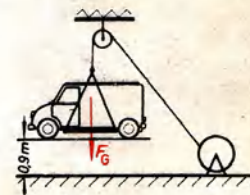


24.9 Un remolque asciende tirado por un tractor 100 m por una pendiente en 10 segundos. Para ello, la fuerza de tracción es de 15 000 N. Calcular a) el trabajo y b) la potencia en Nm/s y en kW.

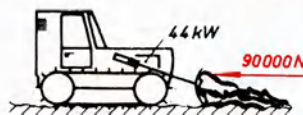


24.10 De la fórmula para el cálculo de la potencia despejar a) el tiempo, b) la distancia y c) la velocidad.

24.11 Una furgoneta que pesa 1 500 kg hay que levantarla 0,9 m con un torno de cable accionado por un motor eléctrico de 2,5 kW de potencia. Calcular cuántos segundos se invertirán para elevarlo.



24.12 Una oruga niveladora tiene un motor de 44 kW y ha de vencer una fuerza total de 90 000 N. ¿A qué velocidad puede moverse esa niveladora a pleno trabajo?



24.2 Potencia indicada (potencia interna)

Explicación

En los motores de combustión interna se distingue entre dos clases de potencia:

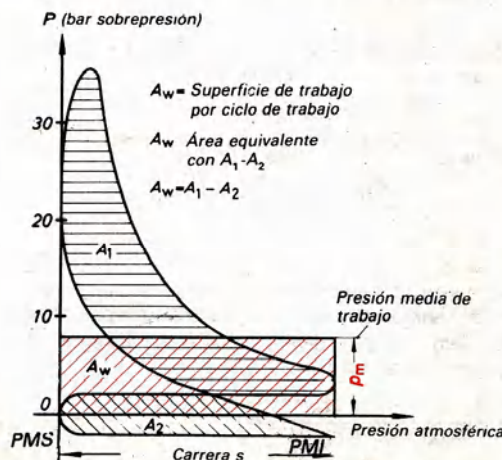
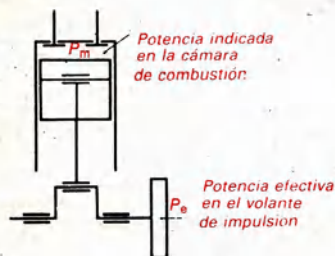


Diagrama de trabajo

1. Potencia indicada (potencia interna)

Es la potencia que genera el motor con la combustión.

2. Potencia efectiva (potencia útil)

Es la que llega al volante de impulsión deducidas las pérdidas (rozamiento, accionamiento de auxiliares como la bomba de aceite, la distribución de válvulas, etc).

La potencia indicada de los motores de combustión interna se calcula con la fórmula general de la potencia.

$$P = \frac{F \cdot s}{1000 \cdot i} = \frac{F \cdot v}{1000} \text{ [kW]}$$

En la cual la fuerza F es igual al producto de la fuerza media del pistón por el número de cilindros (ver sección 19.3) y la velocidad v es igual a la velocidad promedio del pistón (ver sección 20.4).

Notaciones

P_i = Potencia indicada [kW]

P_e = Potencia efectiva [kW]

D = Diámetro [cm]

p_m = Presión media de trabajo [bar sobrepresión]

V_H = Cilindrada total [l]

i = Número de cilindros

$P_{iIV(II)}$ = Potencia indicada cuatro tiempos (dos tiempos) [kW]

F = Fuerza [N]

A_e = Superficie del pistón [cm²]

s = Carrera [m]

n = Revoluciones [1/min]

P = Potencia [kW]

Fórmula con ejemplo

Fórmula de la potencia $P = \frac{F \cdot v}{1000} \text{ [kW]}$

$$P_i = \frac{\text{Fuerza media del pistón} \cdot i \cdot \text{Velocidad del pistón}}{1000}$$

$$P_i = \frac{\frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot 10 \cdot p_m \cdot i \cdot \frac{2 \cdot s \cdot n}{60}}{1000} \text{ [kW]}$$

En un motor de cuatro tiempos sólo tiene lugar un ciclo de trabajo cada 4 y en el de dos tiempos cada 2. Por ello hay que dividir por 4 o por 2 según el motor de que se trate.

$$P_i = \frac{A_e \cdot 10 \cdot p_m \cdot i \cdot s \cdot n}{1000 \cdot 30 \cdot 4(2)} \text{ [kW]}$$

1. El motor de un vehículo tiene las siguientes características:

$D = 80 \text{ mm}$

$s = 72,8 \text{ mm}$

$p_m = 9,76 \text{ bar sobrepresión}$

Calcular P_{iIV} .

$i = 6$

$n = 4800 \text{ 1/min}$

Cuatro tiempos

$$P_{iIV} = \frac{A_e \cdot p_m \cdot i \cdot s \cdot n}{12\,000} \text{ [kW]}$$

$$A_e = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = \frac{8 \cdot 8 \cdot 3,14}{4} = 50,27 \text{ cm}^2$$

$$P_{iIV} = \frac{50,27 \cdot 9,76 \cdot 6 \cdot 0,0728 \cdot 4800}{12\,000}$$

$$P_{iIV} = 85,6 \text{ kW}$$

Cálculo de potencia

Luego

$$P_{iIV} = \frac{A_e \cdot p_m \cdot i \cdot s \cdot n}{12\,000} [\text{kW}]$$

$$P_{iII} = \frac{A_e \cdot p_m \cdot i \cdot s \cdot n}{6\,000} [\text{kW}]$$

Ténganse presentes las unidades:

A_e en cm^2 , s en m , p_m en bar de sobrepresión.

Como en la fórmula anterior $A_e \cdot s \cdot i = \frac{D^2 \cdot \pi \cdot s \cdot i}{4}$

= cilindrada total V_H , se puede simplificar la fórmula de la potencia. Para ello deben corresponderse las unidades y de 12 000 (6 000) resulta 1 200 (600):

$$P_{iIV} = \frac{V_H \cdot p_m \cdot n}{1200} [\text{kW}]$$

$$P_{iII} = \frac{V_H \cdot p_m \cdot n}{600} [\text{kW}]$$

Observación: V_H se expresa en l ó en dm^3 .

Observación

Con la fórmula de la potencia, conociendo la cilindrada, la presión media de trabajo y el número de revoluciones, se determina la magnitud de la potencia del motor.

Ejercicios

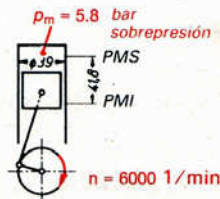
24.13 Un motor monocilindro de dos tiempos con diámetro de cilindro de 42 mm y carrera del pistón de 35 mm desarrolla a 5 000 1/min revoluciones una presión media de trabajo p_m de 8,4 bar de sobrepresión. ¿Cuál es la potencia indicada de este motor?

24.14 Calcular la potencia interna de un motor de combustión de cuatro tiempos que tiene las siguientes características:

$D = 80 \text{ mm}$ $i = 6$
 $s = 72 \text{ mm}$ $n = 4000 \text{ 1/min}$
 $p_m = 8,7 \text{ bar}$ de sobrepresión

24.15 Calcular para el motor que se representa a) la cilindrada de un cilindro, b) la cilindrada total (cubicación del motor) y c) la potencia indicada.

24.16 Calcular la potencia indicada de un motor monocilindro de dos tiempos. (Tomar las características del dibujo.)



2. El motor de un vehículo tiene las siguientes características:

$D = 74 \text{ mm}$ $i = 3$
 $s = 76 \text{ mm}$ $n = 4500 \text{ 1/min}$
 $p_m = 5,4 \text{ bar}$ de sobrepresión Dos tiempos

Calcular P_{iII}

$$P_{iII} = \frac{A_e \cdot p_m \cdot i \cdot s \cdot n}{6000} [\text{kW}]$$

$$A_e = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = \frac{7,4 \cdot 7,4 \cdot 3,14}{4} = 43,01 \text{ cm}^2$$

$$P_{iII} = \frac{43,01 \cdot 5,4 \cdot 3 \cdot 0,076 \cdot 4500}{6000}$$

$$P_{iII} = 39,7 \text{ kW}$$

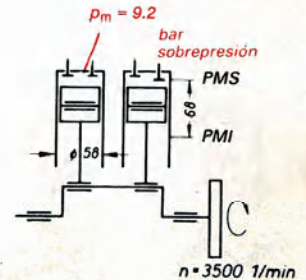
3. La cilindrada total de los dos motores calculados anteriormente es de 2195 cm^3 para el primero y de 980 cm^3 para el segundo. Calcular su potencia indicada (interior).

$$P_{iIV} = \frac{V_H \cdot p_m \cdot n}{1200} = \frac{2,195 \cdot 9,76 \cdot 4800}{1200}$$

$$P_{iIV} = 85,6 \text{ kW}$$

$$P_{iII} = \frac{V_H \cdot p_m \cdot n}{600} = \frac{0,98 \cdot 5,4 \cdot 4500}{600}$$

$$P_{iII} = 39,7 \text{ kW}$$



24.17 Un motor de explosión de cuatro tiempos tiene una cilindrada total $V_H = 1,89 \text{ dm}^3$. La presión de trabajo media a 4 200 1/min revoluciones alcanza un valor de 8,5 bar de sobrepresión. Calcular la potencia interna de este motor.

24.18 Preparar la fórmula del cálculo de la potencia indicada (sólo para motores de cuatro tiempos) para conocer a) el número de revoluciones, b) la cilindrada total y c) la presión media de trabajo.

24.19 Un motor de cuatro tiempos, de seis cilindros con una cilindrada total de $2,48 \text{ dm}^3$ desarrolla a 5 400 1/min revoluciones una potencia de 100 kW. Calcular la presión media de trabajo de este motor.

24.20 Calcular la presión media de trabajo de los siguientes turismos a su potencia máxima: Ford, Opel y VW. (Tomar los datos de la tabla de características de los vehículos.)

24.21 Un motor de cuatro tiempos de cuatro cilindros, con una cilindrada total de 1,5 l, desarrolla a 4 500 1/min revoluciones una potencia de 45 kW.

Aumentándole la cubicación y a igualdad de revoluciones y presión media de trabajo, se ha de alcanzar una potencia de 50 kW. Calcular:

- La presión media de trabajo
- La cubicación con el motor modificado y
- El aumento de potencia en tanto por ciento.

24.22 Un motor de carreras (de cuatro tiempos) de 1,5 litros da a su número máximo de revoluciones, 9 000 1/min, una potencia de 120 kW. Planeándole la culata y modificando la admisión puede aumentar las revoluciones a 10 200 1/min y la presión media de trabajo en un 10%. Calcular:

- La presión media de trabajo antes y después de la modificación.
- La potencia del motor con la culata planeada.

24.23 Rellenar los valores que faltan para los motores de explosión de cuatro tiempos.

Ejercicio	a)	b)	c)	d)
P_i [kW]	100	32	28	?
V_H [l]	2,5	?	1,2	2,0
n [1/min]	6000	4000	3600	4000
p_m [bar de sobrepr.]	?	8,4	?	9,2

24.3 Potencia efectiva (potencia útil)

Explicación

La potencia efectiva (potencia útil) es aproximadamente un 10% menor que la indicada.

La potencia efectiva es la que llega al cigüeñal (volante de impulsión) y se mide en él. Se calcula igualmente por la fórmula general de la potencia:

$$P = \frac{F \cdot s}{1000 \cdot t} = \frac{F \cdot v}{1000} \text{ [kW]}$$

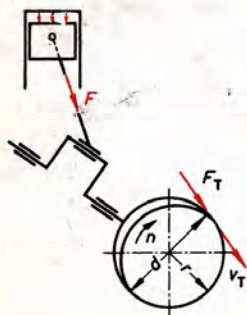
Para ello, la fuerza F se deduce del par motor (ver sección 19.4)

$$M_M = F_T \cdot r \text{ [Nm]} \quad r = \frac{d}{2}$$

$$F_T = \frac{M_M}{\frac{d}{2}} = \frac{M_M \cdot 2}{d}$$

y la velocidad v de la tangencial v_t del cigüeñal (o del volante de impulsión) sobre el que actúa la fuerza F_t

$$v_t = \frac{d \cdot \pi \cdot n}{60} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \text{ (ver también la sección 20.2)}$$



Notaciones

 P_e = Potencia efectiva [kW] M_m = Par motor [Nm ó mN] n = Revoluciones del motor [1/min] d = Diámetro del círculo del cigüeñal (o volante de impulsión) [m] v_t = Velocidad tangencial [m/s] F_t = Fuerza tangencial [N]

Fórmula con ejemplo

Fórmula de la potencia: $P = \frac{F \cdot v}{1000}$ [kW]

$$P_e = \frac{\text{Fuerza tangencial} \cdot \text{Velocidad tangencial}}{1000}$$

$$P_e = \frac{\frac{M_m \cdot 2}{d} [\text{N}] \cdot \frac{d \cdot \pi \cdot n}{60 \cdot 30} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]}{1000} [\text{kW}]$$

$$P_e = \frac{M_m \cdot \pi \cdot n}{30 \cdot 1000} [\text{kW}] \quad \left| \quad \frac{\pi}{30 \cdot 1000} = \frac{1}{9550} \right.$$

$$P_e = \frac{M_m \cdot n}{9550} [\text{kW}]$$

Un motor a $n = 2\,000$ 1/min desarrolla un par $M_m = 89$ Nm.

Calcular su potencia efectiva.

$$P_e = \frac{M_m \cdot n}{9550} [\text{kW}]$$

$$= \frac{89 \cdot 2000}{9550} [\text{kW}]$$

$$P_e = 18,6 \text{ kW}$$

Notas

1. La potencia de los motores, en condiciones normales, se determina con todos sus mecanismos auxiliares.
2. La potencia efectiva se determina con frenos de torbellino de agua, frenos eléctricos o de corrientes parásitas.

Ejercicios

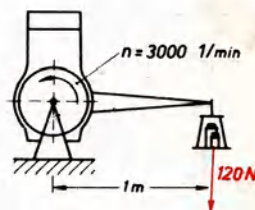
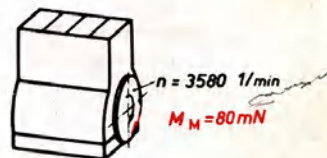
24.24 De la fórmula de la potencia útil despejar a) el par motor y b) las revoluciones del motor.**24.25** En la prueba de potencia de un motor de explosión con su volante de impulsión a 3 580 1/min revoluciones se obtiene un par de 80 Nm. Calcular la potencia efectiva del motor.**24.26** Un motor Diesel, a su régimen de 1 800 1/min revoluciones da un par de 355 Nm. ¿Cuál es su potencia útil en kW?**24.27** Un motor Otto desarrolla su par máximo de 95 mN a 2 500 1/min revoluciones. ¿Con qué potencia actuará en el embrague?**24.28** Calcular la potencia efectiva de los motores de los siguientes vehículos cuando desarrollan su par máximo: Ford, Opel, MAN, DB 240 D. (Tomar los datos de la tabla de vehículos.)**24.29** En el banco de pruebas se somete un motor a una carga giratoria de modo que cuando la fuerza de esa carga es de 120 N y está situada en un brazo de palanca de 1 m hace que el motor no pueda girar.

Calcular:

- a) El par motor M_m y
- b) la potencia efectiva P_e a un número de revoluciones $n = 3\,000$ 1/min.

24.30 Un motor Otto de dos cilindros desarrolla a 6 000 1/min revoluciones una potencia efectiva de 35 kW. Su par máximo de 84 Nm lo alcanza a 2 000 1/min revoluciones. Calcular:

- a) El par motor a $n = 6\,000$ 1/min.
- b) La potencia efectiva correspondiente al par máximo.

24.31 El motor de un turismo da una potencia efectiva de 40 kW a 4 200 1/min revoluciones. ¿Cuál es su par motor?

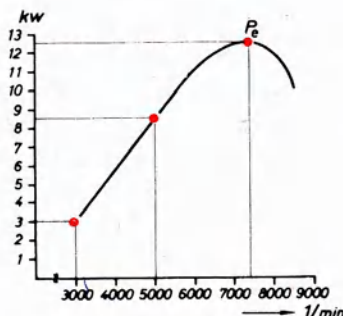
24.32 Calcular el par motor de los motores de los siguientes automóviles cuando desarrollan su potencia máxima: Audi, BMW, Opel, VW. (Tomar los valores de la tabla de características de los vehículos.)

24.33 Calcular el par motor de un camión MAN a su potencia máxima y qué tanto por ciento menor es ese par motor respecto al máximo. (Tomar los datos de la tabla de características de los vehículos.)

24.34 Un motor Diesel puede desarrollar un par de 650 Nm. ¿Cuál debería ser el número de revoluciones de ese motor para alcanzar una potencia efectiva de 200 kW?

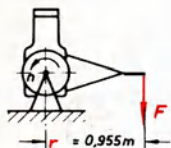
24.35 Calcular para el motor de una moto BMW el par a la máxima potencia. (Tomar los datos de la tabla de características de los vehículos.)

24.36 En el diagrama de abajo está representada la potencia efectiva de una moto en función del número de revoluciones.



Calcular el par motor correspondiente a las siguientes revoluciones.

- a) $n = 3000$ 1/min
- b) $n = 5000$ 1/min
- c) $n = 7500$ 1/min



24.37 El brazo de palanca en el banco de pruebas de motores tiene una longitud $r = 0,955$ m. En la fórmula para el cálculo de la potencia efectiva substituir el par motor M_m por la fuerza F y el brazo $r = 0,955$ y determinar la fórmula para la potencia empleada en el banco de pruebas.

24.38 En un banco de pruebas se obtienen los siguientes valores para un motor de explosión:

Valores medidos		Valores calculados $r = 0,955$ m	
F [N]	n [1/min]	$M_m = F \cdot r$ [Nm]	$P_e = \frac{F \cdot n}{10\,000}$ [kW]
60	1000		
70	1500		
75	2000		
78	2500		
76	3000		
74	3500		
72	4000		

Determinar para cada par de valores F y n

- a) el par motor M_m y
- b) la potencia efectiva P_e .

24.4 Rendimiento en la transformación de la energía

Explicación

Energía es el trabajo acumulado (absorbido) por un cuerpo.

Viene representada por el muelle tensionado de la figura (ver también las secciones 18.1 y 24.1).

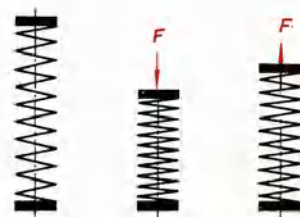
Se distingue entre energía potencial y energía cinética.

1º Energía potencial

Es la denominada energía de posición. Depende de la elevación (sobre el nivel del mar) o de la elasticidad de un cuerpo (muelle tensionado).

2º Energía cinética

Es la denominada energía del movimiento. Un cuerpo que se encuentra en movimiento tiene siempre una capacidad de trabajo determinada (como por ejemplo, el golpe del martillo o una corriente de agua).



Muelle tensionado



Golpe de martillo

Ley de conservación de la energía (Robert Mayer)

En todos los procesos de la naturaleza y dispositivos mecánicos, la energía no puede crearse ni destruirse, sino simplemente modificarse.

Todos los dispositivos que convierten en otra la energía que reciben, se denominan máquinas. Igualmente, los motores Otto y Diesel (motores de combustión interna) son convertidores de energía. La energía química contenida en el combustible se convierte por la combustión en energía calorífica y finalmente en energía mecánica.

Energía química en forma de combustible → Energía calorífica en forma de gases calientes → Energía mecánica en forma de movimiento del pistón

Por esta razón los motores de combustión se llaman también máquinas térmicas. No existe ningún dispositivo (o máquina) que convierta al cien por ciento en la forma deseada (energía aprovechable) la energía que recibe.

La cantidad de energía convertida en alguna otra forma distinta a la deseada, se denomina pérdida de energía.

En los motores de combustión interna se presentan las siguientes pérdidas:

1. Pérdidas en energía química

Combustión incompleta del combustible, pérdida del mismo con los gases de escape.

2. Pérdida de energía calorífica

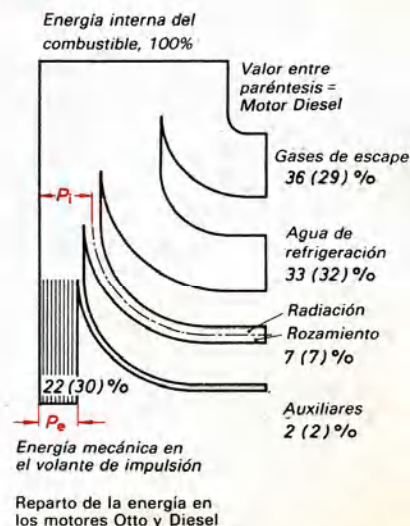
Cesión de calor al sistema de refrigeración, radiación y temperatura de los gases de escape.

3. Pérdida de energía mecánica

Rozamiento, accionamiento de auxiliares (distribución del motor, bomba de aceite, dinamo, etc.)

La relación entre la energía aprovechada (energía útil) y la recibida, se denomina rendimiento.

$$\text{Rendimiento} = \frac{\text{Energía aprovechada}}{\text{Energía recibida}}$$



1. Rendimiento útil (rendimiento económico)

$$\text{Rendimiento útil} = \frac{\text{Energía mecánica aprovechada}}{\text{Energía química recibida o suministrada}}$$

El rendimiento útil sirve para comparar el rendimiento general del motor. Se trata con más detalle en 25.3.

2. Rendimiento mecánico

$$\text{Rendimiento mecánico} = \frac{\text{Energía (aprovechable) entregada } P_e}{\text{Energía suministrada al pistón } P_i}$$

En este caso sólo se consideran como pérdidas el rozamiento y el accionamiento de mecanismos auxiliares. (Ver el gráfico del reparto de la energía en los motores Otto y Diesel.)

Notaciones

η = Rendimiento [-]

η_e = Rendimiento total (rendimiento útil)

η_m = Rendimiento mecánico

P_i = Potencia interna [kW]

P_e = Potencia efectiva (potencia útil) [kW]

Fórmula con ejemplo

$$\text{Rend. mecánico} = \frac{\text{Potencia aprovechada}}{\text{Potencia suministrada}}$$

$\eta_m = \frac{P_{ap}}{P_{su}} [-]$
$\eta_m = \frac{P_e}{P_i} [-]$

Para los motores de combustión interna

El motor de un vehículo tiene una potencia útil $P_e = 56$ kW y una potencia interna $P_i = 64$ kW. Calcular el rendimiento mecánico.

$$\eta_m = \frac{P_e}{P_i} = \frac{56 \text{ kW}}{64 \text{ kW}}$$

$$\eta_m = 0,875 = 87,5 \%$$

Observación

El rendimiento es siempre menor que 1, es decir, menos del 100%. Por ello se indica siempre el número menor en el numerador del quebrado.

Ejercicios

24.39 De la fórmula para calcular el rendimiento mecánico despejar a) la potencia útil y b) la potencia interna.

24.40 Un motor Diesel entrega a su volante de impulsión una potencia efectiva de 175 kW. Para esto se ha hallado una potencia interna de 206 kW. Calcular el rendimiento mecánico de este motor Diesel.

24.41 Un motor Otto desarrolla una potencia interna de 90 kW, de los cuales se necesitan 4 kW para los auxiliares y por rozamientos se pierden otros 5 kW. Calcular a) la potencia útil y b) el rendimiento mecánico.

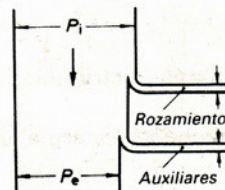
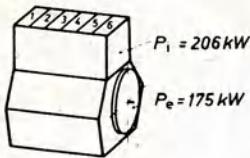


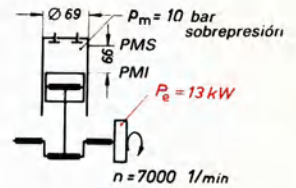
Diagrama Sankey del motor Otto

Cálculo de potencia

24.42 Un motor de cuatro tiempos, de un cilindro, entrega al-embrague una potencia efectiva de 13 kW.

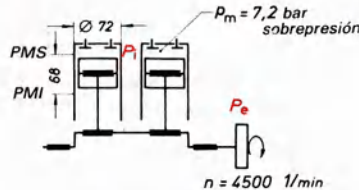
Con los datos que figuran en el dibujo, calcular:

- La potencia interna.
- El rendimiento mecánico.



24.43 Un motor Otto desarrolla una potencia interna de 45 kW. ¿Qué potencia entrega al volante de impulsión y luego al embrague si el rendimiento mecánico $\eta_m = 89\%$?

24.44 Para un motor de cuatro tiempos, de dos cilindros, se ha encontrado un rendimiento mecánico del 91%. Calcular a) su potencia interna y b) la potencia útil del motor.



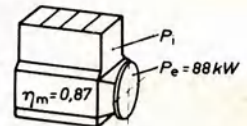
24.45 Un motor de cuatro tiempos, de cuatro cilindros, tiene las siguientes características:

$$\begin{aligned} i &= 4 & D &= 60 \text{ mm} \\ p_m &= 9 \text{ bar sobrepresión} & s &= 65 \text{ mm} \\ n &= 4800 \text{ 1/min} & \eta_m &= 0,92 \end{aligned}$$

Calcular:

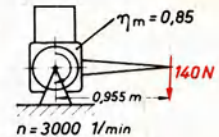
- La potencia interna y
- La potencia útil.

24.46 En el volante de impulsión de un motor Diesel se mide una potencia de 88 kW. Su rendimiento es 0,87. Calcular su potencia interna.



24.47 En el banco de pruebas se ensaya un motor de combustión interna con una potencia resistente. A 3 000 1/min revoluciones hace falta una fuerza resistente de 140 N con un brazo de palanca de 0,955 m para equilibrar el par motor. Calcular.

- El par motor
- La potencia útil y
- La potencia interna ($\eta_m = 0,85$).



24.5 Potencia por cilindrada (potencia unitaria), peso por unidad de potencia

Explicación

1. Potencia por cilindrada

La potencia por cilindrada (potencia unitaria) es un número que sirve para comparar entre sí motores de distinta cubicación.

La potencia unitaria es la relación entre la potencia efectiva P_e y la cilindrada total V_H . Una potencia por cilindrada de, por ejemplo, 20 kW/l significa pues que el motor desarrolla una potencia efectiva de 20 kW por cada litro de cilindrada.

2. Peso por unidad de potencia

El peso por unidad de potencia es igualmente un número para comparar motores y vehículos de distinto tamaño. Se distingue entre:

- peso por unidad de potencia del motor y
- peso por unidad de potencia del vehículo.

El peso por unidad de potencia del motor es la relación entre el peso del motor y la potencia efectiva P_e .

El peso por unidad de potencia del vehículo es la relación entre el peso del vehículo y la potencia efectiva P_e .

Así, por ejemplo, por peso por unidad de potencia de un motor igual a 3,5 kg/kW se entiende que cada 3,5 kg de peso del motor proporcionan una potencia de 1 kW. Igualmente el peso por unidad de potencia de un vehículo igual a 30 kg/kW significa que cada 30 kg del vehículo disponen de 1 kW de potencia del motor.

*Notaciones

P_H = Potencia unitaria [kW/l]

G_P = Peso por unidad de potencia [kg/kW]

$G_{P \text{ Motor}}$ = Peso por unidad de potencia del motor

$G_{P \text{ veh.}}$ = Peso por unidad de potencia del vehículo

V_H = Cilindrada total [l]

P_e = Potencia efectiva [kW]

G_{Motor} = Peso del motor [kg]

$G_{\text{veh.}}$ = Peso del vehículo [kg]

*Fórmula con ejemplo

Potencia unitaria = $\frac{\text{Potencia efectiva}}{\text{Cilindrada total}}$

$$P_H = \frac{P_e}{V_H} \left[\frac{\text{kW}}{\text{l}} \right]$$

El motor de un vehículo cubica 1,2 l y tiene una potencia de 34 kW. Calcular su potencia unitaria.

$$P_H = \frac{P_e}{V_H} = \frac{34}{1,2} = 28,3 \text{ kW/l}$$

* Peso por unidad de potencia = $\frac{\text{Peso del motor}}{\text{Potencia efectiva}}$

$$G_{P \text{ Motor}} = \frac{G_{\text{Motor}}}{P_e} \left[\frac{\text{kg}}{\text{kW}} \right]$$

El motor de un vehículo pesa 175 kg y desarrolla una potencia de 50 kW. Calcular su relación de peso por unidad de potencia.

$$G_{P \text{ veh}} = \frac{G_{\text{veh}}}{P_e} = \frac{175}{50} = 3,5 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$$

Peso por unidad de potencia = $\frac{\text{Peso del vehículo}}{\text{Potencia efectiva}}$

$$G_{P \text{ vehículo}} = \frac{G_{\text{vehículo}}}{P_e} \left[\frac{\text{kg}}{\text{kW}} \right]$$

Un turismo pesa 900 kg y tiene una potencia de 45 kW. Calcular su relación de peso por unidad de potencia del vehículo.

$$G_{P \text{ veh}} = \frac{G_{\text{veh}}}{P_e} = \frac{900}{45} = 20 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$$

Observación

Los vehículos corrientes de serie tienen aproximadamente las siguientes potencias unitarias y pesos por unidad de potencia:

Clase de vehículo	Potencia unitaria $\frac{\text{kW}}{\text{l}}$	Peso por unidad de potencia	
		Motor	Vehículo
Turismos	20... 60	2,5... 7	15... 40
Camiones	20... 30	4... 10	25... 55
Motos	25... 60	2... 6	7... 20
Coches de carreras	60... 150	0,3... 1,2	2,5... 8

Ejercicios

24.48 Un motor Otto que cubica 1,1 l desarrolla una potencia efectiva de 48 kW. Calcular su potencia unitaria.

24.49 Un coche de fórmula tiene una cilindrada total de 3 litros. En los motores de los coches de carreras se alcanza una potencia unitaria hasta de 150 kW/l.

¿Qué potencia efectiva puede pues desarrollar el motor de este coche de fórmula?

24.50 Calcular la potencia unitaria de los siguientes vehículos:

- | | |
|---------|--------|
| a) Audi | d) VW |
| b) BMW | e) KHD |
| c) Ford | f) MAN |

(Tomar los datos de la tabla de características de los vehículos.)

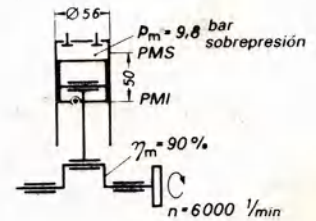
24.51 Planeando la culata y modificando la admisión se puede elevar la potencia unitaria de un motor Otto que cubica 1,5 l de 45 kW a 57 kW. Calcular:

- La potencia efectiva anterior a la modificación.
- La potencia efectiva después de la modificación.
- El tanto por ciento de aumento de la potencia.

24.52 Un motor de cuatro tiempos, de cuatro cilindros, tiene una potencia de 60 kW. Los pistones tienen 65 mm de diámetro y una carrera de 60 mm. Calcular la potencia unitaria de este motor.

24.53 Para el motor de cuatro tiempos de un solo cilindro del dibujo calcular las siguientes características:

- Cilindrada
- Potencia interna
- Potencia útil
- Potencia unitaria



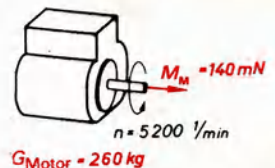
24.54 Un motor Otto da una potencia efectiva de 90 kW y pesa 270 kg. Calcular su relación de peso por unidad de potencia.

24.55 Un motor de combustión interna que pesa 290 kg proporciona una potencia útil de 60 kW. En una nueva serie se hacen la culata y el bloque de ese motor de aleación ligera en vez de fundición gris, con lo que se reduce su peso en 90 kg. Calcular:

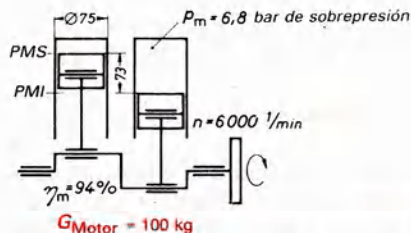
- El peso del motor de la nueva serie.
- El peso por unidad de potencia del motor viejo.
- El peso por unidad de potencia del motor nuevo y
- Tanto por ciento de la reducción de peso por unidad de potencia.

24.56 En un banco de pruebas se va a determinar la potencia útil de un motor Otto que pesa 260 kg. La medición da para 5 200 1/min revoluciones un par de 140 Nm. Calcular:

- La potencia útil del motor y
- La relación de peso por unidad de potencia.



24.57 Para el motor de dos tiempos y dos cilindros representado en el dibujo, calcular a) su potencia interna, b) su potencia efectiva y c) su relación de peso por unidad de potencia.

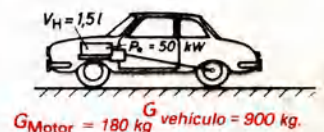


24.58 Un turismo que pesa 760 kg lleva un motor con una potencia efectiva de 40 kW. ¿Cuál es la relación de peso por unidad de potencia de ese automóvil?

24.59 Calcular la relación de peso por unidad de potencia de un camión MAN a) vacío y b) con la carga autorizada. (Tomar los valores de la tabla de características de los vehículos.)

24.60 Para el vehículo de la figura calcular:

- el peso por unidad de potencia del motor y
- el peso por unidad de potencia del vehículo.





$G_{\text{vehículo}} = 2550 \text{ kg}$

24.61 En una camioneta que pesa 2 550 kg va instalado un motor de cuatro tiempos, de cuatro cilindros, con las siguientes características:

$$D = 90 \text{ mm}$$

$$s = 85 \text{ mm}$$

$$p_m = 8,5 \text{ bar Sobrepresión}$$

$$n = 4200 \text{ 1/min}$$

$$\eta_m = 0,9$$

$$G_{\text{Motor}} = 289 \text{ kg}$$

Calcular:

- La cilindrada total
- La potencia interna
- La potencia unitaria
- El peso por unidad de potencia del motor y
- El peso por unidad de potencia del vehículo.

25 | Consumo

25.1 Consumo de combustible en carretera, consumo de combustible según DIN 70 030, consumo específico

Explicación

En los motores Otto y Diesel se distingue entre tres clases de consumo.

1. Consumo de combustible en carretera

Por consumo de combustible en carretera se entiende el producido en un tramo largo de carretera normal y circulación normal.

Para la determinación del consumo de combustible en carretera se mide la cantidad de éste con aparatos de medida, siendo necesario medir con exactitud también la longitud del recorrido.

Cuando el consumo de combustible en carretera es excesivo, se mide en los talleres de reparación. Se da siempre para distancias de 100 km.

2. Consumo de combustible según DIN 70 030-2

El consumo de combustible según DIN 70 030-2 se llamaba antes consumo normal.

Este consumo se mide sobre un tramo de 10 km de longitud de carretera seca y llana recorrido en ida y vuelta a 3/4 de la velocidad máxima, sin que dicha velocidad pueda rebasar los 110 km/h.

Al consumo así determinado se le añade un 10% compensatorio por condiciones adversas.

En la explotación normal del vehículo el consumo es superior. El de la norma DIN sirve para comparar distintos tipos en condiciones exactamente iguales.

Existe también el método de medición de consumo según DIN 70 030-1 que se utiliza para indicar el consumo de los turismos.

3. Consumo específico

Se trata del consumo del motor en el banco de pruebas de motores en condiciones específicas concretas.

Se denomina consumo específico a la cantidad de combustible que necesita un motor para que en el banco de pruebas funcione una hora con una potencia de 1 kW. Dicho

Consumo

de otro modo, el combustible necesario en el banco de pruebas por unidad de potencia y tiempo.

Sirve para comparar los consumos de distintos motores y es independiente de las condiciones del vehículo y de la circulación.

Notaciones

k = Consumo de combustible $\left[\frac{l}{100 \text{ km}} \right]$

B = Consumo por hora $\left[\frac{kg}{h} \right]$

b = Consumo específico $\left[\frac{g}{kWh} \right]$

ρ = Densidad del combustible $\left[\frac{g}{cm^3} \right]$

t = Tiempo continuo (duración de la prueba) en el banco de pruebas [s] P_e = Potencia efectiva [kW]

k_s = Consumo en carretera $\left[\frac{l}{100 \text{ km}} \right]$

k = Consumo según DIN 70 030-2 $\left[\frac{l}{100 \text{ km}} \right]$

K = Cantidad de combustible consumido $[cm^3, dm^3 \text{ ó } l]$

s = Trayecto de medición [km]

Fórmula con ejemplo

1. Consumo en carretera (recordar la regla de tres, cap. 2)

Consumo en carretera = $\frac{\text{Combustible consumido } [l] \cdot 100}{\text{Trayecto de medición}}$

$$k_s = \frac{K \cdot 100}{s} \left[\frac{l}{100 \text{ km}} \right]$$

En una marcha de prueba en carretera se consumen 10,5 l en 110 km. ¿Cuál es el consumo en litros a los 100 kilómetros?

$$k_s = \frac{K \cdot 100}{s} \left[\frac{l}{100 \text{ km}} \right]$$

$$k_s = \frac{10,5 \cdot 100}{110} = \underline{9,55 \text{ l/100 km}}$$

2. Consumo según DIN 70 030-2

Consumo normal = $\frac{\text{Combustible consumido } [l] \cdot 110}{\text{Trayecto de medición}}$

$$k = \frac{K \cdot 110}{s} \left[\frac{l}{100 \text{ km}} \right]$$

Un vehículo, en una prueba en carretera de 19 km consume 1,3 l de combustible. ¿Cuál es su consumo según DIN 70 030-2?

$$k = \frac{K \cdot 110}{s} \left[\frac{l}{100 \text{ km}} \right]$$

$$k = \frac{1,3 \cdot 110}{19} = \underline{7,53 \text{ l/100 km}}$$

3. Consumo específico

Consumo por hora

= $\frac{\text{Combustible consumido } [cm^3] \cdot \text{Densidad} \cdot 3600}{\text{Duración de la prueba } [s]}$

$$B = \frac{K \cdot \rho \cdot 3600}{t} \left[\frac{g}{h} \right]$$

En el banco de pruebas un motor tiene una potencia de 25 kW y consume 60 cm³ de combustible en 18 s. La densidad ρ del combustible es 0,73 kg/dm³.

¿Cuál es el consumo específico de ese motor?

$$B = \frac{60 \cdot 0,73 \cdot 3600}{18} \left[\frac{g}{h} \right]$$

$$B = \underline{8760 \text{ g/h}}$$

Consumo específico = $\frac{\text{Consumo de combustible } [g/h]}{\text{Potencia del motor } [kW]}$

$$b = \frac{B}{P_e} = \frac{8760}{25} \left[\frac{g}{kWh} \right]$$

$$b = \underline{350 \text{ g/kWh}}$$

$$b = \frac{B}{P_e} \left[\frac{g}{kWh} \right]$$

Observación

1. El consumo de un viaje, o sea a lo largo de una distancia grande, se determina por la fórmula del consumo en carretera.
2. A continuación se dan los consumos específicos de distintos motores:

a) **Motores Otto:** Dos tiempos 550—400 g/kWh
Cuatro tiempos 380—300 g/kWh

b) **Motores Diesel:** Turismos 350—280 g/kWh
Camiones 340—215 g/kWh

Ejercicios**1. Consumo de combustible en carretera**

25.1 Un camión consume en un tramo de 80 km 26,4 l de diesel. ¿Cuál es su consumo en carretera?

25.2 Un turismo consume en promedio 8,52/100 km y en su trayecto de pruebas de 120 km consumió 14,4 litros. Calcular a) el consumo en carretera y b) la diferencia porcentual de ese consumo con el promediado.

2. Consumo de combustible según DIN 70 030-2

25.3 Un turismo, en condiciones normales, en un trayecto de pruebas de 20,5 km consume 1,6 l de combustible. Calcular su consumo normal.

25.4 ¿Cuál es el consumo según DIN 70 030-2 con los datos que se dan a continuación?

Trayecto de pruebas $s = 21,2$ km

Combustible consumido $K = 2,3$ l

3. Consumo específico

25.5 Un motor Otto de cuatro tiempos consume en una hora 5,2 kg de combustible y ha dado durante ese tiempo una potencia de 18 kW. Calcular su consumo específico.

25.6 En el banco de pruebas un motor Diesel desarrolla una potencia de 90 kW y en 28,5 segundos consume el combustible contenido en una probeta aforada de 200 cm³. La densidad del combustible es $\rho = 0,82$ kg/dm³.

Calcular a) el consumo por hora y b) el consumo específico.

25.2 Cálculo de la cantidad inyectada en los motores Diesel**Explicación**

El motor Diesel aspira aire puro y lo comprime. Casi al final del tiempo de la compresión, poco antes del punto muerto superior, el inyector proyecta (inyecta) en la cámara de combustión la cantidad de combustible correspondiente que le suministra la bomba de inyección.

La cantidad de combustible inyectada en el cilindro a cada ciclo de trabajo se denomina cantidad inyectada.

Para la determinación de la misma en g ó en mm³ por ciclo de trabajo y cilindro se precisan los siguientes datos:

1º Consumo específico b

2º Potencia del motor P_e

3º Número de revoluciones n

4º Número de ciclos de trabajo

5º Número de cilindros i

6º Sistema: dos o cuatro tiempos

La cantidad inyectada se calcula del modo siguiente:

1º El consumo específico da los gramos consumidos por kW y hora; se multiplica por la potencia del motor y se tiene el consumo para el total de kW. Este valor se divide por el número de cilindros y se tiene la cantidad inyectada por cilindro y hora para una potencia determinada.

Por tanto:

$$\frac{\text{Consumo específico} \cdot \text{Potencia del motor}}{\text{Número de cilindros}} \left\{ \begin{array}{l} \text{Cantidad inyectada por cilindro y} \\ \text{hora para una potencia dada} \end{array} \right.$$

2º Para determinar con qué frecuencia se inyecta el combustible en el cilindro, se toman las revoluciones por minuto del motor, se multiplican por 60 y se tiene, para los motores de dos tiempos, el número de vueltas por hora (que es igual al de tiempos de trabajo). En los motores de cuatro tiempos, como sólo hay un tiempo de trabajo cada dos vueltas, hay que dividir por 2 el resultado.

Luego:

$\text{Revoluciones por minuto} \cdot 60 \rightarrow$ Ciclos de trabajo por hora en los motores de dos tiempos

$\frac{\text{Revoluciones por minuto} \cdot 60}{2} \rightarrow$ Ciclos de trabajo por hora en los motores de cuatro tiempos

3º A continuación se divide la cantidad inyectada por hora por el número de ciclos de trabajo en ese mismo tiempo y se tiene la cantidad por ciclo, es decir la cantidad de cada inyección.

Por tanto:

$$\frac{\text{Cantidad inyectada por hora y por cilindro}}{\text{Número de ciclos de trabajo por hora}} \left\{ \begin{array}{l} \text{Cantidad inyectada por ciclo de} \\ \text{trabajo para una potencia dada} \end{array} \right.$$

Notaciones

b = Consumo específico $\left[\frac{\text{g}}{\text{kWh}} \right]$

n = Revoluciones del motor $[1/\text{min}]$

K_{II} = Cantidad inyectada en los motores de dos tiempos $[\text{g}/\text{cm}^3]$

ρ = Densidad del combustible $[\text{g}, \text{mm}^3]$

P_e = Potencia del motor $[\text{kW}]$

i = Número de cilindros

K_{IV} = Cantidad inyectada en los motores de cuatro tiempos $[\text{g}, \text{mm}^3]$

Fórmula con ejemplo

$$\text{Cantidad inyectada} = \frac{\text{Consumo esp.} \cdot \text{Potencia}}{\text{Nº cilindros} \cdot \text{Nº ciclos trabajo}}$$

Dos tiempos

$$K_{II} = \frac{b \cdot P_e}{i \cdot n \cdot 60} \quad [\text{g}] \text{ por inyección}$$

$$K_{II} = \frac{b \cdot P_e \cdot 1000}{i \cdot n \cdot 60 \cdot \rho} \quad [\text{mm}^3] \text{ por inyección}$$

Un motor Diesel de cuatro tiempos tiene las siguientes características:

$$\begin{array}{l|l} P_e = 65 \text{ kW} & n = 2400 \text{ 1/min} \\ b = 290 \text{ g/kWh} & i = 4 \\ \rho = 0,84 & \end{array}$$

Calcular la cantidad inyectada en g y mm³ por inyección (ciclo de trabajo).

$$a) K_{IV} = \frac{b \cdot P_e \cdot 2}{i \cdot n \cdot 60} \quad [\text{g}]$$

$$K_{IV} = \frac{290 \cdot 65 \cdot 2}{4 \cdot 2400 \cdot 60} = \underline{0,0654 \text{ g}}$$

Cuatro tiempos

$$K_{IV} = \frac{b \cdot P_e \cdot 2}{i \cdot n \cdot 60} \quad [\text{g}] \text{ por inyección}$$

$$K_{IV} = \frac{b \cdot P_e \cdot 2 \cdot 1000}{i \cdot n \cdot 60 \cdot \rho} \quad [\text{mm}^3] \text{ por inyección}$$

$$b) \quad K_{IV} = \frac{b \cdot P_e \cdot 2 \cdot 1000}{i \cdot n \cdot 60 \cdot \rho} \quad [\text{mm}^3]$$

$$K_{IV} = \frac{0,0654 \cdot 1000}{0,84} = \underline{77,9 \text{ mm}^3}$$

Observación

Prescindiendo de las bombas de inyección, que hace falta una para cada cilindro, hoy día se suele instalar una sola bomba con repartidor, que alimenta todos los cilindros. El cálculo de la cantidad inyectada con esta bomba es igual que con las otras.

Ejercicios

25.7 Un motor Diesel de cuatro tiempos, de seis cilindros, desarrolla a 1 800 1/min revoluciones una potencia de 105 kW y se ha medido un consumo específico de 260 g/kWh. ¿Cuál es la cantidad inyectada en gramos por ciclo de trabajo?

25.8 Un motor Diesel de dos tiempos tiene las siguientes características:

$$\begin{aligned} b &= 240 \text{ g/kWh} & n &= 1900 \text{ 1/min} \\ P_e &= 120 \text{ kW} & \rho &= 0,84 \text{ g/cm}^3 \\ i &= 10 \end{aligned}$$

Calcular la cantidad inyectada en g y mm³.

25.9 De la fórmula para calcular la cantidad inyectada (en mm³) para un motor de cuatro tiempos despejar

- el consumo específico,
- la potencia del motor,
- las revoluciones del motor y
- la densidad del combustible.

25.10 La cantidad inyectada en un motor Diesel de cuatro tiempos, de ocho cilindros es de 64 mm³ a plena carga, con lo cual desarrolla una potencia de 82 kW a 1 600 1/min revoluciones. Calcular con esos valores el consumo específico (densidad del combustible $\rho = 0,84 \text{ kg/dm}^3$).

25.11 Se tienen las siguientes características de un motor Diesel de cuatro tiempos:

$$\begin{aligned} b &= 220 \text{ g/kWh} & K_{IV} &= 76 \text{ mm}^3 \text{ por ciclo de trabajo} \\ i &= 6 & \rho &= 0,82 \text{ g/cm}^3 \\ n &= 2000 \text{ 1/min} \end{aligned}$$

¿Cuál es su potencia?

25.12 Un motor Diesel de cuatro tiempos, de cuatro cilindros, a 2 500 1/min revoluciones desarrolla una potencia de 45 kW. Por cada ciclo de trabajo se le inyectan 48 mm³ de un combustible cuya densidad $\rho = 0,85 \text{ g/cm}^3$.

Calcular:

- El consumo específico y
- La potencia del motor con la misma cantidad inyectada y el mismo consumo específico, pero con un combustible más ligero, que tiene una densidad $\rho = 0,81 \text{ g/cm}^3$ en vez de los 0,85 g/cm³ del anterior.

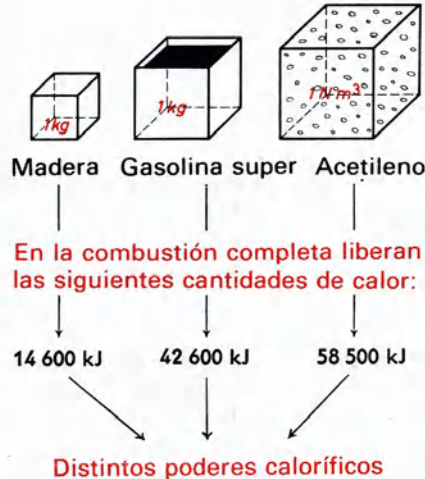
Consumo 13

25.3* Poder calorífico, poder calorífico por litro. Rendimiento

Explicación

1. Poder calorífico

No todos los combustibles dan en la combustión la misma cantidad de calor. Por ello se toma el poder calorífico como medida de la cantidad de calor contenida en un combustible.



El poder calorífico es la cantidad de calor que se desprende en la combustión de 1 kg de sustancia que se quema. En los gases es la cantidad de calor que se obtiene en la combustión de 1 m³ de gas en condiciones normales (0°C y 760 torr $\triangleq$ 1,013 bar = Metro cúbico normal = 1 Nm³).

Mediante el poder calorífico se calcula la cantidad de calor total contenida en una masa combustible determinada.

2. Poder calorífico por litro

El combustible para los motores de explosión se mide en litros y por esta razón en la técnica del automóvil se calcula el poder calorífico por litro.

Determinado el poder calorífico por litro, se obtiene el poder calorífico por kilogramo multiplicando el anterior por la densidad del combustible.

3. Rendimiento útil (rendimiento aprovechable)

En el capítulo 12 (diagrama de Sankey) se vio que de la energía desarrollada en un motor de combustión (máquina térmica) en forma de energía térmica, sólo se convertía en energía mecánica aprovechable aproximadamente el 34%. La mayor parte de esa energía térmica o calorífica no puede aprovecharse y se pierde (en refrigeración del agua, gases de escape, rozamientos, etc).

Para determinar el rendimiento útil se calcula en primer lugar mediante el poder calorífico la energía térmica en kilojoules (kJ) que proporciona el combustible. El trabajo útil se da en kWh.

El rendimiento útil es la relación entre el trabajo útil y la energía térmica total desarrollada.

*Notaciones

H_u = Poder calorífico por kilo $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right]$ ó $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}\right]$

H_L = Poder calorífico por litro $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{l}}\right]$

Q_c = Cantidad de calor [kJ]

m = Masa [kg]

η_e = Rendimiento útil

ρ = Densidad combustible $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$

B = Consumo por hora $\left[\frac{\text{kg}}{\text{h}}\right]$

P_e = Potencia del motor [kW]

*Fórmula con ejemplo

1. Poder calorífico por kilo

Cantidad de calor total = Masa · Poder calorífico por kilo

$$Q_c = m \cdot H_u \text{ [kJ]}$$

La gasolina super tiene un poder calorífico de 42 600 kJ. ¿Cuál es la cantidad de calor contenida en 20 kg?

$$Q_c = m \cdot H_u = 20 \cdot 42\,600 = \underline{852\,000 \text{ kJ}}$$

2. Poder calorífico por litro

Poder calorífico por litro = Poder calorífico por kilo · Densidad

$$H_L = H_u \cdot \rho \left[\frac{\text{kJ}}{\text{l}}\right]$$

Calcular el poder calorífico por litro de gasolina super que tiene un poder calorífico de 42 600 kJ/kg y una densidad de 0,78 kg/dm³

$$H_L = H_u \cdot \rho = 42\,600 \text{ kJ} \cdot 0,78 = \underline{33\,298 \text{ kJ/l}}$$

3. Rendimiento útil

Rendimiento útil = $\frac{\text{Potencia del motor} \cdot 3\,600}{\text{Consumo comb.} \cdot \text{Poder calorífico}}$

Es necesario multiplicar por 3 600 porque
1 kWh = 3 600 kWs = 3 600 kJ.

$$\eta_e = \frac{P_e \cdot 3600}{B \cdot H_u} \text{ [—]}$$

Un motor da a lo largo de una hora 30 kW y consume en ese tiempo 10 litros de combustible con un poder calorífico de 42 700 kJ/kg y una densidad $\rho = 0,78 \text{ kg/dm}^3$. Calcular su rendimiento útil η_e .

$$\eta_e = \frac{P_e \cdot 3600}{B \cdot H_u} \quad B_h = 10 \text{ l/h} \cdot 0,78 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 7,8 \text{ kg/h}$$

$$\eta_e = \frac{30 \cdot 3600}{7,8 \cdot 42\,700} = \underline{0,324}$$

Las denominaciones abreviadas son:

$$\eta = \frac{\frac{\text{kW} \cdot \frac{3600 \text{ kJ}}{1 \text{ kWh}}}{\frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}} = \text{adimensional}$$

Nota

Poder calorífico de algunos combustibles:

Gasolina	42 000—44 000 kJ/kg	Hulla	30 600—36 000 kJ/kg
Gasolina super	42 700 kJ/kg	Madera	12 500—16 300 kJ/kg
Diesel	41 000—44 400 kJ/kg	Acetileno	57 800 kJ/Nm ³

*Notaciones

H_u = Poder calorífico por kilo $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right]$ ó $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}\right]$

H_L = Poder calorífico por litro $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{l}}\right]$

Q_c = Cantidad de calor [kJ]

m = Masa [kg]

η_e = Rendimiento útil

ρ = Densidad combustible $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$

B = Consumo por hora $\left[\frac{\text{kg}}{\text{h}}\right]$

P_e = Potencia del motor [kW]

*Fórmula con ejemplo

1. Poder calorífico por kilo

Cantidad de calor total = Masa · Poder calorífico por kilo

$$Q_c = m \cdot H_u \text{ [kJ]}$$

La gasolina super tiene un poder calorífico de 42 600 kJ. ¿Cuál es la cantidad de calor contenida en 20 kg?

$$Q_c = m \cdot H_u = 20 \cdot 42\,600 = \underline{852\,000 \text{ kJ}}$$

2. Poder calorífico por litro

Poder calorífico por litro = Poder calorífico por kilo · Densidad

$$H_L = H_u \cdot \rho \left[\frac{\text{kJ}}{\text{l}}\right]$$

Calcular el poder calorífico por litro de gasolina super que tiene un poder calorífico de 42 600 kJ/kg y una densidad de 0,78 kg/dm³

$$H_L = H_u \cdot \rho = 42\,600 \text{ kJ} \cdot 0,78 = \underline{33\,298 \text{ kJ/l}}$$

3. Rendimiento útil

Rendimiento útil = $\frac{\text{Potencia del motor} \cdot 3\,600}{\text{Consumo comb.} \cdot \text{Poder calorífico}}$

Es necesario multiplicar por 3 600 porque 1 kWh = 3 600 kWs = 3 600 kJ.

$$\eta_e = \frac{P_e \cdot 3600}{B \cdot H_u} \text{ [—]}$$

Un motor da a lo largo de una hora 30 kW y consume en ese tiempo 10 litros de combustible con un poder calorífico de 42 700 kJ/kg y una densidad $\rho = 0,78 \text{ kg/dm}^3$. Calcular su rendimiento útil η_e .

$$\eta_e = \frac{P_e \cdot 3600}{B \cdot H_u} \quad B_h = 10 \text{ l/h} \cdot 0,78 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 7,8 \text{ kg/h}$$

$$\eta_e = \frac{30 \cdot 3600}{7,8 \cdot 42\,700} = \underline{0,324}$$

Las denominaciones abreviadas son:

$$\eta = \frac{\frac{\text{kW} \cdot \frac{3600 \text{ kJ}}{1 \text{ kWh}}}{\frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}} = \text{adimensional}$$

Nota

Poder calorífico de algunos combustibles:

Gasolina	42 000—44 000 kJ/kg	Hulla	30 600—36 000 kJ/kg
Gasolina super	42 700 kJ/kg	Madera	12 500—16 300 kJ/kg
Diesel	41 000—44 400 kJ/kg	Acetileno	57 800 kJ/Nm ³

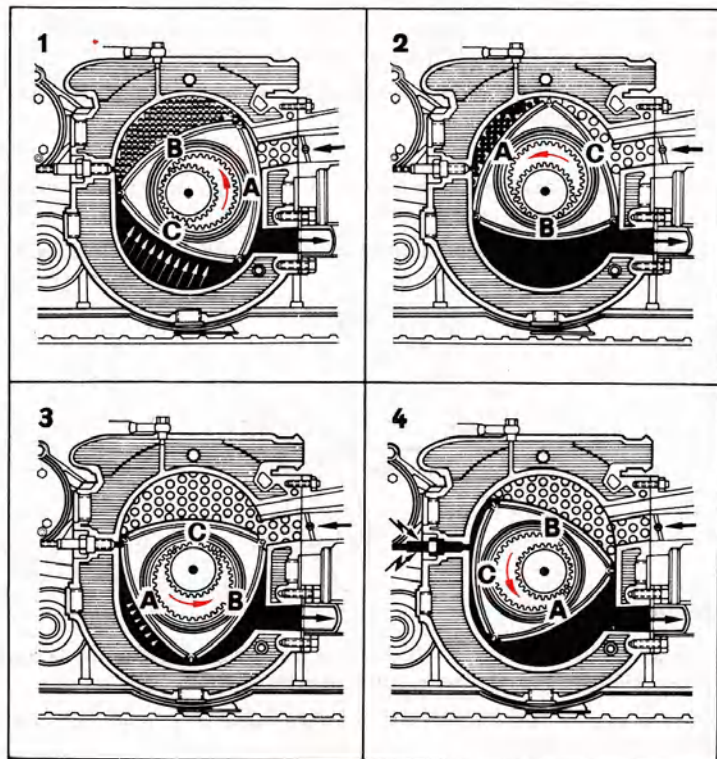
26 | Motor de pistón rotatorio

Volumen de la cámara, relación de compresión, potencia interna

Explicación

El motor rotatorio consta de: 1, bloque, 2, pistón rotatorio y 3, eje excéntrico. El eje excéntrico va soportado en cojinetes en el bloque y engrana con el pistón rotatorio y gira por tanto con él.

El pistón rotatorio forma con el bloque 3 cámaras (denominadas A, B y C en las figuras), que al girar el pistón disminuyen o aumentan de volumen.



1^{er} tiempo admisión (aspiración) (fig. 1)

La cámara A que va en aumento aspira la mezcla de combustible y aire a través de la lumbrera de admisión.

2^o tiempo, compresión

Al seguir girando el pistón se comprime la mezcla.

3^{er} tiempo, combustión (trabajo)

El aumento de volumen (dilatación) del gas por la combustión impulsa al pistón rotatorio.

4º tiempo, expulsión (escape)

El pistón rotatorio expulsa los gases quemados de la cámara A a través de la lumbrera de escape.

El motor de pistón rotatorio trabaja como un motor de cuatro tiempos. En una vuelta del pistón se desarrolla en la cámara A un ciclo completo de trabajo (4 tiempos). Las otras cámaras pasan igualmente en ese intervalo por los 4 tiempos.

El eje excéntrico da tres vueltas por cada una del pistón, con lo cual, a cada vuelta del eje excéntrico se tiene un tiempo de trabajo.

Notaciones

V_K = Volumen de la cámara [cm^3 o dm^3]

$V_{\max}$ = Volumen máximo [cm^3 o dm^3]

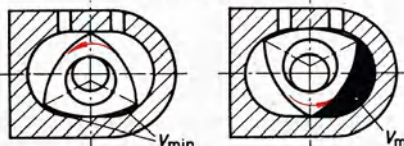
$V_{\min}$ = Volumen mínimo [cm^3 o dm^3]

i = Número de pistones rotatorios

ϵ = Relación de compresión [-]

p_m = Presión media de trabajo (bar de sobrepresión)

n = Número de vueltas del eje excéntrico [1/min]

Fórmula con ejemplo**1. Volumen de la cámara**

Volumen de la cámara = Volumen máximo - volumen mínimo de una cámara

$$V_K = V_{\max} - V_{\min} \quad [\text{cm}^3 \text{ o bien } \text{dm}^3]$$

Al medir la cámara de un motor rotatorio se hallaron los siguientes valores:

$$V_{\max} = 250 \text{ cm}^3 \quad V_{\min} = 27,5 \text{ cm}^3$$

Calcular el volumen de la cámara.

$$V_K = V_{\max} - V_{\min} \quad [\text{cm}^3]$$

$$V_K = 250 \text{ cm}^3 - 27,5 \text{ cm}^3 = \underline{222,5 \text{ cm}^3}$$

2. Relación de compresión

En la sección 19.2 se vio que para el motor con pistones de carrera alternativa

$$\epsilon = \frac{V_h + V_c}{V_c} \rightarrow \text{Volumen máximo} \\ \rightarrow \text{Volumen mínimo}$$

Calcular la relación de compresión para un motor de pistones rotatorios de las siguientes características:

$$V_{\max} = 540 \text{ cm}^3 \quad V_{\min} = 60 \text{ cm}^3$$

$$\epsilon = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} \quad [-]$$

$$\epsilon = \frac{540}{60} = \underline{9 : 1}$$

Luego:

$$\epsilon = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} \quad [-]$$

3. Potencia interna (indicada)

El motor de pistones rotatorios tiene un encendido a cada vuelta del eje excéntrico, por lo cual su potencia indicada se calcula igual que en los motores de dos tiempos (sección 24.2), aun cuando sea en realidad un motor de cuatro tiempos.

En lugar de la cilindrada $V_h = i \cdot V_K$ se pone el volumen de la cámara $i \cdot V_K$

Un motor rotatorio tiene las siguientes características:

$$i = 2 \quad p_m = 9,5 \text{ bar de sobrepresión}$$

$$V_K = 450 \text{ cm}^3 \quad n = 4000 \text{ 1/min}$$

Calcular su potencia indicada.

$$P_i = i \cdot \frac{V_K \cdot p_m \cdot n}{600} \quad [\text{PS}]$$

$$P_i = 2 \cdot \frac{0,45 \cdot 9,5 \cdot 4000}{600}$$

$$P_i = \underline{57 \text{ kW}}$$

$$P_i = i \cdot \frac{V_K \cdot p_m \cdot n}{600} \quad [\text{kW}]$$

Observación

La potencia efectiva (sec. 24.3) para los motores rotatorios se calcula igual que para los motores con pistones de carrera alternativa:

$$P_e = \frac{M_m \cdot n}{9550} [\text{kW}]$$

Ejercicios

26.1 Calcular los volúmenes de cámara correspondientes a los siguientes motores rotatorios:

- a) $V_{\max} = 240 \text{ cm}^3$ $V_{\min} = 30 \text{ cm}^3$
- b) $V_{\max} = 590 \text{ cm}^3$ $V_{\min} = 65 \text{ cm}^3$
- c) $V_{\max} = 415 \text{ cm}^3$ $V_{\min} = 45 \text{ cm}^3$

26.2 ¿Cuál es la relación de compresión de un motor rotatorio que tiene $V_{\max} = 240 \text{ cm}^3$ y $V_{\min} = 30 \text{ cm}^3$?

26.3 Un motor rotatorio tiene una relación de compresión de 9 : 1. ¿Cuál es su volumen máximo si el mínimo es de 45 cm^3 ?

26.4 Calcular la potencia indicada de un motor rotatorio de un pistón que a 6 000 1/min revoluciones da una presión media de trabajo de 8,6 bar de sobrepresión. El volumen de su cámara es de 510 cm^3 .

26.5 De la fórmula para el cálculo de la potencia indicada de un motor de pistones rotatorios despejar:

- a) El volumen de la cámara.
- b) La presión media de trabajo.
- c) El número de revoluciones.

26.6 A qué número de revoluciones debe girar el pistón rotatorio de un motor con un volumen de cámara de 415 cm^3 para con una presión media de trabajo de 8,8 bar de sobrepresión dar una potencia de 38 kW.

26.7 Determinar la presión media de trabajo para un motor de pistones rotatorios de las siguientes características:

$$V_K = 560 \text{ cm}^3; \quad P_i = 150 \text{ kW}; \quad n = 6500 \text{ 1/min}$$

27 | Cálculo de embragues

27.1 Par de transmisión

Explicación

El embrague de los vehículos va montado entre el motor y la caja de cambios y permite cortar la transmisión de la fuerza. Sirve para la puesta en marcha, para cambiar las marchas y como seguro.

El embrague, estando acoplado (embragado) absorbe el par motor y lo cede a la caja de cambios.

El par de giro del embrague se calcula con la fórmula general del momento $M = F \cdot r$ (sec. 19.4).

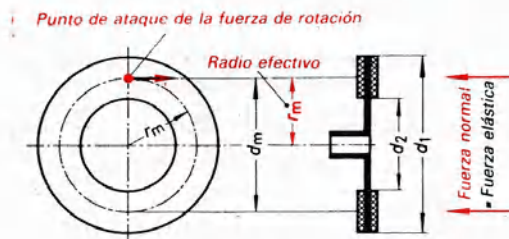
1. Fuerza de rotación

La acción del embrague de fricción descansa en el principio del rozamiento (sec. 23.1). Estando desembragado (desacoplado) no aparece ningún rozamiento. Al embragar se produce una transición de rozamiento dinámico a rozamiento estático.

La resistencia de rozamiento entre los discos de embrague (platos o discos de arrastre) y el disco volante es igual a la fuerza de rotación del embrague.

Esta misma fuerza de rotación se manifiesta entre la prensa del embrague (placa de presión) y los discos. Todo embrague tiene por lo menos dos pares de discos de fricción.

La magnitud de la resistencia de rozamiento depende de la presión de los muelles del embrague (fuerza normal) y del coeficiente de rozamiento de la guarnición de los discos.



Momento de giro del embrague

2. Radio efectivo

La fuerza de rotación del embrague no ataca en la periferia sino en la corona que forma la superficie de fricción del embrague y es por esta razón que se toma como radio efectivo del momento de giro el que se marca en el dibujo.

Notaciones

M_E = Momento de giro del embrague [Nm]

F_{rot} = Fuerza de rotación del embrague = Resistencia de rozamiento F_{Rf} [N]

r_m = Radio efectivo del embrague [m]

F_N = Fuerza de los resortes del embrague = Fuerza normal del rozamiento = Fuerza elástica [N]

μ_E = Coeficiente de rozamiento de la guarnición del embrague [-]

d_1 = Diámetro exterior de la guarnición [m]

d_2 = Diámetro interior de la guarnición [m]

Fórmula con ejemplo

Fuerza de rotación = $\frac{\text{Fuerza resortes embrague} \times \text{del embrague}}{\text{Coeficiente de rozamiento}}$

$$F_{rot} = F_N \cdot \mu_E \text{ [N]}$$

Radio efectivo $\approx$ Radio medio

$$r_m = \frac{d_1 + d_2}{2 \cdot 2} \text{ [m]}$$

Momento de giro (par) del embrague
= Fuerza de rotación $\times$ Radio efectivo

$$M_E = F_{rot} \cdot r_m$$

De donde resulta :

$$M_E = F_N \cdot \mu_E \cdot \frac{d_1 + d_2}{4} \text{ [Nm]}$$

para una
superficie
de fricción

Un embrague de disco seco tiene los siguientes valores:
6 resortes de 600 N de fuerza cada uno, $\mu_E = 0,3$, $d_1 = 180$ mm
y $d_2 = 125$ mm.

Cálculo:

1º La fuerza de rotación del embrague.

2º El radio efectivo del embrague.

3º El par de transmisión del embrague.

Para 1º

$$F_{rot} = F_N \cdot \mu_E = 6 \cdot 600 \cdot 0,3$$

$$F_{rot} = 1080 \text{ N}$$

Para 2º

$$r_m = \frac{d_1 + d_2}{4} = \frac{0,18 + 0,125}{4}$$

$$r_m = 0,076 \text{ m}$$

Observación: El embrague monodisco en seco tiene 2 pares de fricción y, por tanto, 2 superficies de fricción

$$M_E = F_N \cdot \mu_E \cdot \frac{d_1 + d_2}{4} \cdot 2 \text{ [Nm]}$$

para 2 superficies de fricción

Para 3.

$$M_E = F_{rot} \cdot r_m \text{ [Nm]}$$

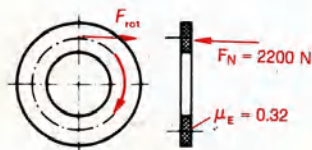
$$M_E = 1080 \cdot 0,076 = 82 \text{ Nm por superf. fricción}$$

$$M_E = 164 \text{ Nm para dos superficies de fricción}$$

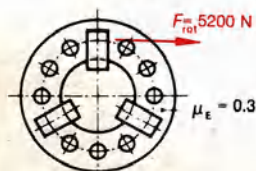
Observación

El par del embrague tiene que ser por lo menos tan grande como el par motor máximo, para transmitirlo sin resbalamiento. Los fabricantes los calculan con una seguridad de 1,7 a 2. El embrague está pues en condiciones de soportar un 70% a 100% más que el par motor máximo para transmitirlo y para las sobrecargas.

Ejercicios



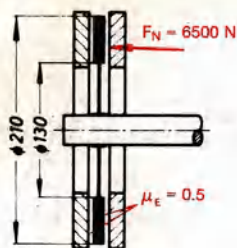
27.2



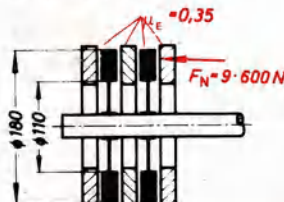
27.4



27.6



27.8



27.1 En un embrague monodisco en seco se aprietan los discos con una fuerza de 3 500 N. El coeficiente de rozamiento de la guarnición del embrague es 0,45. Calcular la fuerza de rotación.

27.2 Para la guarnición de embrague representada en el dibujo calcular la fuerza de rotación.

27.3 De la fórmula para calcular la fuerza de rotación despejar la fuerza de aprieto (fuerza elástica).

27.4 Un embrague transmite una fuerza de rotación de 5 200 N. Los discos de embrague están apretados por 9 resortes. Calcular:

- La fuerza total de aprieto para un coeficiente de rozamiento $\mu_E = 0,3$.
- La fuerza elástica de un resorte.

27.5 La guarnición de un embrague monodisco en seco se engrasa a causa de una pérdida de aceite por el retén del cigüeñal y su coeficiente de rozamiento que era de 0,4 se reduce entonces a 0,18. La fuerza de aprieto de la prensa es de 4 500 N. Calcular:

- La fuerza de rotación con la guarnición intacta.
- La fuerza de rotación con la guarnición engrasada.
- El tanto por ciento menos de fuerza de rotación a causa del engrase.

27.6 Calcular para el disco de embrague del dibujo el radio efectivo. ¿Cuál es para ese mismo disco el par? (Tomar los datos del dibujo.)

27.7 Un embrague monodisco en seco consta de una guarnición con un coeficiente de rozamiento $\mu_E = 0,45$. Las dimensiones del disco son $d_1 = 140$ mm y $d_2 = 220$ mm. La prensa que aprieta el disco lleva 9 resortes con una fuerza cada uno de 800 N. ¿Cuál es el par del embrague?

27.8 La guarnición de un embrague monodisco en seco se aprieta con una fuerza elástica de 6 500 N. Calcular:

- El radio medio efectivo.
- La fuerza de rotación.
- El par total del embrague.

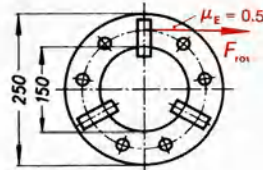
27.9 Las guarniciones del embrague de discos múltiples representado en el dibujo están apretadas por 9 resortes. ¿Cuánto vale el par del embrague?

27.10 De la fórmula para el cálculo del momento del embrague (para embrague monodisco en seco) despejar la fuerza elástica F_N .

27.11 El embrague monodisco en seco del dibujo, con un coeficiente de rozamiento $\mu_e = 0,5$, puede transmitir un par máximo de 1 020 N.

Calcular:

- El radio efectivo.
- La fuerza de rotación F_{rot} .
- La fuerza elástica total F_N .
- La fuerza elástica para uno de los seis resortes.



27.2 Presión superficial de las guarniciones de los embragues

Explicación

La magnitud del momento a transmitir el embrague depende de:

- La fuerza de aprieto de los resortes $\triangleq$ Fuerza elástica $\triangleq$ Fuerza normal F_N
- La magnitud del radio efectivo
- Las condiciones de la guarnición del embrague (superficies de fricción de los discos de arrastre) y, por lo tanto, del coeficiente de rozamiento μ_e .
- El número de superficies de fricción

Para poder transmitir a través del embrague un par motor mayor hay que aumentar el radio de la guarnición o la fuerza elástica de los resortes de la prensa del embrague.

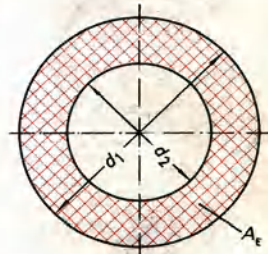
El aumentar el tamaño de los discos con la guarnición de fricción está limitado por razones constructivas, razón por la cual se hacen los embragues de discos múltiples. El aumentar la presión o fuerza elástica sólo es posible hasta cierto límite ya que una fuerza demasiado grande acelera el desgaste, produce una elevación de la temperatura y que a consecuencia del calor desprendido se quema la guarnición.

A la carga de la guarnición del embrague por la fuerza elástica de los resortes (prensa) se le denomina presión superficial de la guarnición del embrague.

Se calcula con la fórmula general de la presión:

$$\text{Presión} = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Superficie}} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right] \quad (\text{Ver secciones 4.3 y 17.1})$$

Para calcular la presión superficial de la guarnición del embrague hay que determinar la fuerza elástica de todos los resortes y la superficie de la guarnición. La fuerza elástica se reparte por todas las superficies de fricción.



Notaciones

A_e = Superficie de la guarnición del embrague = Superficie de fricción $[\text{cm}^2]$

F_N = Fuerza elástica de todos los resortes del embrague $[\text{daN}]$

p_e = Presión superficial de la guarnición del embrague $[\text{daN}/\text{cm}^2]$

d_1 = Diámetro exterior de la guarnición $[\text{cm}]$

d_2 = Diámetro interior de la guarnición $[\text{cm}]$

Fórmula con ejemplo

$$\text{Presión superficial} = \frac{\text{Fuerza elástica}}{\text{Sup. de fricción}}$$

$$p_e = \frac{F_N}{A_e} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right]$$

Superficie de fricción (corona circular)

$$A_e = \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} - \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \quad [\text{cm}^2]$$

Un embrague tiene una fuerza elástica total de 3 263,4 N = 326,34 daN. La guarnición del embrague tiene un diámetro $d_1 = 200$ mm y un diámetro $d_2 = 130$ mm. Calcular la presión superficial p_e .

$$p_e = \frac{F_N}{A_e} = \frac{F_N}{\frac{\pi}{4} \cdot (d_1^2 - d_2^2)} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right]$$

$$A_e = \frac{\pi}{4} \cdot (d_1^2 - d_2^2) \quad [\text{cm}^2]$$

$$A_e = \frac{\pi}{4} \cdot (d_1^2 - d_2^2) \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$A_e = \frac{\pi}{4} \cdot (20^2 - 13^2)$$

$$A_e = 181,3 \text{ cm}^2$$

De donde resulta para la presión superficial de la guarnición del embrague:

$$p_e = \frac{F_N}{\frac{\pi}{4} \cdot (d_1^2 - d_2^2)} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right]$$

$$p_e = \frac{326,34}{181,3} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right]$$

$$p_e = 1,8 \text{ daN/cm}^2$$

Observación

1. La presión superficial en los embragues está entre 1,5 y 2 daN/cm².
2. Para poder transmitir un par motor mayor se fabrican los embragues de discos múltiples con lo cual se consiguen más pares de rozamiento (como en los camiones).

Ejercicios

27.12 Para la guarnición de embrague del dibujo calcular a) su superficie y b) su presión superficial.

27.13 ¿Cuál es la presión superficial para una guarnición con $d_2 = 100 \text{ mm}$, $d_1 = 180 \text{ mm}$ sobre la que actúa una fuerza elástica de 300 daN?

27.14 De la fórmula para calcular la presión superficial despejar la fuerza elástica.

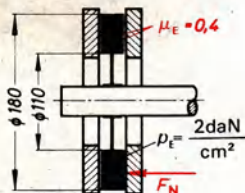
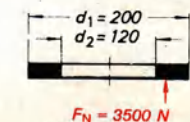
27.15 Sobre la guarnición de embrague del dibujo debe actuar como máximo una presión superficial de 1,5 daN/cm². Calcular a que fuerza elástica corresponde.

27.16 Calcular si la guarnición cuyos datos se dan a continuación puede admitir una presión superficial de 1,5 daN/cm².

$$d_1 = 170 \text{ mm}, \quad d_2 = 120 \text{ mm}, \quad F_N = 200 \text{ daN}$$

27.17 Para el embrague monodisco en seco del dibujo calcular:

- a) La superficie de la guarnición para una superficie de fricción.
- b) La fuerza elástica conjunta F_N para una presión superficial admisible de 2 daN/cm².
- c) La fuerza de rotación F_{rot} .
- d) El par del embrague M_E .



28 | Accionamiento por ruedas dentadas

28.1 Dimensiones de las ruedas dentadas

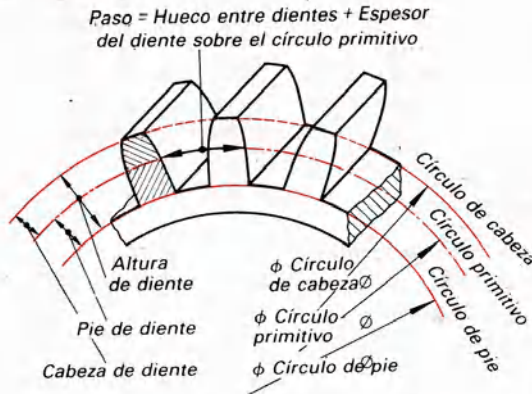
Explicación

En las ruedas dentadas se distinguen las siguientes dimensiones:

1. Círculo de cabeza y diámetro del círculo de cabeza

El círculo sobre el que se encuentran las cabezas de los dientes se denomina círculo de cabeza y su diámetro es el diámetro exterior de la rueda dentada.

Accionamiento por ruedas dentadas



Dimensiones de las ruedas dentadas

2. Círculo de pie y diámetro del círculo de pie

El círculo sobre el que descansan los pies de los dientes se denomina círculo de pie y su diámetro correspondiente, diámetro del círculo de pie.

3. Círculo primitivo y diámetro del círculo primitivo. Es un círculo imaginario que pasa más o menos por la altura media de los dientes y es el que tangentea con el círculo primitivo de otra rueda dentada. Su diámetro es el diámetro del círculo primitivo.

4. Paso. En el círculo primitivo se determina la distancia de diente a diente. El hueco entre dientes y el espesor de los mismos se mide sobre el círculo primitivo.

5. Módulo. El paso de una rueda dentada es siempre un múltiplo del número π . Ese número que multiplica a π es el que se denomina módulo (por ejemplo módulo 2 $\rightarrow$ Paso = $2\pi = 6,28$ mm).

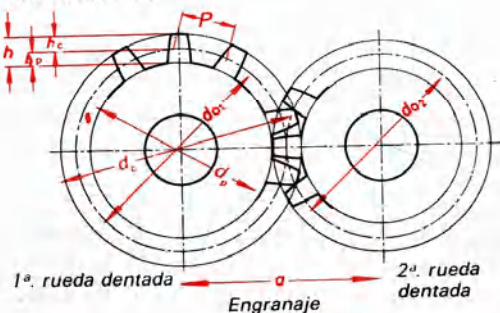
El módulo es la magnitud de partida para las dimensiones principales de una rueda dentada.

6. Altura de cabeza. La altura de la cabeza de los dientes se mide entre el círculo primitivo y el círculo de cabeza y es igual al módulo.

7. Altura de pie. La altura del pie de los dientes se mide entre el círculo de pie y el círculo primitivo y es algo mayor que el módulo (por ejemplo, $7/6 \approx 1,2 \cdot$ módulo).

8. Altura de diente. Resulta de la suma de las dos alturas anteriores ($6/6 + 7/6 = 13/6$ módulo $\approx 2,2 \cdot$ módulo).

9. Distancia entre ruedas. Es la que separa los centros de ambas ruedas dentadas en un engranaje.

Notaciones

P = Paso [mm]

m = Módulo [mm]

z = Número de dientes

d_o = Diámetro círculo primitivo [mm]

d_p = Diámetro círculo de pie [mm]

d_c = Diámetro círculo de cabeza [mm]

h = Altura de diente [mm]

h_c = Altura de cabeza [mm]

h_p = Altura de pie [mm]

a = Distancia entre ruedas [mm]

d_{o1} = Diámetro círculo primitivo de la 1ª rueda dentada

d_{o2} = Diámetro círculo primitivo de la 2ª rueda dentada

z_1 = Número de dientes de la 1ª rueda dentada

z_2 = Número de dientes de la 2ª rueda dentada

Fórmula con ejemplo

Mediante el número de dientes y el módulo se pueden calcular todas las dimensiones de las ruedas dentadas:

Paso = Módulo $\cdot \pi$

$$P = m \cdot \pi \text{ [mm]}$$

Diámetro círculo primitivo = Módulo $\times$ Número de dientes

$$d_o = m \cdot z \text{ [mm]}$$

$\varnothing$ Círculo de cabeza = $\varnothing$ Círculo primitivo + $2 \cdot$ Módulo

$$d_e = d_o + 2 \cdot m \text{ [mm]}$$

$\varnothing$ Círculo de pie = $\varnothing$ Círculo primitivo - $2 \cdot 1,2 \cdot$ Módulo

$$d_p = d_o - 2,4 \cdot m \text{ [mm]}$$

Altura de cabeza = Módulo

$$h_e = m \text{ [mm]}$$

Altura de pie = $1,2 \cdot$ Módulo

$$h_p = 1,2 \cdot m \text{ [mm]}$$

Altura de diente = Altura de cabeza + Altura de pie

$$h = h_e + h_p$$

$$h = 2,2 \cdot m \text{ [mm]}$$

La distancia entre ruedas de un engranaje de dos ruedas dentadas es igual a la semisuma de los dos diámetros primitivos.

$$a = \frac{d_{o1} + d_{o2}}{2} = \frac{m \cdot z_1 + m \cdot z_2}{2}$$

$$a = \frac{m}{2} \cdot (z_1 + z_2) \text{ [mm]}$$

1. Una rueda dentada tiene $z = 40$ y $m = 5$. Calcular sus dimensiones.

$$P = m \cdot \pi \text{ [mm]}$$

$$P = 5 \cdot 3,14 = \underline{15,7 \text{ mm}}$$

$$d_o = m \cdot z \text{ [mm]}$$

$$d_o = 5 \cdot 40 = \underline{200 \text{ mm}}$$

$$d_e = d_o + 2 \cdot m \text{ [mm]}$$

$$d_e = 200 + 2 \cdot 5 = \underline{210 \text{ mm}}$$

$$d_p = d_o - 2,4 \cdot m \text{ [mm]}$$

$$d_p = 200 - 2,4 \cdot 5 = \underline{188 \text{ mm}}$$

$$h_e = m \text{ [mm]}$$

$$h_e = \underline{5 \text{ mm}}$$

$$h_p = 1,2 \cdot m \text{ [mm]}$$

$$h_p = 1,2 \cdot 5 = \underline{6 \text{ mm}}$$

$$h = h_e + h_p \text{ [mm]}$$

$$h = 5 + 6 = \underline{11 \text{ mm}}$$

2. Una transmisión por ruedas dentadas consta de una con 40 dientes (z_1) y otra con 60 dientes (z_2). El módulo es 4. Calcular la distancia entre ruedas.

$$a = \frac{m}{2} \cdot (z_1 + z_2) \text{ [mm]}$$

$$a = \frac{4}{2} \cdot (40 + 60) = 2 \cdot 100 = \underline{200 \text{ mm}}$$

Nota

Los números de módulos están normalizados por DIN y se expresan en unidades modulares, por ejemplo:

0,1	0,12	0,20	0,25	0,32	0,4	0,5	0,6	0,8
1	1,25	1,5	2	3	4	5	6	8

etc.

Ejercicios

28.1 Para una rueda dentada de 30 dientes y módulo $m = 3$, calcular:

- El paso
- El diámetro del círculo primitivo

28.2 ¿Cuál es el paso de una rueda dentada de módulo $m = 1,5$?

28.3 Para las ruedas cuyos datos técnicos se dan a continuación, calcular el paso, el diámetro del círculo primitivo, el diámetro de cabeza y la altura de diente.

- a) $z_1 = 18$ b) $z_2 = 25$ c) $z_3 = 31$ d) $z_4 = 27$
 $m_1 = 12$ $m_2 = 3$ $m_3 = 1,5$ $m_4 = 2$

28.4 El piñón de un árbol de levas de un motor Otto es de módulo $m = 2$ y tiene 44 dientes. Calcular:

- a) El paso
 b) El diámetro del círculo primitivo
 c) La altura de pie

28.5 Una rueda dentada tiene un diámetro de pie de 125,2 mm y un módulo $m = 2$. Calcular:

- a) El paso
 b) La altura de cabeza
 c) La altura de pie
 d) El diámetro del círculo primitivo

28.6 Una rueda dentada tiene 25 dientes y un diámetro primitivo de 150 mm. Decir el valor de:

- a) El módulo
 b) El paso
 c) El diámetro de cabeza

28.7 Para el engranaje del dibujo calcular la distancia entre ruedas a .

28.8 El piñón del árbol de levas de un motor Otto tiene 34 dientes y engrana con una rueda dentada del cigüeñal de 17 dientes (módulo $m = 1,5$). Calcular:

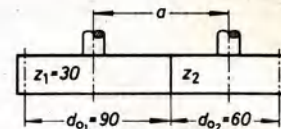
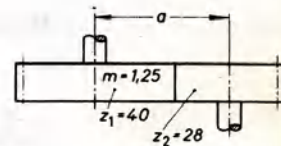
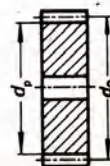
- a) Los dos diámetros primitivos
 b) La distancia entre ruedas

28.9 En un par de ruedas dentadas se han medido los siguientes valores: Distancia entre ruedas $a = 95$ mm, número de dientes $z_1 = 16$ y $z_2 = 22$. Calcular:

- a) El módulo
 b) Ambos diámetros primitivos

28.10 Para el par de ruedas dentadas del dibujo. Calcular los siguientes valores:

- a) Distancia entre ruedas a
 b) Módulo m
 c) Número de dientes z_2



28.2 Engranaje sencillo, relación de transmisión

Explicación

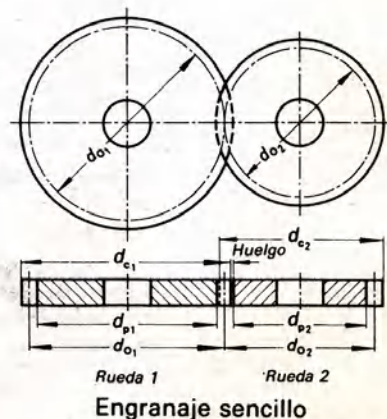
El engranaje sencillo consta de dos ruedas dentadas engranadas. Los dos círculos primitivos son tangentes entre sí y gira uno sobre otro.

Los pasos de las dos ruedas tienen que ser iguales.

El accionamiento o transmisión por ruedas dentadas tiene las siguientes misiones:

1. Transmisión de fuerza motriz (pares) de un eje a otro.
2. Modificación del número de revoluciones por diferencia de tamaño en los diámetros de las ruedas. A esto se le llama relación de transmisión del engranaje (ver 21.1, Transmisión por correas).

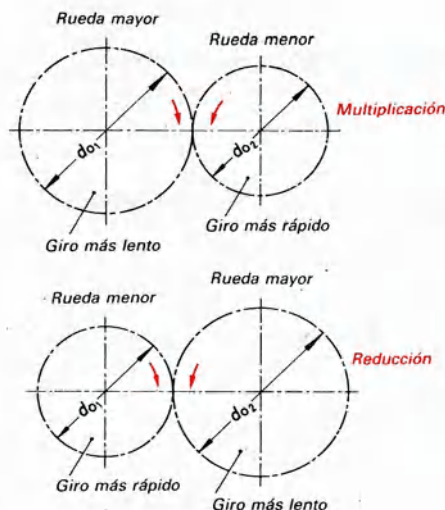
La transmisión por ruedas dentadas es una unión en arrastre por cierre de forma.



Rueda 1

Rueda 2

Engranaje sencillo



En la transmisión del engranaje se distingue entre:

1. **Multiplicación** (relación en aumento, mayor número de revoluciones) de lento a rápido y
2. **Reducción** (relación en disminución, menor número de revoluciones) de rápido a lento.

La magnitud de la transmisión se denomina relación de transmisión.

La relación de transmisión de los engranajes es igual a la relación que existe entre el número de dientes de ambas ruedas.

Notaciones

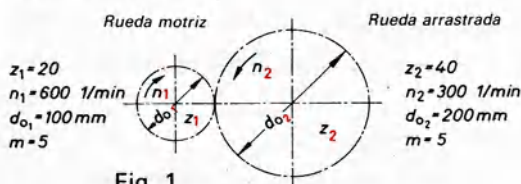


Fig. 1

n_1 = Revoluciones de la rueda motriz [1/min]

n_2 = Revoluciones de la rueda arrastrada [1/min]

d_{01} = Diámetro primitivo de la rueda motriz [mm]

d_{02} = Diámetro primitivo de la rueda arrastrada [mm]

z_1 = Número de dientes de la rueda motriz

z_2 = Número de dientes de la rueda arrastrada

v_{t1} = Velocidad tangencial (periférica) de la rueda motriz

v_{t2} = Velocidad tangencial (periférica) de la rueda arrastrada

i = Relación de transmisión

m = Módulo de la rueda dentada

Observación: En las transmisiones por ruedas dentadas, las motrices tienen siempre números impares (n_1 , d_{01} , z_1 , v_{t1}) y las arrastradas números pares (n_2 , d_{02} , z_2 , v_{t2}).

Fórmula con ejemplo

1. Fórmula fundamental para la transmisión por ruedas dentadas

Los mismos que en la transmisión por poleas, en las ruedas dentadas las velocidades tangenciales en los círculos primitivos son iguales.

$$\frac{d_{01} \cdot \pi \cdot n_1}{1000 \cdot 60} = \frac{d_{02} \cdot \pi \cdot n_2}{1000 \cdot 60} \quad \cdot 1000$$

$$d_{01} \cdot n_1 = d_{02} \cdot n_2 \quad : \pi$$

En esta fórmula d_0 se puede substituir por $m \cdot z$ (ver 28.1)

$$m \cdot z_1 \cdot n_1 = m \cdot z_2 \cdot n_2$$

$$z_1 \cdot n_1 = z_2 \cdot n_2$$

Número de dientes · Revoluciones de la rueda motriz = Número de dientes · Revoluciones de la rueda arrastrada

$$z_1 \cdot n_1 = z_2 \cdot n_2$$

1. Comprobar mediante cálculo si los valores que figuran en la transmisión por engranaje de la figura 1 anterior son correctos.

$$z_1 = \frac{z_2 \cdot n_2}{n_1} = \frac{40 \cdot 300}{600} = 20 \text{ dientes}$$

$$n_1 = \frac{z_2 \cdot n_2}{z_1} = \frac{40 \cdot 300}{20} = 600 \frac{1}{\text{min}}$$

$$z_2 = \frac{z_1 \cdot n_1}{n_2} = \frac{20 \cdot 600}{300} = 40 \text{ dientes}$$

$$n_2 = \frac{z_1 \cdot n_1}{z_2} = \frac{20 \cdot 600}{40} = 300 \frac{1}{\text{min}}$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{600}{300} = \frac{2}{1} = 2:1$$

o bien

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{40}{20} = \frac{2}{1} = 2:1$$

2. Relación de transmisión del engranaje

A consecuencia de la igualdad de velocidades tangenciales ($V_{t1} = V_{t2}$), en la figura anterior la rueda menor tiene que girar el doble que la mayor para que los recorridos de ambas sean iguales.

En los engranajes, las revoluciones de las ruedas dentadas son inversamente proporcionales a los diámetros primitivos, o bien, a los números de dientes.

$$\text{Así: } \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_{o2}}{d_{o1}} = \frac{m \cdot z_2}{m \cdot z_1}$$

Relación de transmisión = $\frac{\text{Nº revoluciones de la rueda motriz}}{\text{Nº revoluciones de la rueda arrastrada}}$

$$i = \frac{n_1}{n_2}$$

Fórmula general para la relación de transmisión

Relación de transmisión = $\frac{\text{Nº dientes de la rueda arrastrada}}{\text{Nº dientes de la rueda motriz}}$

$$i = \frac{d_{o2}}{d_{o1}} = \frac{z_2}{z_1}$$

Fórmula especial para los engranajes

La relación de transmisión se calcula siempre de modo que el numerador o el denominador sea igual a 1 (ver el ejemplo de al lado)

2. Calcular la relación de transmisión i para los siguientes engranajes y considerar si es en multiplicación o en división.

$$\text{a) } z_1 = 60 \quad n_1 = 132 \text{ 1/min} \\ z_2 = 72 \quad n_2 = 110 \text{ 1/min}$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{132}{110} = \frac{1,2}{1} = 1,2 : 1$$

o bien

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{72}{60} = \frac{1,2}{1} = 1,2 : 1$$

La transmisión es en reducción. El denominador es igual a 1.

$$\text{b) } z_1 = 105 \quad n_1 = 310 \text{ 1/min} \\ z_2 = 30 \quad n_2 = 1085 \text{ 1/min}$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{310}{1085} = \frac{1}{1085 : 310} = \frac{1}{3,5} = 1 : 3,5$$

o bien:

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{30}{105} = \frac{1}{105 : 30} = \frac{1}{3,5} = 1 : 3,5$$

La transmisión es en multiplicación. El numerador es igual a 1.

Nota

Hay engranajes de ruedas cilíndricas (rectas, oblicuas, etc.) y de ruedas cónicas, pero ambos se calculan con las mismas fórmulas.

Ejercicios

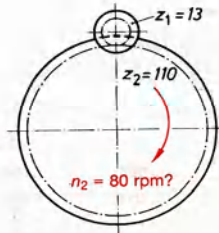
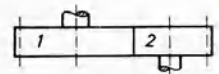
28.11 De la fórmula fundamental para la transmisión por ruedas dentadas despejar a) las revoluciones n_1 y n_2 y b) los números de dientes z_1 y z_2 .

28.12 La rueda dentada 1 con 52 dientes gira a $n_1 = 1\,200$ 1/min revoluciones y engrana en la rueda dentada 2 que tiene 30 dientes. Calcular las revoluciones n_2 .

28.13 Dos ruedas dentadas engranan entre sí. ¿Cuál ha de ser el número de vueltas de la menor para que la mayor gire a $n_2 = 80$ 1/min revoluciones?

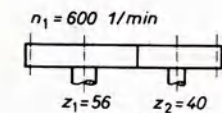
28.14 Rellenar los datos que faltan en la tabla.

Ejercicio	a)	b)	c)	d)	e)
z_1	22	?	42	16	38
z_2	?	17	35	44	?
n_1 [1/min]	1500	600	540	?	130
n_2 [1/min]	330	1200	?	1650	260

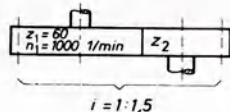


28.13

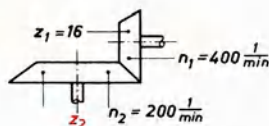
28.15 La rueda motriz de un engranaje gira a 1 500 1/min revoluciones y arrastra una segunda rueda a 2 500 1/min revoluciones. Calcular la relación de transmisión.



28.16



28.18



28.16 Para el engranaje sencillo del dibujo calcular a) la relación de transmisión i y b) las revoluciones n_2 .

28.17 De la fórmula para el cálculo de la relación de transmisión despejar a) n_1 (z_1) y b) n_2 (z_2).

28.18 El engranaje del dibujo tiene una relación de transmisión de $1 : 1,5$. a) ¿Cuántos dientes tiene z_2 ? b) ¿Cuántas revoluciones n_2 ?

28.19 Calcular los datos que faltan en la tabla.

Ejercicio	a)	b)	c)	d)
z_1	20	32	?	42
z_2	?	64	100	14
n_1 [1/min]	1400	?	1000	1400
n_2 [1/min]	?	500	?	?
i	5 : 1	?	2 : 1	?

28.20 Determinar z_2 e i .

28.3 Doble engranaje

Explicación

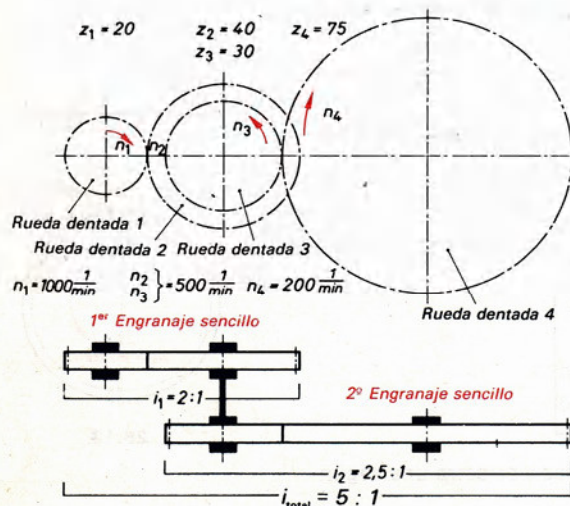
El doble engranaje consta de dos engranajes sencillos. También se distingue en ellos, en cuanto a funcionamiento, si son de multiplicación o de reducción.

Las grandes transmisiones (en multiplicación o reducción) mediante dobles engranajes se dividen en dos o más etapas.

Notaciones

En los dobles engranajes se tiene igualmente:

- Números impares $\rightarrow$ ruedas dentadas motrices
- Números pares $\rightarrow$ ruedas dentadas arrastradas



- z_1 = Número de dientes de la rueda motriz
- z_2 = Número de dientes de la rueda arrastrada
- z_3 = Número de dientes de la rueda motriz
- z_4 = Número de dientes de la rueda arrastrada
- n_1 = Revoluciones de la rueda motriz [1/min]
- n_2 = Revoluciones de la rueda arrastrada [1/min]
- n_3 = Revoluciones de la rueda motriz [1/min]
- n_4 = Revoluciones de la rueda arrastrada [1/min]
- i_1 = Relación de transmisión del primer engranaje sencillo
- i_2 = Relación de transmisión del segundo engranaje sencillo
- i_{total} = Relación de transmisión total del doble engranaje

Nota: En los dobles engranajes las ruedas dentadas 2 y 3 van montadas en un mismo eje, por lo cual $n_2 = n_3$.

Fórmula con ejemplo

1. Cálculo del número de revoluciones n_4

1º Sistema de cálculo

Se descompone el doble engranaje en dos sencillos:

$$z_1 \cdot n_1 = z_2 \cdot n_2$$

$$n_2 = \frac{z_1 \cdot n_1}{z_2}$$

$$z_3 \cdot n_3 = z_4 \cdot n_4$$

$$n_4 = \frac{z_3 \cdot n_3 (= n_2)}{z_4} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

Con los valores que figuran en el dibujo anterior, calcular n_2 y n_4 .

$$n_2 = \frac{z_1 \cdot n_1}{z_2} = \frac{20 \cdot 1000}{40}$$

$$n_2 = 500 \text{ 1/min}$$

$$n_4 = \frac{z_3 \cdot n_2}{z_4} = \frac{30 \cdot 500}{75}$$

$$n_4 = 200 \text{ 1/min}$$

2º Sistema de cálculo

$$n_4 = \frac{z_3 \cdot n_3 (= n_2)}{z_4}$$

En esta fórmula se substituye $n_3 (= n_2)$ por

$$n_3 (= n_2) = \frac{z_1 \cdot n_1}{z_2}$$

$$n_4 = \frac{z_3 \cdot z_1 \cdot n_1}{z_4 \cdot z_2}$$

Así pues:

$$n_4 = \frac{\text{Número de dientes de las ruedas motrices}}{\text{Número de dientes de las ruedas arrastradas}} \cdot n_1$$

$$n_4 = \frac{z_3 \cdot z_1 \cdot n_1}{z_4 \cdot z_2} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

Calcular n_4 para el dibujo anterior.

$$n_4 = \frac{z_3 \cdot z_1 \cdot n_1}{z_4 \cdot z_2} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

$$= \frac{30 \cdot 20 \cdot 1000}{75 \cdot 40}$$

$$n_4 = 200 \text{ 1/min}$$

2. Cálculo de la relación de transmisión total i_{total}

1º Sistema de cálculo

Cálculo de las relaciones de transmisión parciales y multiplicación de una por otra.

$$i_1 = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad i_2 = \frac{n_3}{n_4} = \frac{z_4}{z_3}$$

$$i_{\text{total}} = i_1 \cdot i_2$$

Calcular i_1 , i_2 e i_{total} para el dibujo de la página 180

$$i_1 = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1000}{500} = \frac{2}{1} = 2:1$$

$$i_2 = \frac{n_3}{n_4} = \frac{500}{200} = \frac{2,5}{1} = 2,5:1$$

$$i_{\text{total}} = i_1 \cdot i_2 = 2 \cdot 2,5 = 5:1$$

2º Sistema de cálculo

Las revoluciones son inversamente proporcionales a los números de dientes.

$$i_1 = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad i_2 = \frac{n_3}{n_4} = \frac{z_4}{z_3}$$

$$i_{\text{total}} = i_1 \cdot i_2 = \frac{n_1 \cdot n_3}{n_2 \cdot n_4} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$$

$$i_{\text{total}} = \frac{n_1}{n_4} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$$

Calcular i_{total} para el dibujo de la página 180

$$i_{\text{total}} = \frac{n_1}{n_4} = \frac{1000}{200} = \frac{5}{1} = 5:1$$

o bien

$$i_{\text{total}} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = \frac{40 \cdot 75}{20 \cdot 30} = \frac{300}{60}$$

$$i_{\text{total}} = \frac{5}{1} = 5:1$$

Nota

- Las fórmulas son válidas no sólo para dobles engranajes, sino también para engranajes múltiples.

n_o = Revoluciones de la primera rueda

n_i = Revoluciones de la última rueda

$$i_{\text{total}} = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \dots$$

$$i_{\text{total}} = \frac{z_2 \cdot z_4 \cdot z_6 \dots}{z_1 \cdot z_3 \cdot z_5 \dots}$$

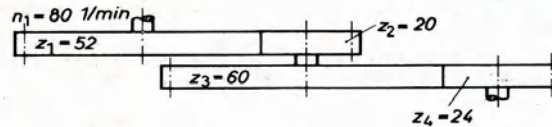
$$i_{\text{total}} = \frac{n_o}{n_i}$$

$$n_i = \frac{z_1 \cdot z_3 \cdot z_5 \dots}{z_2 \cdot z_4 \cdot z_6 \dots} \cdot n_o \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

- Las ruedas intermedias lo único que varían es el sentido de giro.
- La transmisión en las cajas de cambio de los automóviles es casi siempre con dobles engranajes.

Ejercicios

28.21 Para el doble engranaje representado, calcular las revoluciones n_2 , n_3 y n_4 .



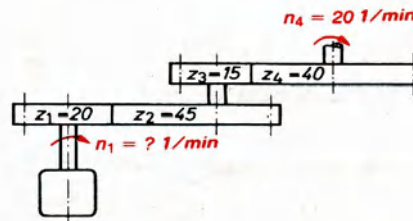
28.22 Un doble engranaje tiene las siguientes características:

$$z_1 = 25; z_2 = 70; z_3 = 35; z_4 = 50$$

¿Cuál es el número de revoluciones n_4 cuando el valor de n_1 asciende a 600 1/min?

28.23 De la fórmula para el cálculo de las revoluciones n_4 , despejar n_1 .

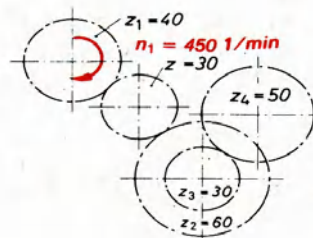
28.24 ¿Cuál ha de ser n_1 de accionamiento de la máquina para que las revoluciones de trabajo n_4 sean 20 1/min?



28.25 Calcular las relaciones de transmisión parciales i_1 e i_2 y la total del engranaje representado en el ejercicio anterior.

28.26 En la primera etapa del doble engranaje dibujado va incorporada una rueda intermedia. Calcular:

- Las relaciones de transmisión parciales i_1 e i_2
- La relación de transmisión total i_{total}
- Las revoluciones n_4

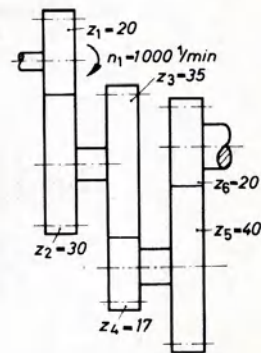


28.27 Para el engranaje múltiple del dibujo calcular:

- las relaciones de transmisión parciales i_1 , i_2 e i_3 ,
- la relación de transmisión total i_{total} y
- las revoluciones n_6 .

28.28 Calcular los valores que faltan en la tabla del doble engranaje:

Ejercicio	a)	b)	c)	d)
z_1	16	20	?	40
z_2	32	?	50	32
z_3	18	20	?	?
z_4	36	?	120	24
n_1 [1/min]	80	1400	?	30
n_2 [1/min]	?	?	?	?
n_3 [1/min]	?	?	?	?
n_4 [1/min]	?	?	600	?
i_1	?	3 : 1	1 : 2,5	?
i_2	?	2,5 : 1	?	?
i_{total}	?	?	1 : 5	2,4 : 1



28.29 El husillo de un taladro gira a 2 080 rpm y está accionado por una transmisión doble con relaciones $i_1 = 1 : 1,3$ e $i_2 = 1 : 1,6$.

Calcular las revoluciones del motor.

29 Cálculo de transmisiones (cajas de cambios)

29.1 Relación de transmisión

Explicación

El motor de explosión tiene su máxima capacidad de rendimiento en la zona denominada de autorregulación.

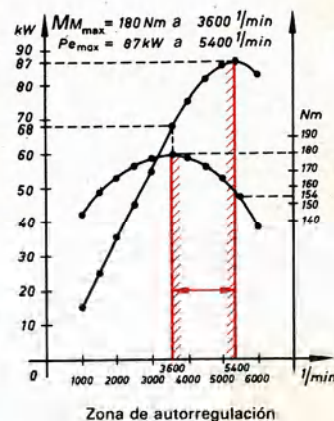
La zona de autorregulación está el intervalo de revoluciones entre las del par motor máximo (M_{max}) y las de máxima potencia ($P_{e,max}$) del motor.

Es por ello que para que todas las condiciones de marcha (llano, pendiente, carga, arranque) se mantenga ese intervalo de revoluciones se intercala en la transmisión de la fuerza una caja de cambios.

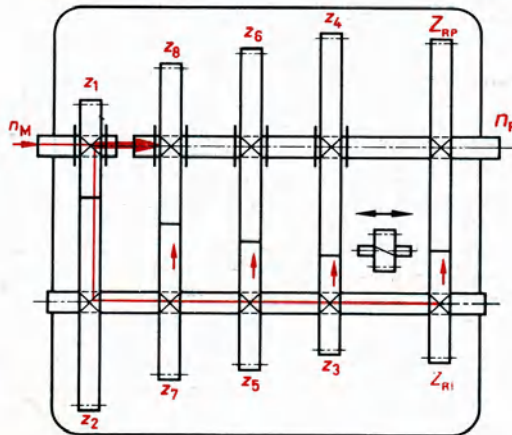
La caja de cambios modifica al embragar las distintas marchas la relación entre el motor y el eje motriz.

La caja de cambios es en cada una de las marchas un doble engranaje y como tal se calculan (sección 28.3).

La relación de transmisión del cambio es la que existe entre las revoluciones del motor y las del árbol principal.



Notaciones



n_M = Número de revoluciones del motor [1/min]
 n_p = Número de revoluciones del árbol principal [1/min]

$i_{\text{caja I-II-III-IV-R}}$ = Relaciones de transmisión de las distintas marchas incluida la marcha atrás (R)
 $z_1, z_2, z_3, \text{etc.}$ = Número de dientes de las distintas ruedas del cambio

z_{RP} = Rueda de marcha atrás en el árbol principal

z_{RI} = Rueda de marcha atrás en el árbol intermedio

Caja de cuatro marchas
 (La sincronización no está representada)

Fórmula con ejemplo

1º Cálculo de la relación de transmisión por las revoluciones

$$i_{\text{caja}} = \frac{\text{Revoluciones del motor}}{\text{Revoluciones del árbol principal}}$$

$$i_{\text{caja}} = \frac{n_M}{n_H}$$

Un motor va a 3 240 1/min revoluciones y el árbol principal a 800 1/min revoluciones. Calcular la relación de transmisión.

$$i_{\text{caja}} = \frac{n_M}{n_p} = \frac{3240}{800} = 4,05 : 1$$

2º Cálculo de la relación de transmisión por los números de dientes

Una caja de cambio tiene los siguientes dientes:

$$\begin{array}{lll} z_1 = 18 & z_2 = 27 & z_3 = 14 \\ z_4 = 36 & z_5 = 17 & z_6 = 27 \\ z_7 = 21 & z_8 = 22 & z_{RI} = 14 \\ z_{RP} = 36 & & \end{array}$$

Calcular i_{caja} para cada una de las marchas.

$$i_I = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = \frac{27 \cdot 36}{18 \cdot 14} = 3,86 : 1$$

$$i_{II} = \frac{z_2 \cdot z_6}{z_1 \cdot z_5} = \frac{27 \cdot 27}{18 \cdot 17} = 2,38 : 1$$

$$i_{III} = \frac{z_2 \cdot z_8}{z_1 \cdot z_7} = \frac{27 \cdot 22}{18 \cdot 21} = 1,57 : 1$$

$$i_{IV} = \frac{1}{1} = 1 : 1$$

$$i_R = \frac{z_2 \cdot z_{RP}}{z_1 \cdot z_{RI}} = \frac{27 \cdot 36}{18 \cdot 14} = 3,86 : 1$$

$i_{\text{caja}} \cdot \text{I. marcha} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$
$i_{\text{caja}} \cdot \text{II. marcha} = \frac{z_2 \cdot z_6}{z_1 \cdot z_5}$
$i_{\text{caja}} \cdot \text{III. marcha} = \frac{z_2 \cdot z_8}{z_1 \cdot z_7}$
$i_{\text{caja}} \cdot \text{IV. marcha} = \frac{1}{1}$
$i_{\text{caja}} \cdot \text{Marcha atrás} = \frac{z_2 \cdot z_{RP}}{z_1 \cdot z_{RI}}$

Observación

1. En directa (tercera o cuarta) el valor de la relación de transmisión es casi siempre de 1 : 1 (por eso se llama "directa"); a veces, de 0,8-0,9 : 1.
2. La rueda intermedia en la marcha atrás no modifica la relación de transmisión sino el sentido de giro.

Ejercicios

29.1 Un motor Otto girando a 4 000 1/min revoluciones entrega en tercera al árbol principal 3 000 1/min revoluciones. Calcular la relación de transmisión.

29.2 El árbol principal gira en tercera a 1 850 1/min revoluciones cuando el motor va a 2 680 1/min revoluciones. ¿Cuál es la relación de transmisión?

29.3 De la fórmula para el cálculo de la relación de transmisión despejar el número de revoluciones del árbol principal.

29.4 ¿A cuántas revoluciones gira el árbol principal en segunda con un motor que da 3 200 1/min revoluciones? ($i_{II} = 1,95$).

29.5 Calcular las revoluciones del árbol principal de un Ford o todas sus marchas a 4 500 1/min revoluciones del motor. (Tomar las revoluciones de transmisión de la tabla de datos de los vehículos.)

29.6 Calcular la relación de transmisión en 1ª para el cambio de dos marchas representado en el dibujo con las siguientes ruedas dentadas:

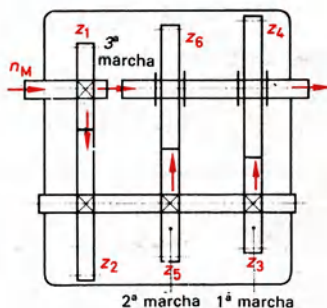
$$z_1 = 20 \quad z_3 = 17$$

$$z_2 = 30 \quad z_4 = 27$$

29.7 Un turismo lleva una caja de cambio de tres marchas. Calcular la relación de transmisión de todas ellas.

$$z_1 = 16 \quad z_3 = 19 \quad z_5 = 21$$

$$z_2 = 25 \quad z_4 = 40 \quad z_6 = 28$$



29.8 Una caja de cambio de cuatro marchas tiene los siguientes números de dientes:

$$z_1 = 20 \quad z_2 = 30 \quad z_3 = 16 \quad z_4 = 38 \quad z_{R1} = 18$$

$$z_5 = 17 \quad z_6 = 26 \quad z_7 = 20 \quad z_8 = 21 \quad z_{RP} = 40$$

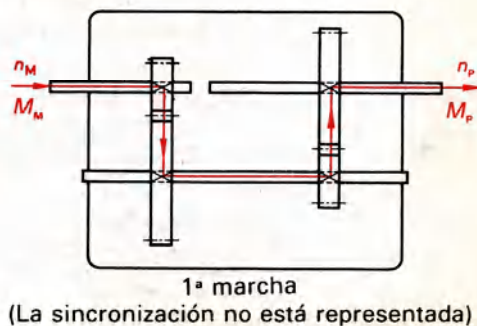
Calcular:

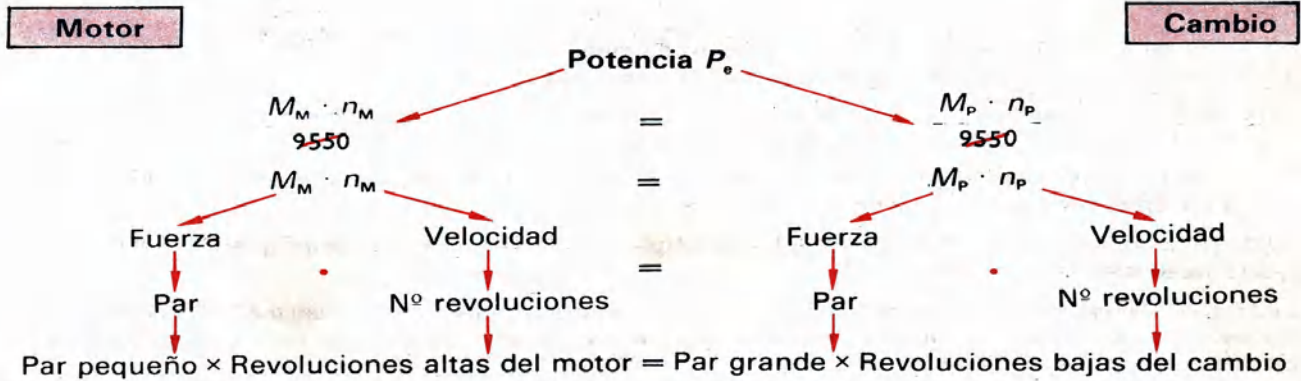
- Calcular la relación de transmisión para todas las marchas adelante y la marcha atrás.
- Las revoluciones del árbol principal en 2ª girando el motor a 2 800 1/min revoluciones.

29.2 Transmisión de las revoluciones del motor, transmisión del par motor

Explicación

La caja de cambio tiene por objeto hacer aprovechable al máximo la potencia del motor. Es por esta razón que en la sección 29.1 se han calculado las transmisiones. La potencia que entra en la caja de cambio es la misma que sale, es decir, la caja de cambio no altera la potencia (dejando aparte las pérdidas).





Por lo tanto: La transmisión en la caja de cambio lo que hace es:

- 1º Reducir las revoluciones del motor y
- 2º Aumentar el par motor.

Excepciones: En directa y superdirecta.

Por ello se llama también la caja de cambio convertidor de par.

Notaciones

n_M = Revoluciones del motor [1/min]

M_M = Par motor [Nm]

n_p = Revoluciones árbol principal [1/min]

M_p = Par árbol principal [Nm]

i_{caja} I-, II-, III-, IV-, Marcha atrás = Relación de transmisión de las distintas marchas

Fórmula con ejemplo

$$M_M \cdot n_M = M_p \cdot n_p$$

$$\frac{n_M}{n_p} = \frac{M_p}{M_M}$$

$$i_{\text{caja}} = \frac{n_M}{n_p} = \frac{M_p}{M_M}$$

El par motor asciende a 182 Nm a 3 600 1/min revoluciones. La relación de transmisión en primera en el dibujo anterior es de 3,9 : 1.

Calcular los siguientes puntos:

1. Las revoluciones del árbol principal.
2. El par del árbol principal.

1º Transmisión de las revoluciones del motor

Revoluciones del árbol principal = $\frac{\text{Revoluciones del motor}}{\text{Relación de transmisión}}$

$$n_p = \frac{n_M}{i_{\text{caja}}} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

Para el punto 1º

$$n_p = \frac{n_M}{i_{\text{caja 1ª Marcha}}} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

$$n_p = \frac{3600}{3,9} = 923 \text{ 1/min}$$

2º Transmisión del par motor

Par del árbol principal =
Par motor $\times$ Relación de transmisión

$$M_p = M_M \cdot i_{\text{caja}} \text{ [Nm]}$$

Para el punto 2º

$$M_p = M_M \cdot i_{\text{caja 1ª Marcha}} \text{ [Nm]}$$

$$M_p = 182 \cdot 3,9$$

$$M_p = 709,8 \text{ Nm}$$

Observación

El convertidor de par hidráulico (cambio hidráulico) varía el par motor sin escalonamiento, de modo continuo.

Ejercicios

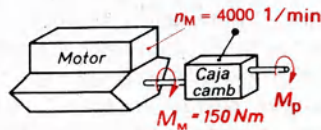
29.9 ¿Qué revoluciones en el árbol principal da en 3ª ($i_{III} = 1,34$) un motor Diesel a $n_M = 2\,500$ 1/min revoluciones?

29.10 El motor de un turismo a 2 500 1/min revoluciones (4 400 1/min) alcanza un par motor de 120 Nm (105 Nm).
Calcular:

- a) El par del árbol principal.
b) Las revoluciones del árbol principal en segunda ($i_{II} = 2,25$).

29.11 Las relaciones de transmisión de las distintas marchas de una caja de cambios de tres velocidades son:

$$\begin{array}{ll} i_I = 2,56 & i_{II} = 1,6 \\ i_{III} = 1,00 & i_R = 2,8 \end{array}$$



Calcular las revoluciones y el par del árbol principal para cada una de las marchas.

29.12 Calcular las revoluciones y el par del árbol principal al máximo de revoluciones del motor Ford para cada una de las marchas. (Tomar los datos de la tabla de vehículos.)

29.13 Un motor Diesel da a 2 000 1/min (2 500 1/min) revoluciones del motor una potencia de 60 kW (55 kW). La transmisión tiene una relación $i = 4,5 : 1$ ($3,8 : 1$).
Calcular:

- a) El par motor con ayuda de la fórmula

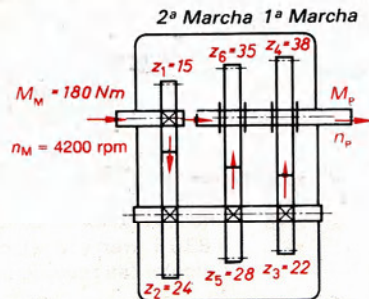
$$P_e = \frac{M_M \cdot n_M}{9\,550} \text{ [kW]}$$

- b) Las revoluciones en el árbol principal.
c) El par en el árbol principal.

29.14 Calcular para un camión KHD a la máxima potencia de su motor Diesel en todas las marchas.

- a) Las revoluciones del árbol principal.
b) El par motor.
c) El par del árbol principal.
(Tomar los datos de la tabla de vehículos.)

29.15 Para el cambio de tres marchas del dibujo calcular las revoluciones y el par del árbol principal para cada una de las marchas.



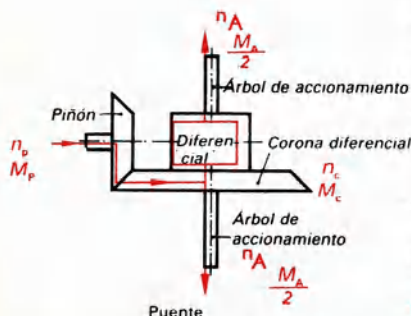
Valores adicionales de cálculo:

b) $M_M = 328 \text{ Nm}$
 $n_M = 4500 \text{ 1/min}$

a) $M_M = 145 \text{ Nm}$
 $n_M = 2800 \text{ 1/min}$

30 | Velocidad del vehículo

30.1 Relación de transmisión en el puente, transmisión de las revoluciones en el puente, transmisión del par de giro en el puente



En el puente se encuentra igualmente una transmisión de las revoluciones y del momento de giro.

El puente puede estar construido como árbol trasero de accionamiento en las transmisiones normales o tracción trasera y como árbol delantero de accionamiento en la tracción delantera.

Para el puente se emplean principalmente piñones.

La transmisión por piñones se calcula con la misma fórmula que los engranajes de ruedas rectas (sección 28.2).

La relación de transmisión del puente es la existente entre las revoluciones del piñón y las de la corona del diferencial.

El piñón y la corona del diferencial transmiten al puente las revoluciones y el par de giro. Las primeras se reducen y el segundo se aumenta.

Notaciones

n_p = Revoluciones del piñón [1/min]

n_c = Revoluciones de la corona del diferencial [1/min]

n_A = Revoluciones del árbol de accionamiento

z_p = Número de dientes del piñón

i_{dif} = Relación de transmisión del puente.

M_p = Par del piñón [Nm]

M_c = Par de la corona del diferencial [Nm]

M_A = Par del árbol de accionamiento [Nm]

z_c = Número de dientes de la corona del diferencial

Observación: $n_c \triangleq n_A$ y $M_c \triangleq M_A$

Fórmula con ejemplo

1. Relación de transmisión en el puente

$$i_{dif} = \frac{\text{Número de revoluciones del piñón}}{\text{Número de revoluciones de la corona dif.}}$$

$$i_{dif} = \frac{n_p}{n_A(n_c)}$$

o bien

$$i_{dif} = \frac{\text{Número de dientes de la corona dif.}}{\text{Número de dientes del piñón}}$$

$$i_{dif} = \frac{z_c}{z_p}$$

El piñón de un puente da 800 1/min revoluciones y tiene 9 dientes. La corona del diferencial tiene 40 dientes y da 180 1/min revoluciones. Calcular la relación de transmisión.

1º sistema

$$i_{dif} = \frac{n_p}{n_c} = \frac{800}{180} = 4,4 : 1$$

2º sistema

$$i_{dif} = \frac{z_c}{z_p} = \frac{40}{9} = 4,4 : 1$$

2. Transmisión de las revoluciones en el puente (ver 29.2)

$$M_p \cdot n_p = M_c \cdot n_c \text{ (bzw. } M_A \cdot n_A)$$

$$\frac{n_p}{n_c(n_A)} = \frac{M_c(M_A)}{M_p} = i_{dif}$$

Por lo tanto:

$$i_{dif} = \frac{n_p}{n_c(n_A)}$$

$$n_c(n_A) = \frac{n_p}{i_{dif}} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

Las revoluciones del piñón de un puente ascienden a 830 1/min y la relación de transmisión es 4,15 : 1. Calcular las revoluciones del árbol de accionamiento.

$$n_A = \frac{n_p}{i_{dif}} = \frac{830}{4,15}$$

$$n_A = 200 \text{ 1/min}$$

3. Transmisión del par de giro en el puente (ver 29.2)

$$\frac{n_p}{n_c (n_A)} = \frac{M_c (M_A)}{M_p} = i_{\text{diff}}$$

Por lo tanto:

$$i_{\text{diff}} = \frac{M_c (M_A)}{M_p}$$

$$M_c (M_A) = M_p \cdot i_{\text{diff}} \text{ [Nm]}$$

El par de giro del piñón de un puente es de 750 Nm y la relación de transmisión 3,95 : 1. Calcular el par de la corona del diferencial, o sea, del árbol de accionamiento.

$$M_c (M_A) = M_p \cdot i_{\text{diff}} \text{ [Nm]}$$

$$M_c (M_A) = 750 \cdot 3,95 = \underline{2962,5 \text{ Nm}}$$

Nota

La relación de transmisión en el puente suele ser de 3,5 : 1 a 6 : 1 y en los camiones llega hasta 10 : 1.

Ejercicios

30.1 ¿Qué relación de transmisión tiene un puente en el cual el piñón gira a 1 500 1/min revoluciones y el árbol de accionamiento a 380 1/min? *NC = 240*

30.2 El piñón del puente de un turismo tiene 11 dientes y engrana con una corona de 42 dientes. Calcular su relación de transmisión.

30.3 De la fórmula para el cálculo de la relación de transmisión de un puente, despejar el número de dientes del piñón.

30.4 El puente de un turismo tiene una relación de 4,0 : 1 y la corona es de 52 dientes. Calcular el número de dientes del piñón.

30.5 El piñón de un puente gira a 680 1/min revoluciones. La relación de transmisión es de 4,5 : 1. ¿A cuántas revoluciones 1/min gira el árbol de accionamiento? *NC = 240*

30.6 El piñón de un puente tiene 9 dientes y gira a 420 1/min revoluciones. La relación de transmisión es de 6,67 : 1.

Calcular:

a) El número de dientes de la corona del diferencial.

b) Las revoluciones del árbol de accionamiento.

30.7 El piñón del puente de un BMW gira a 1 200 1/min revoluciones. ¿Cuáles son las revoluciones del árbol de accionamiento?

(Tomar la relación de transmisión de la tracción trasera de la tabla de características de los vehículos.)

30.8 El árbol trasero de un Opel gira a $n_A = 45$ 1/min.

Calcular las revoluciones del piñón.

(Tomar la relación de transmisión de la tabla de características de los vehículos.)

30.9 En el piñón de un puente actúa un par de 320 Nm. La relación de transmisión es de 3,8 : 1. ¿Cuál es el par en el árbol de accionamiento?

30.10 El piñón de un puente tiene 12 dientes y la corona del diferencial 47. En el piñón, que gira a 800 1/min revoluciones, actúa un par de 220 Nm.

Calcular:

a) La relación de transmisión del árbol de accionamiento.

b) Las revoluciones y el par del árbol de accionamiento.

30.11 De la fórmula para el cálculo del par de giro en el árbol de accionamiento despejar la relación de transmisión.

30.12 Del cambio de marchas llega al puente un par de 190 Nm. El par del árbol de accionamiento es de 800 Nm.

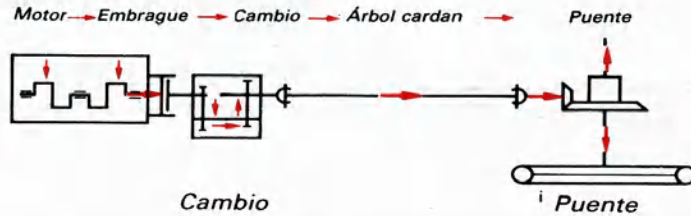
Calcular su relación de transmisión.

30.13 Calcular para un BMW las revoluciones y el par del árbol de accionamiento si el piñón gira a 3 000 1/min revoluciones y el par correspondiente es de 150 Nm.

(Tomar la relación de transmisión de la tabla de características de los vehículos.)

30.2 Relación de transmisión total del flujo de fuerza en la tracción normal

Explicación



$$n_M \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

$$M_M \text{ [Nm]}$$

Relación de transmisión total del
flujo de fuerza en la tracción normal

$$n_A \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

$$M_A \text{ [Nm]}$$

En el flujo de fuerza del vehículo intervienen dos transmisiones:

- 1º Las diferentes transmisiones del cambio según la marcha (caja de cambios).
- 2º Transmisión invariable del puente.

Las transmisiones del cambio constan principalmente de dos distintas transmisiones sencillas. Se trata pues de un doble engranaje. La transmisión del puente es generalmente sencilla (ver sección 30.1).

La relación de transmisión total es la existente entre las revoluciones del motor y las del árbol de accionamiento, o bien entre el par del árbol de accionamiento y el par motor.

La relación de transmisión total se calcula multiplicando cada una de las transmisiones de la caja de cambios por la del puente.

Notaciones

n_M = Revoluciones del motor [1/min]

M_M = Par motor [Nm]

n_A = Revoluciones del árbol de accionamiento [1/min]

M_A = Par del árbol de accionamiento [Nm]

i = Relación de transmisión del cambio

i_{dif} = Relación de transmisión del puente

i_t . I,- II,- III,- IV,- Marcha atrás = Relación de transmisión total de las distintas marchas

Fórmula con ejemplo

$$i_t = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \cdot i_4 \dots$$

$$i_t = i_{\text{caja}} \cdot i_{\text{puente}}$$

O bien

$$i_t = \frac{n_M}{n_A} = \frac{M_A}{M_M}$$

De donde resulta

Revoluciones del árbol de accionamiento = $\frac{\text{Revoluciones del motor}}{\text{Relación de transmisión total}}$

$$n_A = \frac{n_M}{i_t} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

Una caja de cambios tiene en segunda una transmisión de 2,3 : 1 y un puente trasero de accionamiento con una transmisión de 3,92 : 1. Calcular la relación de transmisión total.

$$i_t = i_{\text{caja}} \cdot i_{\text{puente}}$$

$$i_t = 2,3 \cdot 3,92 = \underline{9,016 : 1}$$

El motor de un vehículo a 3 000 1/min revoluciones tiene un par de 185 Nm. La relación de transmisión total en segunda es de 6,78 : 1. Calcular:

- a) Las revoluciones del árbol de accionamiento
- b) El par del árbol de accionamiento

b) Radio dinámico

El radio dinámico es la distancia del centro de la rueda al plano del suelo, pero con el vehículo en marcha.

El radio dinámico es siempre algo mayor que el estático, pues por la fuerza centrífuga la forma del neumático se proyecta hacia afuera. Por ejemplo, el neumático anterior 155 SR 13, puede tener un radio dinámico de 273 ± 6 mm de tolerancia.)

2. Revoluciones del motor

El motor de combustión interna transforma la energía química del combustible en energía cinética del pistón o del cigüeñal. El motor tiene un número determinado de revoluciones que se transmiten a las ruedas motrices.

3. Transmisión total

Las revoluciones del motor, en su curso hacia las ruedas motrices, sufren dos transformaciones en reducción, primero en la caja de cambios y luego en el puente. La velocidad del vehículo se calcula con la fórmula para la velocidad tangencial (20.2) considerando el radio dinámico, las revoluciones del motor y la relación de transmisión total.

Notaciones

$V_{v(I, II, III, IV, R)}$ = Velocidad del vehículo en las distintas marchas (km/h)

$i_{t(I, II, III, IV, R)}$ = Relación de transmisión total en las distintas marchas

n_A = Revoluciones del árbol de accionamiento, o sea, de las ruedas motrices (1/min)

n_M = Revoluciones del motor (1/min)

R_{din} = Radio dinámico (mm)

Fórmula con ejemplo

Fórmula general para la velocidad $\rightarrow v = \frac{s}{t}$

Revoluciones del árbol de accionamiento o de las ruedas motrices (30.2) $\rightarrow n_A = \frac{n_M}{i_t}$

$$V_v = 2 \cdot R_{din} \cdot \pi \cdot n_A \text{ [mm/min]}$$

$$V_v = \frac{2 \cdot R_{din} \cdot \pi \cdot n_M}{i_t} \text{ [mm/min]}$$

$$V_v = \frac{2 \cdot R_{din} \cdot \pi \cdot n_M \cdot 3,6}{i_t \cdot 60 \cdot 1000} \text{ [km/h]}$$

$$V_v = \frac{\text{Perímetro neumático} \times \text{Nº rev motor} \cdot 3,6}{\text{Relación de transmisión total} \cdot 60 \cdot 1000}$$

$$V_{v(I, II, III, IV, R)} = \frac{2 \cdot R_{din} \cdot \pi \cdot n_M \cdot 3,6}{i_{t(I, II, III, IV, R)} \cdot 60 \cdot 1000} \text{ [km/h]}$$

La relación de transmisión total es:

$$i_{II} = 4,375 \cdot 3,8 = 16,63 : 1$$

$$i_{III} = 4,375 \cdot 2,06 = 9,01 : 1$$

$$i_{IV} = 4,375 \cdot 1,32 = 5,78 : 1$$

$$i_{v} = 4,375 \cdot 0,89 = 3,89 : 1$$

$$R_{din} = 307 \text{ mm}, n_M = 3\,600 \text{ [1/min]}$$

Calcular las velocidades del vehículo en las distintas marchas.

$$V_v = \frac{2 \cdot R_{din} \cdot \pi \cdot n_M \cdot 3,6}{i_t \cdot 60 \cdot 1000} \text{ [km/h]}$$

$$V_{vI} = \frac{2 \cdot 307 \cdot 3,14 \cdot 3600 \cdot 3,6}{16,63 \cdot 60 \cdot 1000}$$

$$V_{vI} = \frac{416,65}{16,63} = 25 \text{ km/h}$$

$$V_{vII} = \frac{416,65}{9,01} = 46,2 \text{ km/h}$$

$$V_{vIII} = \frac{416,65}{5,78} = 72,1 \text{ km/h}$$

$$V_{vIV} = \frac{416,65}{3,89} = 107,1 \text{ km/h}$$

Observación

En el diagrama de revoluciones-velocidades se ve la dependencia entre las revoluciones del motor y la velocidad del vehículo. (En el gráfico se han empleado las velocidades antes halladas.)

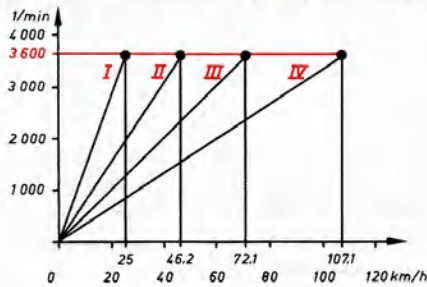
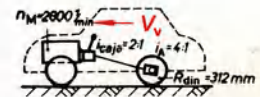


Diagrama revoluciones motor-velocidad

Ejercicios

30.22 Las ruedas motrices de un turismo tienen un radio dinámico de 280 mm. ¿Cuál es su velocidad en tercera ($i_{III} = 9,1 : 1$) con el motor a 3 600 1/min revoluciones?

30.23 Para el vehículo representado calcular a) la relación de transmisión total y b) la velocidad del vehículo.

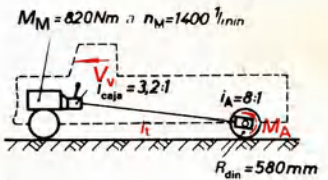


30.24 Calcular para el automóvil Opel a) la relación de transmisión total en todas las marchas y b) las velocidades correspondientes con el motor a 4 750 1/min revoluciones. (Tomar los datos de las tablas de características de los vehículos.)

30.25 ¿Qué velocidad alcanza el Büssing en 5ª a 2 200 1/min revoluciones? (Tomar los datos de las tablas de características de los vehículos.)

30.26 Un motor Diesel desarrolla un par de 650 Nm a 2 000 1/min revoluciones. La relación de transmisión total en 3ª es de 14,5 : 1 y el radio dinámico de las ruedas motrices es de 520 mm. Calcular:

- Las revoluciones del árbol de accionamiento.
- El par del árbol de accionamiento.
- La velocidad del vehículo.



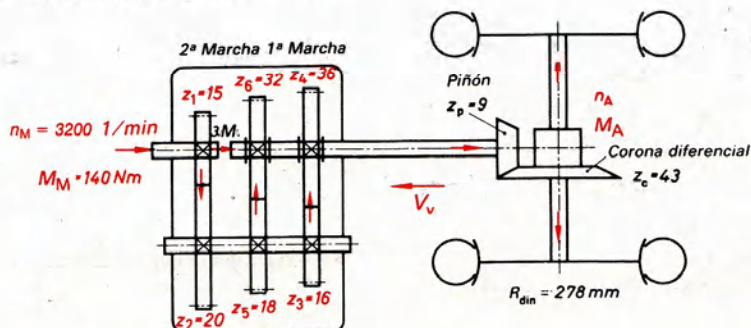
30.27 Para el camión representado en el dibujo calcular a) la relación de transmisión total, b) la velocidad y c) el par en las ruedas motrices.

30.28 Para el camión MAN calcular:

- La relación de transmisión total en todas las marchas.
- Al par motor máximo, el que corresponde al árbol de accionamiento y las revoluciones del mismo. (Tomar los datos de la tabla de características de los vehículos.)

30.29 Para el mecanismo de accionamiento del dibujo calcular:

- Las tres relaciones de transmisión de la caja de cambios.
- La relación de transmisión del puente.
- La relación de transmisión total en todas las marchas.
- Las revoluciones y pares correspondientes en el árbol de accionamiento.
- Las velocidades en las distintas marchas.



31 | Dirección

31.1 Relación de transmisión de la dirección, recorrido de las ruedas en las curvas

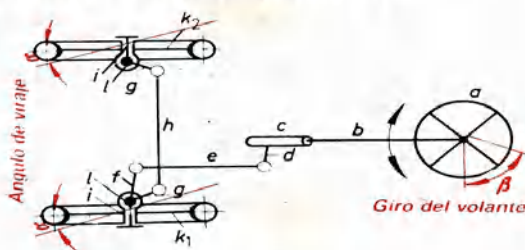
Explicación

1. Relación de transmisión de la dirección

En la dirección por las manguetas del eje se da a las ruedas k que giran en las manguetas i , la orden de que viren alrededor de los pivotes de mangueta l . El giro del volante a se transmite mediante el husillo de dirección b al engranaje de la dirección (mecanismo de la dirección) c en el cual, el movimiento giratorio se transforma en basculante (de viraje) de la palanca del mecanismo de la dirección d . A través de la biela longitudinal e y de la biela de mando f , que está unida solidariamente a la mangueta i , se vira la rueda delantera k_1 . La otra rueda delantera, la k_2 , se vira con la ayuda de la palanca de mando g y la barra de acoplamiento h . De este modo el sistema de dirección transforma el movimiento de giro del volante en un cierto ángulo β en otro de viraje α de las ruedas dirigidas.

La relación de transmisión de la dirección es la que existe entre el ángulo de giro β del volante y el correspondiente de viraje α de la rueda dirigida k_1 .

En la dirección la relación de transmisión es su reducción (a más despacio) puesto que de un giro grande del volante resulta sólo uno pequeño de viraje de las ruedas dirigidas. Esta reducción (desmultiplicación) se logra mediante el mecanismo de la dirección y las barras articuladas (palancas).

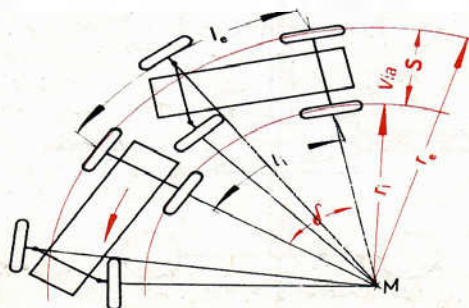


Constitución de una dirección por las manguetas del eje

2. Recorrido de las ruedas en las curvas

En las curvas las ruedas de la parte de fuera (exterior) hacen un mayor recorrido que las de dentro (parte interior).

El resultado de esto es que las ruedas de fuera giran más deprisa que las de dentro en las curvas (en las ruedas motrices es necesario el diferencial). El radio r_o de la trayectoria de las ruedas exteriores a la curva es mayor que el radio r_i de las interiores en el valor S que es el ancho entre ruedas o vía.



Recorridos diferentes de las ruedas en las curvas

Notaciones

i_D = Relación de transmisión de la dirección [-]
 β = Ángulo de giro del volante [°]
 α = Ángulo de viraje de las ruedas delanteras [°]
 S = Ancho entre ruedas o vía [m]
 δ = Ángulo del arco recorrido [°]

r_e = Radio de la trayectoria de las ruedas exteriores [m]
 r_i = Radio de la trayectoria de las ruedas interiores [m]
 l_e = Longitud recorrida por las ruedas exteriores [m]
 l_i = Longitud recorrida por las ruedas interiores [m]

Fórmula con ejemplo

1. Relación de transmisión de la dirección

La fórmula es:

Relación de transmisión de la dirección = $\frac{\text{Ángulo de giro del volante}}{\text{Ángulo de viraje de las ruedas delanteras}}$

$$i_D = \frac{\beta}{\alpha} \quad [-]$$

Un camión tiene una relación de transmisión de la dirección (desmultiplicación) $i = 32 : 1$. ¿Qué ángulo de viraje corresponde a dos vueltas del volante?

$$i_D = \frac{\beta}{\alpha} \quad [-]$$

$$\alpha = \frac{\beta}{i_D} = \frac{2 \cdot 360^\circ}{32} = \underline{22,5^\circ}$$

2. Recorrido de las ruedas en las curvas

Para la conversión de grados en arco se aplica la siguiente fórmula:

$$l_A = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360^\circ} \quad (\text{capítulo 22 y sec. 4.2})$$

Si en esta fórmula se substituye d por $2r$ y α por δ , resulta

$$l_A = \frac{2r \cdot \pi \cdot \delta}{360^\circ} = \frac{r \cdot \pi \cdot \delta}{180^\circ}$$

Con los valores de las longitudes recorridas por las ruedas exteriores o las interiores, las fórmulas quedan así:

$$l_e = \frac{r_e \cdot \pi \cdot \delta}{180^\circ} \quad [m]$$

$$l_i = \frac{r_i \cdot \pi \cdot \delta}{180^\circ} \quad [m]$$

Calcular las longitudes recorridas por las ruedas externas e internas, respectivamente, de un turismo que tiene una vía de 1 250 mm.

El radio de la curva externa es de 7 m y el arco recorrido en la curva es de 60° .

$$l_e = \frac{r_e \cdot \pi \cdot \delta}{180^\circ} \quad [m]$$

$$= \frac{7 \text{ m} \cdot \pi \cdot 60^\circ}{180^\circ} = \underline{7,33 \text{ m}}$$

$$l_i = \frac{r_i \cdot \pi \cdot \delta}{180^\circ} \quad [m]$$

$$r_i = r_e - S$$

$$= 7 \text{ m} - 1,25 \text{ m} = 5,75 \text{ m}$$

$$l_i = \frac{5,75 \text{ m} \cdot \pi \cdot 60^\circ}{180^\circ} = \underline{6,02 \text{ m}}$$

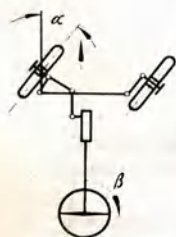
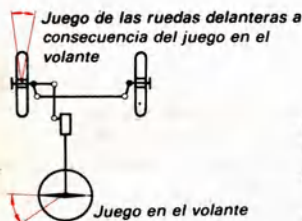
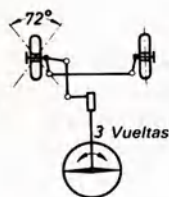
Observaciones

Por lo general, la relación de transmisión de la dirección no es igual a lo largo de todas las vueltas del volante. En la posición centrada del volante (conducción en línea recta) el movimiento de las palancas articuladas (varillaje de la dirección) tiene más desmultiplicación que con el volante bien metido a la derecha o a la izquierda. De esta manera se mantiene fácil el vehículo por su carril en los tramos rectos y se pueden virar las ruedas con mayor rapidez en las curvas cerradas.

Ejercicios

1. Relación de transmisión de la dirección

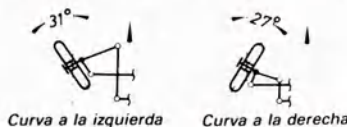
31.1 De la fórmula para el cálculo de la relación de transmisión de la dirección despejar a) el ángulo de giro del volante y b) el ángulo de viraje de las ruedas delanteras.



31.2 En un turismo, para girar de todo a la derecha a todo a la izquierda hay que darle tres vueltas al volante. ¿Cuál es la desmultiplicación de la dirección si con esas tres vueltas las ruedas viran un ángulo de 72° ?

31.3 ¿Cuántos grados viran las ruedas delanteras de un camión cuando se le dan dos vueltas al volante ($i_o = 28 : 1$)?

31.4 Para llevar unas ruedas que están viradas 31° a la izquierda y dejarlas 27° a la derecha hay que darle al volante dos vueltas y media. Calcular la desmultiplicación de la dirección.



31.5 En la revisión de la dirección de un turismo con una desmultiplicación $i_o = 16,5 : 1$ se mide un juego en el volante de 35° . Calcular cuantos grados de juego no se pueden evitar en las ruedas delanteras a consecuencia del juego del volante.

31.6 La dirección de un camión tiene una desmultiplicación $i_L = 29,8 : 1$. ¿Cuántos grados hay que girar el volante para que las ruedas delanteras viren 20° ?

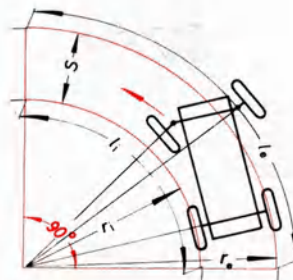
31.7 Para llevar un volante de su posición centrada a todo a la derecha hay que darle 1,5 vueltas. La desmultiplicación es $i_o = 16,8 : 1$. ¿Cuántos grados viran las ruedas dirigidas desde la posición recta hasta todo a la derecha?

31.8 Una camioneta tiene una dirección con una desmultiplicación $i_o = 21 : 1$. Calcular cuantos grados hay que girar el volante para que las ruedas viren 35° .

2. Recorrido de las ruedas en las curvas

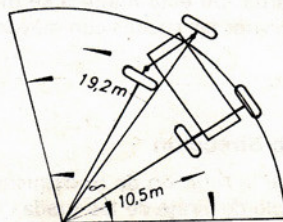
31.9 Un turismo recorre una curva de 90° con un radio de las ruedas internas de 8 m. El ancho entre ruedas (vía) del vehículo es de 1,35 m. Calcular:

- El radio de las ruedas exteriores.
- El recorrido de las ruedas interiores.
- El recorrido de las ruedas exteriores.
- La diferencia entre ambos recorridos de ruedas.



31.10 De las fórmulas para el cálculo de los recorridos de las ruedas exteriores e interiores despejar el ángulo α del arco recorrido.

31.11 Un camión recorre 19,2 m con su rueda trasera interna una trayectoria curva de 10,5 m de radio. ¿A cuántos grados corresponde esa longitud de arco?



31.2 Ángulo de convergencia, convergencia

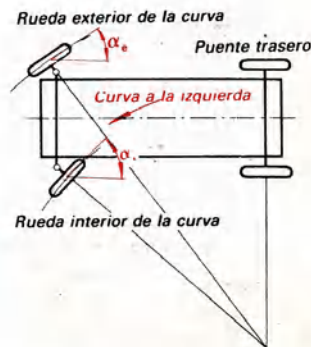
Explicación

1. Ángulo de convergencia

Al tomar una curva de la rueda interior ha de estar más virada que la exterior.

La diferencia entre los dos ángulos de viraje α_i y α_e de las ruedas delanteras se denomina ángulo de convergencia.

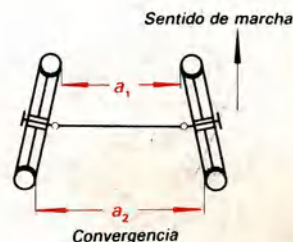
Ángulos de viraje distintos en las ruedas delanteras



2. Convergencia

En posición recta, las ruedas delanteras no quedan paralelas sino, generalmente, algo metidas hacia adentro por delante (en algunos vehículos van también inclinadas hacia afuera).

Esa diferencia de paralelismo de las ruedas delanteras se denomina convergencia. Gracias a ella, el varillaje de la dirección y los neumáticos se mantienen en tensión y se disminuye la tendencia a vibrar de las ruedas delanteras.



Notaciones

α_i = Ángulo de viraje de la rueda delantera interior en la curva [°]

α_e = Ángulo de viraje de la rueda delantera exterior en la curva [°]

γ = Ángulo de convergencia [°]

a_1 = Distancia entre las llantas por delante a media altura de la rueda [mm]

a_2 = Distancia entre las llantas por detrás a media altura de las ruedas [mm]

c = Convergencia

Fórmula con ejemplo

1. Ángulo de convergencia

Ángulo de convergencia = Ángulo de viraje de la rueda interior en la curva - ángulo de viraje de la rueda exterior en la curva.

$$\gamma = \alpha_i - \alpha_e \text{ [°]}$$

El ángulo de viraje de la rueda exterior en la curva es de 16°; el de la interior, de 21°. ¿Cuál es el ángulo de convergencia?

$$\begin{aligned} \gamma &= \alpha_i - \alpha_e \text{ [°]} \\ &= 21^\circ - 16^\circ = \underline{5^\circ} \end{aligned}$$

2. Convergencia

Una medida para la determinación de la convergencia es la diferencia entre las distancias a_1 y a_2 de los bordes de las llantas.

Convergencia = Distancia por detrás - Distancia por delante

$$c = a_2 - a_1 \text{ [mm]}$$

¿Cuál es la convergencia si $a_2 = 1\,275$ mm y

$a_1 = 1\,277$ mm?

$$c = a_2 - a_1 \text{ [mm]}$$

$$c = 1275 - 1277$$

$$c = -2 \text{ mm}$$

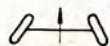
El vehículo tiene convergencia negativa (ver, nota 2).

Nota

1. La convergencia se da frecuentemente en grados de ángulo en vez de en mm de diferencia de distancias.

2. Convergencia positiva

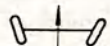
(+)



a_2 es mayor que a_1

Convergencia negativa (divergencia)

(-)



a_2 es menor que a_1

Ejercicios

1. Ángulo de convergencia

31.12 Calcular el ángulo de convergencia para el vehículo del dibujo.

31.13 Las ruedas delanteras de un vehículo están viradas hacia la izquierda y se mide en la de la izquierda un ángulo de 20° . ¿Cuántos grados tiene que estar virada la de la derecha si el ángulo de convergencia previsto es de $4^\circ 32'$?

31.14 Un camión en una curva lleva la rueda delantera izquierda virada $22^\circ 14'$ y la otra $17^\circ 23'$. Calcular el ángulo de convergencia.

31.15 En un coche accidentado se miden en la rueda izquierda $19^\circ 4'$ y $20^\circ 12'$ en la derecha cuando está virado a la derecha.

El fabricante prescribe un ángulo de convergencia de 4° . Comprobar si a consecuencia del accidente se ha doblado el varillaje de la dirección o si está desajustado.

31.16 En la medición del eje delantero de un turismo se tomaron los siguientes valores:

a) Ruedas delanteras viradas a la izquierda

Rueda izquierda $20^\circ 12'$

Rueda derecha $17^\circ 15'$;

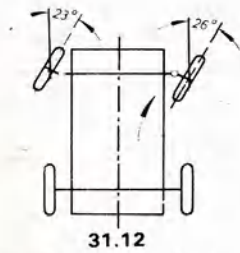
b) Ruedas delanteras viradas a la derecha

Rueda izquierda $16^\circ 4'$

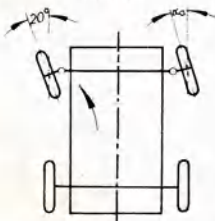
Rueda derecha $20^\circ 8'$

Calcular:

1. El ángulo de convergencia con las ruedas viradas a la izquierda.
2. El ángulo de convergencia con las ruedas viradas a la derecha.
3. La diferencia entre ambos ángulos de convergencia.



31.12



31.13



2. Convergencia

31.17 Calcular la convergencia del eje delantero del dibujo.

31.18 ¿Cuál y cómo es la convergencia de un vehículo de tracción delantera en el que la distancia entre llantas por delante es de 1 410 mm y por detrás de 1 408 mm?

31.19 Las ruedas delanteras de un vehículo se desgastan demasiado lateralmente de modo desigual y se comprueba por ello la convergencia hallando los siguientes valores:

$$a_1 = 1180 \text{ mm}$$

$$a_2 = 1186 \text{ mm}$$



Según datos del fabricante, la convergencia ha de ser de 3 mm. Calcular:

- a) La convergencia real
- b) Los valores precisos de a_1 y a_2 para la convergencia correcta.

31.20 En el eje delantero de un autobús quedan las ruedas delanteras paralelas, por lo que las distancias $a_1 = a_2 = 1\,750$ mm. Sin embargo, debería tener una convergencia de 8 mm. ¿A qué valores habría que ajustar a_1 y a_2 ?

31.21 Rellenar los datos que faltan.

Ejercicio	a)	b)	c)
Ángulo de viraje α	?	40°	30°
Ángulo de giro del volante β	180°	?	720°
Relación de transmisión i_o de la dirección	15,5:1	32,8:1	?

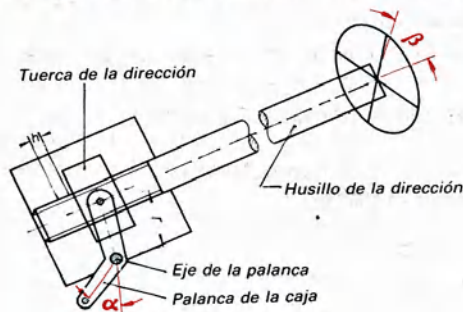
31.3 Mecanismo de la dirección

Explicación

Por medio del mecanismo de la dirección el movimiento de giro del volante se convierte en un movimiento lento oscilatorio de la palanca del mecanismo.

En principio se distingue entre tres clases distintas de cajas de dirección.

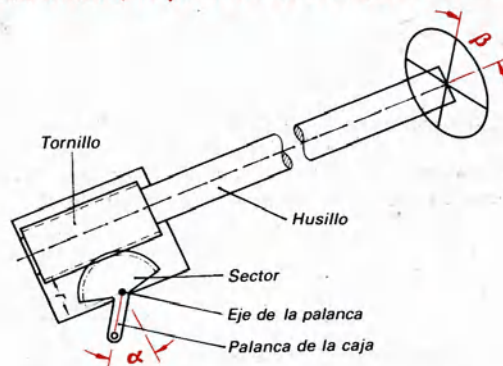
1. Caja de dirección de tornillo



En esta caja, por el movimiento del volante, la tuerca de la dirección corre por los filetes de rosca del extremo del husillo.

Ese movimiento de deslizamiento de la tuerca en uno u otro sentido se convierte mediante una palanca acodada (de dos brazos, la palanca de la caja) en un movimiento oscilatorio (de péndulo)

2. Caja de tornillo sin fin

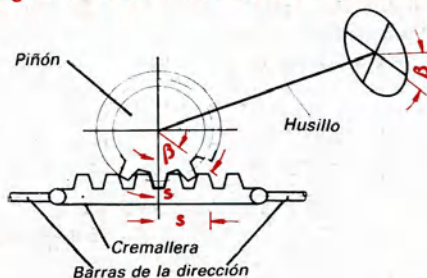


Un tornillo sin fin consta del propio tornillo sin fin y una rueda helicoidal. Si el tornillo da una vuelta, la rueda altera su posición en un diente. Así pues, para que una rueda que tenga z dientes gire 360° es necesario que el tornillo sin fin de un hilo de rosca realice z vueltas.

En un tornillo sin fin de dos hilos de rosca, a cada vuelta del tornillo girará 2 dientes la rueda, con tres hilos 3 dientes y así sucesivamente.

La caja de dirección de tornillo sin fin consta de husillo unido firmemente al sin fin y de un sector de rueda helicoidal que gira alrededor del eje de la palanca.

3. Dirección de cremallera



En la caja de cremallera, un piñón movido por el volante engrana en una cremallera. Si el piñón gira un número determinado de dientes, la cremallera se desplaza en el mismo número de dientes y ese desplazamiento se transmite directamente a las barras de dirección.

Notaciones

β = Ángulo de giro del volante [°]

α = Ángulo de oscilación de la palanca de la caja [°]

h = Desplazamiento de la tuerca de dirección [mm]

r = Radio del sector o de la palanca en la tuerca de dirección [mm]

g = Número de hilos del sin fin

z = Número de dientes de la rueda helicoidal (sector) o del piñón (dirección por cremallera)

s = Desplazamiento de la cremallera [mm]

p = Paso del engranaje [mm]

Fórmula con ejemplo

1. Caja de dirección de tornillo

En la dirección por tornillo la alteración del ángulo de la palanca de la caja puede calcularse aproximadamente con la fórmula:

$$\alpha \approx \frac{h \cdot \beta}{2\pi \cdot r} \text{ [°]}$$

Un turismo tiene una caja de dirección de tornillo con las siguientes dimensiones:

$h = 12 \text{ mm}$, $r = 40 \text{ mm}$

Calcular para 90° de giro del volante los grados que varía la palanca de la caja.

$$\alpha \approx \frac{h \cdot \beta}{2\pi \cdot r} \text{ [°]} = \frac{12 \cdot 90}{2\pi \cdot 40} = \underline{4,3^\circ}$$

2. Caja de dirección de tornillo sin fin

Si un sin fin de un hilo gira 360° a la rueda helicoidal le corresponde un giro de $\frac{360^\circ}{z}$

Si un sin fin de varios hilos gira 360° a la rueda helicoidal le corresponde un giro de $\frac{g \cdot 360^\circ}{z}$

Si un sin fin de varios hilos gira β° a la rueda helicoidal le corresponde un giro de $\frac{g \cdot \beta}{z}$

$$\alpha = \frac{g \cdot \beta}{z} \text{ [°]}$$

Un camión lleva una caja de dirección de tornillo sin fin de dos hilos y un sector de 60 dientes. ¿Cuál es el ángulo que gira la palanca de la caja cuando el volante se gira 120°?

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{g \cdot \beta}{z} \text{ [°]} \\ &= \frac{2 \cdot 120^\circ}{60} = \underline{4^\circ} \end{aligned}$$

3. Dirección de cremallera

En una vuelta completa del volante ($\beta = 360^\circ$), la cremallera se desplaza por el perímetro del piñón la cantidad $z \cdot p$. Luego para un valor dado del ángulo β .

$$s = z \cdot p \cdot \frac{\beta}{360^\circ} \text{ [mm]}$$

Un coche deportivo lleva una dirección de cremallera cuyo piñón tiene 16 dientes con un paso de 3,14 mm. Se gira el volante 180°. ¿Cuántos milímetros se desplaza entonces la cremallera?

$$\begin{aligned} s &= z \cdot p \cdot \frac{\beta}{360^\circ} \text{ [mm]} \\ &= 16 \cdot 3,14 \cdot \frac{180^\circ}{360^\circ} = \underline{25,12 \text{ mm}} \end{aligned}$$

Observación

La caja de dirección de tornillo tiene una variante conocida como dirección de husillo y tuerca a bolas.

La caja de dirección de tornillo sin fin, lleva a menudo en lugar del sector un rodillo (dirección de sin fin y rodillo) o solamente un dedo (dirección ZF-Ross).

Ejercicios

31.22 De la fórmula para la desmultiplicación de la dirección de tornillo despejar el ángulo de giro del volante.

31.23 Un turismo lleva una caja de dirección de tornillo y se le gira el volante 60° (40°). Calcular el ángulo recorrido por la palanca de la caja.

Características de la dirección:

$h = 9 \text{ mm}$ (10 mm); $r = 36 \text{ mm}$ (35 mm)

31.24 En una dirección de husillo y tuerca a bolas (variante de la dirección de tornillo), la palanca de la caja, tiene una longitud $r = 45 \text{ mm}$ (50 mm) y se gira 16° (22°). El paso del husillo es de 15 mm (18 mm). ¿Cuántos grados se habrá girado el volante?

31.25 Una furgoneta lleva una caja de dirección de tornillo sin fin. El sector (la rueda helicoidal a que corresponde es de $z = 20$) engrana en un sin fin de un solo hilo.

Calcular el ángulo que gira la palanca de la caja al girar el volante 120° (104°).

31.26 De la fórmula para la desmultiplicación de la dirección de tornillo sin fin despejar el ángulo de giro del volante.

31.27 Un camión lleva una caja de dirección de sin fin de un solo hilo. La palanca de la caja, y con ella la rueda helicoidal (de 32 dientes) gira 8° (14°). Calcular el giro del volante.

31.28 La dirección de cremallera de un coche de carreras consta de un piñón de 19 (21) dientes. El paso de la cremallera (y del piñón) es de $4,71 \text{ mm}$ ($3,14 \text{ mm}$). ¿Cuántos milímetros se desplaza la cremallera cuando el husillo gira 55° (30°)?

31.29 De la fórmula de la desmultiplicación de la dirección de cremallera despejar el ángulo de giro del volante.

31.30 Un turismo lleva una dirección de cremallera de paso igual a $6,28 \text{ mm}$ ($4,71 \text{ mm}$) y un piñón de 18 (20) dientes. ¿Cuántos grados hay que girar el volante para que la cremallera se desplace $3,14 \text{ mm}$?

32 | Frenos

32.1 Desaceleración de frenado, tiempo de frenado, distancia de frenado, distancia hasta el paro

Explicación

1. Desaceleración, tiempo y distancia de frenado

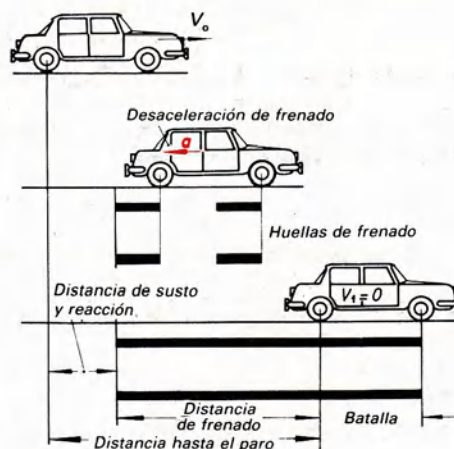
Los vehículos llevan instalaciones de frenos para poder reducir la velocidad.

Desaceleración de frenado: Es la reducción a de la velocidad por unidad de tiempo por efecto de la aplicación de los frenos (ver sección 20.3).

Por ejemplo, un automóvil que marche con una velocidad de 90 km/h (igual a 25 m/s) se detiene en 10 segundos. Su desaceleración es igual a $25 \text{ m/s} : 10 \text{ s} = 2,5 \text{ m/s}^2$.

Tiempo de frenado: Es el intervalo t de tiempo durante el cual están actuando los frenos.

Distancia de frenado: Durante el tiempo de frenado el vehículo recorre todavía una distancia determinada. Esa distancia s se llama distancia de frenado.



Proceso de frenado

2. Distancia hasta el paro

Desde que aparece un peligro hasta que se para por completo, un vehículo recorre una distancia superior a la de frenado, por dos razones:

- 1º El tiempo que tarda en reaccionar el conductor (fracción de segundos), que se denomina tiempo de susto y
- 2º El tiempo de reacción de los frenos desde que se aplican hasta que ejercen toda su acción.

Durante este tiempo (susto y reacción) el vehículo sigue avanzando con la velocidad inicial. **Es pues lógico que la distancia hasta el paro es mayor que la distancia del frenado.**

Notaciones

s_{total} = Distancia hasta el paro [m]

s = Distancia de frenado [m]

s_1 = Distancia recorrida durante el susto y reacción [m]

a = Desaceleración de frenado $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$

v_o = Velocidad inicial $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

t = Tiempo de frenado [s]

t_1 = Tiempo de susto y reacción [s]

Observación: La aceleración y la desaceleración se calculan del mismo modo (sec. 20.3)

Fórmula con ejemplo

1. Desaceleración, tiempo y distancia de frenado

Según 20.3:

(fórmula 1) $v_o = t \cdot a$

(fórmula 2) $s = \frac{v_o \cdot t}{2}$

Si de la fórmula 1 se despeja t y su valor se aplica en la fórmula 2, resulta:

(fórmula 3) $s = \frac{v_o \cdot t}{2} = \frac{v_o \cdot \frac{v_o}{a}}{2} = \frac{v_o^2}{2a}$

1. Calcular la distancia de frenado de un turismo en marcha a 72 km/h, que se desacelera a razón de $a = 5 \text{ m/s}^2$.

$$v_o = \frac{72}{3,6} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$s = \frac{v_o^2}{2a} \text{ [m]}$$

$$= \frac{20^2}{2 \cdot 5} = 40 \text{ m}$$

Por lo tanto:

$$\text{Distancia de frenado} = \frac{\text{Velocidad inicial al cuadrado}}{\text{Dos veces la desaceleración}}$$

Con ayuda de las tres fórmulas básicas se pueden calcular los siguientes valores:

Desaceleración de frenado:

$$a = \frac{v_o}{t} = \frac{v_o^2}{2 \cdot s} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

Tiempo de frenado:

$$t = \frac{v_o}{a} = \frac{2 \cdot s}{v_o} \quad [\text{s}]$$

Distancia de frenado:

$$s = \frac{v_o \cdot t}{2} = \frac{v_o^2}{2 \cdot a} \quad [\text{m}]$$

Velocidad inicial:

$$v_o = t \cdot a = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

2. ¿Cuál es la desaceleración de un camión que yendo a 80 km/h necesita tan sólo 60 m para quedar detenido al frenar?

$$v_o = \frac{80}{3,6} = 22,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{v_o^2}{2 \cdot s} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$a = \frac{22,2^2}{2 \cdot 60} = 4,11 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

3. Calcular la velocidad inicial de un turismo que se frena con una desaceleración $a = 4,5 \text{ m/s}^2$ y que alcanza el reposo tras recorrer 50 m.

$$v_o = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$v_o = \sqrt{2 \cdot 4,5 \cdot 50} = 21,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_o = 21,2 \cdot 3,6 = 76,3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

2. Distancia hasta el paro

Para la distancia hasta el paro se aplica la siguiente fórmula:

Distancia hasta el paro = Distancia de frenado + Velocidad inicial $\times$ Tiempos de susto y reacción

$$s_{\text{total}} = s + v_o \cdot t_1 \quad [\text{m}]$$

Observación: La velocidad inicial expresada siempre en m/s.

Los tiempos de susto y reacción de un conductor y su coche son en total de 1,5 s.

Calcular la distancia hasta el paro partiendo de los siguientes valores:

$$a = 5 \text{ m/s}^2; s = 40 \text{ m}$$

$$v_o = \frac{72}{3,6} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$s_{\text{total}} = s + v_o \cdot t_1 \quad [\text{m}]$$

$$s_{\text{total}} = 40 + 20 \cdot 1,5 = 70 \text{ m}$$

Nota

En algunos países, las ordenanzas prescriben que los vehículos tengan unas desaceleraciones de frenado mínimas; por ejemplo, para los automóviles de turismo y los camiones, de $2,5 \text{ m/s}^2$.

Ejercicios

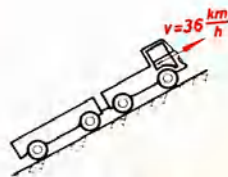
32.1 De la primera fórmula fundamental ($v_o = t \cdot a$) despejar la desaceleración.

32.2 Con la fórmula $s = v_o^2 / 2a$ hay que hallar la velocidad inicial. ¿Cómo se despeja?

32.3 Un camión con remolque asciende por una pendiente con una velocidad de 36 (50; 75) km/h. ¿Cuál es su velocidad en m/s?

32.4 Un turismo se puede frenar con una desaceleración máxima de $6,5 (7) \text{ m/s}^2$. Calcular su distancia de frenado para una velocidad inicial de 90 (108) km/h.

32.5 Un turismo circula por una autopista a 108 (96) km/h y a causa de un obstáculo se tiene que detener en 5 (4) segundos. ¿A qué desaceleración corresponde esto?



32.3



32.6 A consecuencia de un accidente se ha medido una distancia de frenado de 60 (40) m. El vehículo accidentado, como pudo comprobarse luego en la inspección de los frenos, podía desacelerar a razón de 5,8 (4,9) m/s^2 .

El conductor aseguraba que no iba a más de 50 km/h .

Comprobar si la declaración del conductor es cierta.

32.7 Apretando a fondo los frenos, un turismo a 96 km/h alcanza el reposo después de recorrer 98 (84) m. ¿Cumple la norma, por ejemplo, de tener una desaceleración mínima de 2,5 m/s^2 ?

32.8 ¿En cuántos segundos alcanza el reposo (se detiene) un camión que va a 80 (90) km/h si su desaceleración es de 4,5 (5,1) m/s^2 ?

32.9 La distancia de frenado de un turismo es de 60 (50) m cuando su velocidad inicial es de 72 (60) km/h . Calcular el tiempo de frenado.

32.10 Un camión se detuvo, al frenarlo, en 6 (4) segundos. ¿Cuál era su velocidad inicial en km/h si la desaceleración era de 4 (5) m/s^2 ?

32.11 ¿A qué velocidad puede ir un turismo de noche por una autopista si sus faros alcanzan 150 m para estar seguros que se detiene a tiempo ante un obstáculo? (Desaceleración normalizada 2,5 m/s^2 .)

32.12 Calcular la distancia que recorre en 2,0 (4,5) segundos un vehículo que circula a 140 km/h .

32.13 A 50 m delante de un turismo se atraviesa de repente el remolque de un camión. Calcular si tiene tiempo de evitar el accidente el turismo yendo a 50 km/h si el tiempo de susto y reacción es de 1,2 s y la desaceleración de frenado de 4,5 m/s^2 .

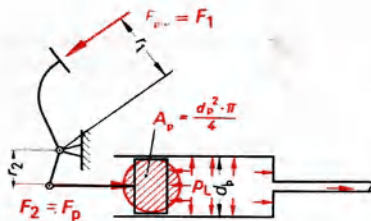
32.14 Calcular la distancia hasta el paro de una motocicleta que va a 86,5 (102,5) km/h , con una desaceleración de 3,5 m/s^2 . El tiempo de susto y reacción asciende a 2 (2,5) segundos.

32.15 Un vehículo circulando a 90 (108) km/h recorre una distancia hasta el paro de 105 m de los cuales, corresponden propiamente a la distancia de frenado 70 m. ¿A cuánto asciende el tiempo de susto y reacción?

32.2 Presión del circuito, fuerza de aprieto

Explicación

1. Presión en el circuito



Generación de la presión del circuito en el cilindro principal de frenado

El hombre puede como máximo apretar con el pie con una fuerza de 750 N (75 daN). Para la desaceleración que se alcanza en los automóviles de turismo hace falta, sin embargo, una fuerza casi diez veces mayor.

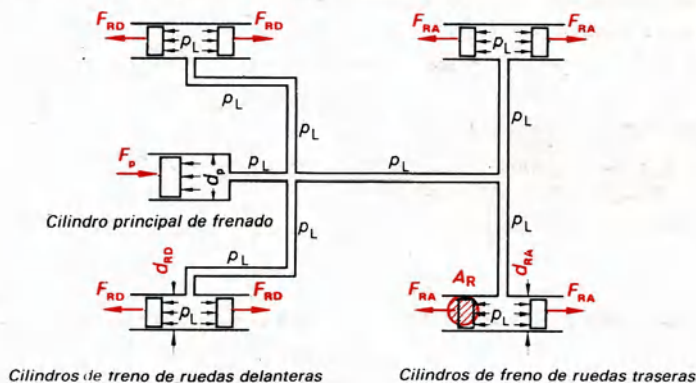
Es necesario pues aumentar la fuerza del pie, bien sea:

- 1º Mediante palancas
- 2º Transmisión hidráulica
- 3º Fuerzas externas (por ej. aire comprimido)
- 4º Aumento automático con frenos de tambor

Por lo general se instalan frenos hidráulicos en los vehículos (turismos). En tal caso, la fuerza del pie F_{pie} se aumenta por efecto de palanca de las varillas del pedal del freno. En el cilindro principal de frenado actúa la fuerza aumentada F_p y genera a la salida del cilindro la presión del circuito p_L .

2. Fuerza de aprieto

La presión en los líquidos se transmite en todas direcciones con la misma intensidad. (Principio de Pascal, sec. 17.1).



Distribución de la presión en la instalación de frenos hidráulicos

Por esta razón la presión p_L del circuito actúa en los émbolos de los cilindros de freno de ruedas y genera en ellos las fuerzas de aprieto F_{RD} y F_{RA} .

Mediante estas fuerzas de aprieto las mordazas de freno presionan en los tambores de freno (en los frenos de disco, las zapatas en el disco).

Notaciones

- F_{pie} = Fuerza del pie [daN]
- F_p = Fuerza en la cabeza del émbolo del cilindro principal de frenado [daN]
- r_1 = Brazo de palanca 1 del pedal del freno [cm]
- r_2 = Brazo de palanca 2 del pedal del freno [cm]
- A_p = Superficie del cilindro principal [cm²]
- A_R = Superficie de los cilindros de rueda [cm²]
- p_L = Presión del circuito [daN/cm² $\triangleq$ bar]
- F_{RD} = Fuerza de aprieto de los cilindros de las ruedas delanteras [daN]
- F_{RA} = Fuerza de aprieto de los cilindros de las ruedas traseras [daN]
- d_p = Diámetro del cilindro principal [cm]
- d_{RD} = Diámetro de los cilindros de las ruedas delanteras [cm]
- d_{RA} = Diámetro de los cilindros de las ruedas traseras [cm]

Observación: La presión se da en daN/cm² porque 1 daN/cm² corresponde a 1 bar.

Fórmula con ejemplo

1. Presión del circuito

De acuerdo con la sección 13.1:

$$\text{Fuerza } F_1 \times \text{Brazo 1} = \text{Fuerza } F_2 \times \text{Brazo 2}$$

La fuerza en el cilindro principal se calcula pues así:

$$\text{Fuerza en el cilindro principal} = \frac{\text{Fuerza del pie} \times \text{Brazo 1}}{\text{Brazo 2}}$$

Se aprieta un pedal de freno con una fuerza de 40 daN.

Calcular:

- a) La fuerza en el cilindro principal.
- b) La presión del circuito.

Para el cálculo se dispone de los siguientes valores:

$$r_1 = 30 \text{ cm}; \quad r_2 = 6 \text{ cm}; \quad d_p = 3,2 \text{ cm}$$

$$F_p = \frac{F_{pie} \cdot r_1}{r_2} \text{ [daN]}$$

La presión del circuito en la instalación de frenos hidráulicos se obtiene por la fórmula (ver 17.1).

Presión del líquido = $\frac{\text{Fuerza en el cilindro principal}}{\text{Superficie del cilindro principal}}$

$$p_L = \frac{F_p}{A_p} = \frac{F_p}{\frac{d_p^2 \cdot \pi}{4}} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \text{ o } \frac{\text{bar}}{\text{sobre-presión}} \right]$$

$$\begin{aligned} \text{a) } F_p &= \frac{F_{pie} \cdot r_1}{r_2} \text{ [daN]} \\ &= \frac{40 \cdot 30}{6} = \underline{200 \text{ daN}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } p_L &= \frac{F_p}{\frac{d_p^2 \cdot \pi}{4}} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right] \\ &= \frac{200}{\frac{3,2^2 \cdot \pi}{4}} = \underline{24,9 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

2. Fuerza de aprieto

La fuerza de aprieto se calcula igualmente con la fórmula:

$$\text{Presión del líquido} = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Superficie}}$$

Para los cilindros de freno de las ruedas delanteras se tiene:

Fuerza de aprieto de un cilindro de freno rueda delantera =
Presión del líquido × Superficie de un cilindro de freno delantero

$$F_{RD} = p_L \cdot A_{RD} = p_L \cdot \frac{d_{RD}^2 \cdot \pi}{4} \text{ [daN]}$$

Del mismo modo, para los cilindros de freno de las ruedas traseras:

$$F_{RA} = p_L \cdot A_{RA} = p_L \cdot \frac{d_{RA}^2 \cdot \pi}{4} \text{ [daN]}$$

¿Cuál es la fuerza de aprieto en los frenos de delante y en los de atrás?

Se dispone de los siguientes valores:

$d_{RD} = 3,8 \text{ cm}$; $d_{RA} = 2,7 \text{ cm}$; $p_L = 24,9 \text{ bar}$ de sobrepresión (ver el otro ejercicio)

$$\begin{aligned} \text{a) } F_{RD} &= p_L \cdot \frac{d_{RD}^2 \cdot \pi}{4} \text{ [daN]} \\ &= 24,9 \cdot \frac{3,8^2 \cdot \pi}{4} = \underline{282,4 \text{ daN}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } F_{RA} &= p_L \cdot \frac{d_{RA}^2 \cdot \pi}{4} = \text{[daN]} \\ &= 24,9 \cdot \frac{2,7^2 \cdot \pi}{4} = \underline{142,6 \text{ daN}} \end{aligned}$$

Observación

La fuerza de aprieto real es aproximadamente un 10% menor que la calculada ya que en el varillaje del pedal del freno y en las juntas del émbolo hay pérdidas por rozamiento.

Ejercicios

32.16 De la fórmula para el cálculo de la fuerza en el cilindro principal despejar la fuerza del pie.

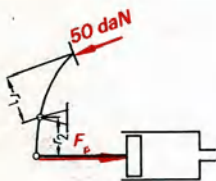
32.17 Una instalación de frenos se acciona con una fuerza del pie de 50 daN. Calcular la fuerza F_p en el cilindro principal. ($r_1 = 210 \text{ mm}$; $r_2 = 70 \text{ mm}$.)

32.18 ¿Cuál debe ser la fuerza del pie en el pedal del freno para que en el cilindro principal actúe una fuerza de 180 daN?

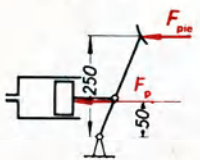
32.19 Calcular la presión del circuito de unos frenos hidráulicos sobre cuyo cilindro principal, que tiene un diámetro de 44,5 mm actúa una fuerza de 320 daN.



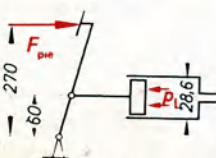
32.20 Una instalación de frenos se acciona con una fuerza del pie de 60 daN. El diámetro del cilindro principal es de 28,6 mm. Calcular la presión del circuito.



32.17



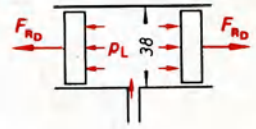
32.18



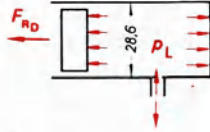
32.20

Frenos

32.21 En la instalación de unos frenos hidráulicos se alcanza una presión del circuito = 32 bar de sobrepresión. ¿Cuál es pues la fuerza de aprieto F_{RD} de los cilindros de freno de las ruedas delanteras, los cuales tienen 3,8 cm de diámetro?



32.22 La fuerza de aprieto en un cilindro de freno de rueda que tiene un diámetro de 28,6 mm alcanza los 240 daN. Calcular la presión del circuito.



32.23 Para el cálculo de un freno hidráulico se conocen los siguientes valores:

Fuerza de pie $F_{pie} = 45$ daN

Ø cilindro principal $d_p = 28,6$ mm

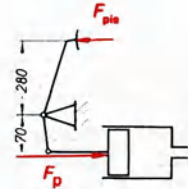
Ø cilindros ruedas delanteras $d_{RD} = 31,8$ mm

Ø cilindros ruedas traseras $d_{RA} = 25,4$ mm

(Las dimensiones de las palancas en el dibujo de al lado.)

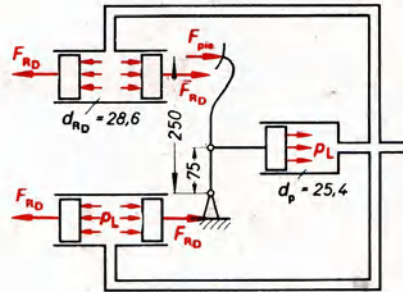
Calcular:

- la fuerza F_p sobre el cilindro principal
- la presión del circuito
- las fuerzas de aprieto de los cilindros de las ruedas delanteras y traseras



32.24 Para parar un turismo antes de llegar a un obstáculo se necesita en cada rueda delantera una fuerza de aprieto de 280 daN.

Calcular a qué fuerza de pie corresponde.



32.25 Sobre un cilindro principal de 31,8 mm de diámetro actúa una fuerza de 250 daN. Calcular la presión que genera en el circuito.

32.3 Frenos de tambor, fuerza periférica

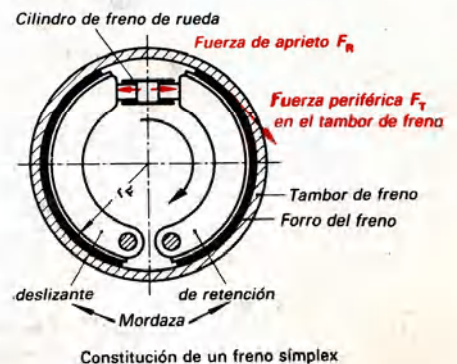
Explicación

El freno símplex consta de un cilindro de rueda con dos émbolos y de dos mordazas giratorias. Si se acciona el freno, ambos émbolos de los cilindros de freno de las ruedas presionan contra las mordazas con la fuerza de aprieto, con lo cual, los forros o guarniciones presionan sobre el tambor que está en movimiento y generan un rozamiento (secc. 23.1) en la periferia del mismo.

Esa fuerza de rozamiento se denomina fuerza periférica en el tambor de freno.

Y depende de:

- la fuerza de aprieto
- el rozamiento entre el forro y el tambor y,
- el tipo de freno (tambor: símplex, dúplex y servo; discos).



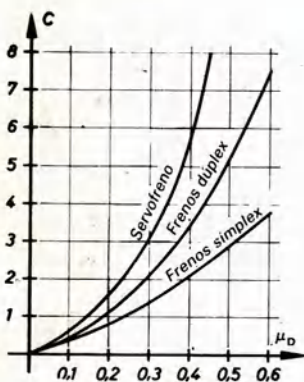


Diagrama para el valor característico de los frenos

El rozamiento (coeficiente de rozamiento dinámico (de deslizamiento)) y la clase de frenos se contemplan en el denominado valor nominal ó característico C de los frenos. Este valor característico de los frenos se determina mediante fórmulas complicadas o se toma de un diagrama.

Notaciones

F_R = Fuerza de aprieto (daN)

C = Valor característico de los frenos (-)

F_T = Fuerza periférica en el tambor de freno (daN)

μ_D = Coeficiente de rozamiento dinámico (-)

Fórmula con ejemplo

La fuerza periférica en el tambor de freno se calcula con el valor característico del freno.

$$\text{Valor del freno característico} = \frac{\text{Fuerza periférica}}{\text{Fuerza de aprieto}}$$

o bien

$$\text{Fuerza periférica} = \text{Valor característico del freno} \times \text{Fuerza de aprieto}$$

$$F_T = C \cdot F_R \text{ [N]}$$

Determinar la fuerza periférica en el tambor de freno de

a) un freno delantero dúplex

b) un freno trasero simplex.

Datos para el cálculo:

$$\mu_D = 0,35; F_{RD} = 282,4 \text{ daN}; F_{RA} = 142,7 \text{ daN}$$

a) Freno de rueda delantera

$$C_D \approx 2,7 \text{ (del diagrama para } \mu_D = 0,35 \text{ y frenos dúplex)}$$

$$F_{TD} = C_D \cdot F_{RD} \text{ [daN]} = 2,7 \cdot 282,4 \approx 762,5 \text{ daN}$$

b) Freno de rueda trasera

$$C_A \approx 1,7 \text{ (del diagrama para } \mu_D = 0,35 \text{ y frenos simplex).}$$

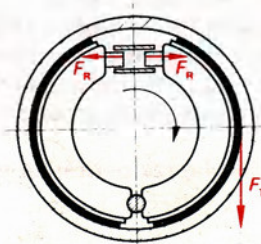
$$F_{TA} = C_A \cdot F_{RA} \text{ [daN]} = 1,7 \cdot 142,7 \approx 242,5 \text{ daN}$$

Observación

El rozamiento entre forro y tambor ha de tener el mismo coeficiente en las dos ruedas de un mismo eje; una diferencia insignificante ya da lugar a grandes variaciones en el valor nominal del freno y con ello a fuerzas de frenado desiguales en las dos ruedas. Consecuencia: Al frenar, actúan fuerzas distintas en las ruedas y el vehículo se desvía (se atraviesa).

Ejercicios

32.26 Calcular la fuerza periférica en los tambores de un freno simplex cuyas mordazas presionan contra los tambores con una fuerza de aprieto de 150 daN. El valor característico del freno es $C = 2,1$.



Freno simplex

32.27 Determinar en el diagrama los valores característicos de un freno simplex, de un dúplex y de un servofreno con los coeficientes de rozamiento $\mu_D = 0,3$ y $\mu_D = 0,4$.

32.28 En el freno dúplex del dibujo, las mordazas presionan contra el tambor con una fuerza de aprieto de 220 daN, que generan una fuerza periférica en el tambor de 462 daN.

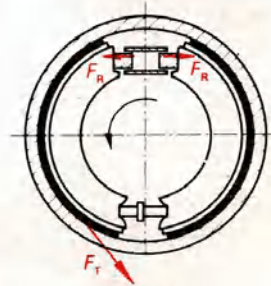
Hallar a) el valor característico del freno y b) el coeficiente de rozamiento correspondiente (en el diagrama).



Freno dúplex

32.29 En el eje delantero de un turismo se han cambiado los forros del servofreno de la izquierda porque estaban curvados. Los de la otra rueda, que tienen un coeficiente de rozamiento $\mu_D = 0,35$ no se tocan. El coeficiente de rozamiento de los nuevos forros es, sin embargo, $\mu_D = 0,4$. Calcular:

- Para el cilindro de freno de cada una de las ruedas la fuerza periférica en el tambor con una fuerza de aprieto de 220 daN.
- La diferencia entre ambas fuerzas periféricas.



Servofreno

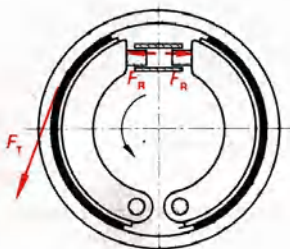
32.30 La fuerza de aprieto debe ser en cada caso de 120 daN. Los frenos de tambor llevan los mismos forros, cuyo coeficiente de rozamiento es $\mu_D = 0,36$.

Calcular la fuerza periférica para

- un freno simple
- un freno dúplex
- un servofreno

32.31 ¿Cuál es la fuerza periférica en el tambor de un freno simple con un coeficiente de rozamiento $\mu_D = 0,45$ si la fuerza de aprieto es a) 125 daN, b) 180 daN, c) 220 daN?

32.32 Hallar cual ha de ser la fuerza de aprieto en el freno de tambor del dibujo para que con un coeficiente de rozamiento $\mu_D = 0,35$ genere una fuerza periférica de 340 daN.



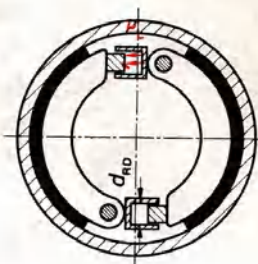
Freno simple

32.33 Calcular la fuerza periférica en el tambor de un freno de rueda delantera con los siguientes valores: Presión del circuito $p_L = 25,5$ bar de sobrepresión, diámetro del cilindro de freno de la rueda delantera $d_{RD} = 22,2$ mm, coeficiente de rozamiento $\mu_D = 0,45$.

32.34 Calcular para una instalación de frenos a) la presión del circuito, b) la fuerza de aprieto y c) la fuerza periférica en el tambor.

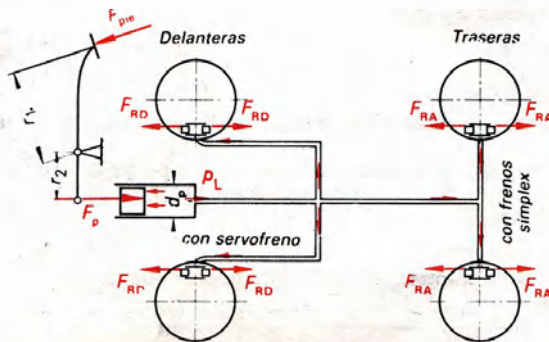
El pedal del freno se aprieta con una fuerza de 40 daN.

Características de la instalación de frenos hidráulicos:



Freno dúplex

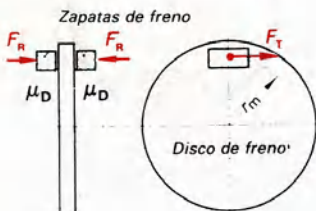
$r_1 = 300$ mm	$r_2 = 75$ mm
$d_p = 25,4$ mm	$d_{RD} = 28,6$ mm
$d_{RA} = 22,2$ mm	$\mu_D = 0,35$



32.4 Frenos de disco. Fuerza de frenado en una rueda

Explicación

1. Frenos de disco



Fuerzas en los frenos de disco

En los automóviles de turismo modernos cada vez se emplean más los frenos de disco en lugar de los de tambor. (Ventajas: efecto de frenado más parejo, imposibilidad de auto-bloqueo).

Al actuar la instalación de frenos, las dos zapatas aprietan cada una con la fuerza F_R contra el disco y dan origen a la fuerza periférica F_T (fuerza de rozamiento) con brazo de palanca r_m .

2. Fuerza de frenado en una rueda

La fuerza periférica F_T en el tambor del freno actúa con el radio r_T (en los frenos de disco con el brazo de palanca r_m) y genera así el frenado (par de frenado, ver secc. 13.1 y 19.4). Ese par es el que origina la fuerza de frenado F_{FR} en cada rueda con un brazo igual al radio dinámico R_{din} .

Puesto que esa fuerza F_{FR} es la que se obtiene en cada una de las ruedas, la fuerza total de frenado es igual a cuatro veces ese valor.



Fuerza de frenado en una rueda

Notaciones

F_T = Fuerza periférica (o tangencial) [daN]

F_R = Fuerza de apriete [daN]

μ_D = Coeficiente de rozamiento dinámico [—]

r_m = Brazo de palanca medio de los frenos de disco [m]

r_T = Radio del tambor del freno [m]

R_{din} = Radio dinámico de la rueda [m]

F_F = Fuerza de frenado [daN]

F_{FR} = Fuerza de frenado por rueda [daN]

Fórmula con ejemplo

1. Frenos de disco

Según 23.1

Rozamiento en mov =

Coeficiente de rozamiento dinámico $\times$ Fuerza normal

Como los frenos de disco constan de dos pares de rozamiento, la fórmula anterior se modifica y expresa así:

Fuerza periférica =

$2 \times$ Coeficiente de rozamiento dinámico $\times$ Fuerza de apriete

Calcular la fuerza periférica F_T para unos frenos de disco.

Valores para el cálculo:

$\mu_D = 0,3$; $F_R = 300$ daN

$F_T = 2 \cdot \mu_D \cdot F_R$ [daN]
 $= 2 \cdot 0,3 \cdot 300 = 180$ daN

$$F_T = 2 \cdot \mu_D \cdot F_R \text{ [N]}$$

2. Fuerza de frenado en una rueda

En una rueda en proceso de frenado aparecen los siguientes pares o momentos (ver la figura anterior de fuerza de frenado en una rueda).

Fuerza periférica en el tambor $\times$ Radio del tambor = Fuerza de frenado por rueda $\times$ Radio dinámico de la rueda.

$$F_T \cdot r_T = F_{FR} \cdot R_{din}$$

$$F_{FR} = \frac{F_T \cdot r_T}{R_{din}} \text{ [daN]}$$

Para los frenos de disco:

$$F_{FR} = \frac{F_T \cdot r_m}{R_{din}} \text{ [daN]}$$

Con los valores del ejemplo de la sección 32.3 (página 208) calcular las fuerzas de frenado por rueda y para el vehículo en general.

Datos:

$$r_T = 0,125 \text{ m}$$

$$R_{din} = 0,3 \text{ m}$$

$$F_{TD} = 762,5 \text{ daN}$$

$$F_{TA} = 242,5 \text{ daN}$$

Freno de rueda delantera:

$$F_{FR} = \frac{F_{TD} \cdot r_T}{R_{din}} = \frac{762,5 \cdot 0,125}{0,3} \approx 317,7 \text{ daN}$$

Freno de rueda trasera:

$$F_{FR} = \frac{F_{TA} \cdot r_T}{R_{din}} = \frac{242,5 \cdot 0,125}{0,3} \approx 101 \text{ daN}$$

Para los dos frenos de las ruedas delanteras y las dos traseras:

$$F_f = 2 \cdot 317,7 + 2 \cdot 101 = 837,4 \text{ daN}$$

Nota

En los frenos de disco no aparece como en los de tambor una autoampliación de la fuerza y por ello, para un turismo medio, hace falta un servofreno, con lo cual es poca la fuerza que hay que hacer con el pie en el pedal.

Ejercicios

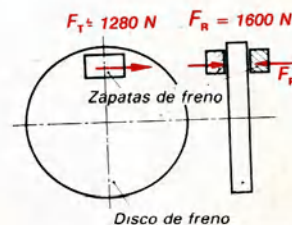
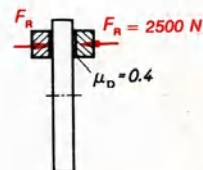
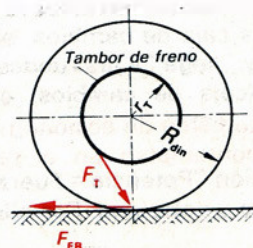
32.35 ¿Cuál es la fuerza periférica F_T en el freno de disco del dibujo? ($\mu_o = 0,4$.)

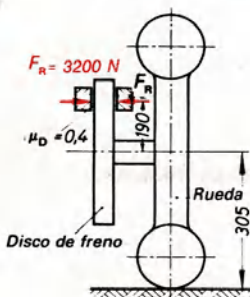
32.36 En la periferia de un freno de disco se genera una fuerza tangencial de 200 daN. Calcular la fuerza de aprieto que hace falta para ello. ($\mu_o = 0,45$.)



32.37 Calcular el coeficiente de rozamiento μ_o entre el disco y las zapatas de un freno. Tomar los valores que figuran en el dibujo de al lado.

32.38 La fuerza periférica en el tambor del freno $F_T = 520 \text{ daN}$ actúa con un brazo igual al radio del tambor $r_T = 0,14 \text{ m}$. Calcular la fuerza de frenado que actúa en una rueda delantera de radio dinámico $R_{din} = 0,31 \text{ m}$.





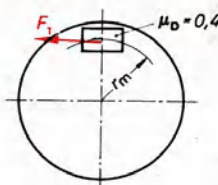
32.39 Las ruedas delanteras de un turismo se frenan con frenos de disco en los cuales la fuerza periférica en cada uno es de 300 daN y está aplicada a 180 mm del centro de giro. Calcular la fuerza de frenado en una rueda. (El radio dinámico de la rueda es de 0,32 m.)

32.40 En un freno de disco actúa una fuerza de aprieto de 260 daN a 160 mm del eje de rotación.

Calcular:

a) La fuerza periférica

b) La fuerza de frenado por rueda con radio dinámico $R_{din} = 0,296$ m.



32.41 Calcular a) la fuerza periférica en el disco del freno y b) la fuerza de frenado en la rueda que aparece en el dibujo. (Tomar los valores del dibujo para el cálculo.)

32.42 Un turismo lleva frenos de disco en las ruedas delanteras con un coeficiente de rozamiento $\mu_D = 0,4$ y, en las ruedas traseras frenos simplex con un coeficiente de rozamiento $\mu_D = 0,3$. Calcular:

a) La fuerza periférica en uno de los frenos de disco. (Fuerza de aprieto $F_{RD} = 3\,000$ N.)

b) La fuerza periférica en uno de los tambores de freno. (Fuerza de aprieto $F_{RA} = 900$ N.)

32.43 Calcular las fuerzas de frenado para cada una de las ruedas delanteras y traseras y la fuerza total.

Características de los frenos de las ruedas delanteras.

Frenos dúplex

$$r_T = 170 \text{ mm} \quad R_{din} = 300 \text{ mm}$$

$$\mu_D = 0,3 \quad F_{RD} = 2500 \text{ N}$$

Características de los frenos de las ruedas traseras:

Frenos simplex

$$r_T = 170 \text{ mm} \quad R_{din} = 300 \text{ mm}$$

$$\mu_D = 0,3 \quad F_{RA} = 200 \text{ daN}$$

33 | Mecánica del movimiento

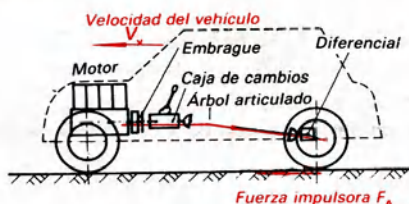
33.1 Fuerza impulsora

Explicación

La potencia efectiva P_e del motor se conduce mediante el mecanismo de transmisión desde el volante de impulsión del motor hasta las ruedas motrices. La potencia del motor "pasa" por el embrague, la caja de cambios, el árbol articulado (en caso de que esté presente) y el diferencial y "llega" a las ruedas motrices. En cada uno de los elementos de ese mecanismo (caja de cambios, etc.) se producen unas pérdidas.

Las pérdidas totales en el mecanismo de accionamiento, que reducen la potencia en ambas ruedas motrices, se contemplan en el rendimiento de dicho mecanismo. La potencia, mediante la ecuación "Potencia = Fuerza $\times$ Velocidad" (secc. 24.1) se descompone en los factores fuerza y velocidad. Por ello aparece en cada rueda motriz la

potencia como la fuerza impulsora F_A y la velocidad v . La primera de éstas se transmite al suelo por las ruedas motrices e impulsa el vehículo hacia adelante.



Flujo de la fuerza en el mecanismo de transmisión de un vehículo

Notaciones

P_e = Potencia efectiva del motor [kW]

V_v = Velocidad del vehículo [km/h]

F_A = Fuerza impulsora (o de accionamiento) [N]

η_{Tr} = Rendimiento del mecanismo de transmisión (-)

Fórmula con ejemplo

La potencia efectiva en las ruedas motrices en vez de ser P_e es solamente $P_e \cdot \eta_{Tr}$. Si la potencia viene dada en kW y la velocidad en km/h, en los cálculos hay que multiplicar por 1 000 y por 3,6 la fuerza impulsora resultante.

El motor de un turismo da en cuarta a una velocidad de 135 km/h una potencia efectiva de 50 kW.

El rendimiento del mecanismo de transmisión (o de la transmisión, simplemente) es de 0,9.

Calcular la fuerza impulsora

Se tiene:
Potencia en las ruedas motrices = Fuerza impulsora × Velocidad vehículo

$$F_A = \frac{P_e \cdot \eta_{Tr} \cdot 3600}{V_v} \quad [N]$$

$$= \frac{50 \text{ kW} \cdot 0,9 \cdot 3600}{135 \text{ km/h}}$$

$$P_e \cdot \eta_{Tr} = \frac{F_A \cdot V_v}{1000 \cdot 3,6}$$

$$F_A = \underline{1200 \text{ N}}$$

Despejando de esta ecuación F_A resulta

$$F_A = \frac{P_e \cdot \eta_{Tr} \cdot 3600}{V_v} \quad [N]$$

Observación: La fuerza impulsora se reparte entre las ruedas motrices.

Nota: El rendimiento del mecanismo de transmisión η_{Tr} , se sitúa entre 0,85 y 0,9 para la marcha superior y entre 0,8 y 0,85 para las marchas inferiores.

Ejercicios

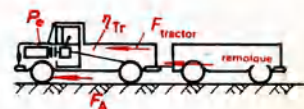
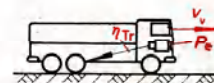
33.1 De la fórmula para el cálculo de la fuerza impulsora despejar a) la potencia, b) la velocidad y c) el rendimiento de la transmisión.

33.2 Un camión circula por una autopista a 80 km/h, velocidad a la cual su motor Diesel da la máxima potencia igual a 180 kW.

¿Con qué fuerza son impulsadas sus ruedas delanteras si el rendimiento de la transmisión es del 88%?

33.3 Un coche de fórmula 1 desarrolla una potencia de 350 kW a la velocidad de 316 km/h. Calcular la fuerza impulsora. (Rendimiento de la transmisión $\eta_{Tr} = 0,96$.)

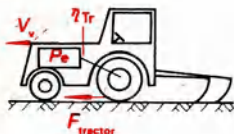
33.4 El vehículo tractor de un remolque da en el embrague una potencia de 250 kW a la velocidad de 90 km/h. En el transcurso desde el embrague a las ruedas motrices se pierde un 5% de la potencia efectiva.



Calcular:

a) La fuerza impulsora

b) La parte de la fuerza impulsora que corresponde al tractor. (En el enganche del remolque existe una fuerza de tracción $F_{\text{trac}} = 3\,400\text{ N}$.)



33.5 Un turismo es impulsado con una fuerza de $1\,170\text{ N}$. Para esto la potencia del motor es de 65 kW . El rendimiento de la transmisión es del 90% . ¿A qué velocidad va el coche?

33.6 Un tractor agrícola, con una potencia de 30 kW , a la velocidad de 5 km/h es impulsado con una fuerza de $19\,800\text{ N}$. ¿Qué tanto por ciento de la potencia del motor se pierde en la transmisión?

(Calcular primero el rendimiento de la transmisión.)

33.7 ¿Cuál es el rendimiento de la transmisión de un camión que a la velocidad de 90 km/h desarrolla una potencia de 117 kW y es impulsado con una fuerza de $4\,320\text{ N}$?

33.8 Un turismo, a 120 km/h es impulsado con una fuerza de 950 N . ¿Qué potencia da el motor si el rendimiento de la transmisión es del 88% ?

33.9 Un turismo, con un motor de 30 kW de potencia, asciende a 60 km/h una pendiente del 12% . Calcular la fuerza de las ruedas motrices. ($\eta_{\text{tr}} = 0,9$)

33.10 Calcular la fuerza de tracción (en este caso igual a la fuerza impulsora) de un trailer con una potencia motriz de 250 kW y un rendimiento de transmisión $\eta_{\text{tr}} = 0,89$ a las siguientes velocidades:

a) 10 km/h

b) 30 km/h

c) 95 km/h (velocidad máxima.)

33.11 ¿A qué velocidad puede un camión ascender por una pendiente del 8% si su fuerza impulsora es de $27\,000\text{ N}$?

El motor desarrolla una potencia de 165 kW y el rendimiento de la transmisión es $0,88$.

33.12 Rellenar los datos que faltan en la tabla siguiente:

Ejercicio	a)	b)	c)	d)
$F_A\text{ [N]}$	1200	24000	?	750
$P_e\text{ [kW]}$	60	?	125	?
$v_v\text{ [km/h]}$	?	30	180	72
$\eta\text{ [%]}$	0,92	0,89	0,90	0,85

33.2 Resistencia a la rodadura

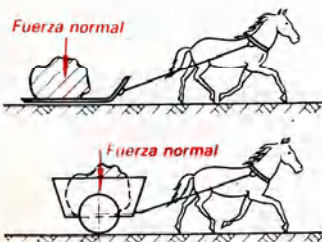
Explicación

La fuerza impulsora de las ruedas es absorbida por las resistencias a la marcha. A éstas pertenecen:

1. La resistencia a la rodadura.
2. La resistencia del aire.
3. La resistencia en pendiente (en subida)

1. Rozamiento al rodar

El descubrimiento de la rueda hizo que los transportes fueran más cómodos y ligeros que "arrastrándolos" con el consiguiente rozamiento dinámico. Sin embargo, en las ruedas existe también una resistencia por el rozamiento al rodar y hundirse en el suelo. La rueda presiona con la fuerza normal contra su apoyo y experimenta una fuerza de reacción de la misma magnitud. Esa reacción se produce a la distancia f_R anterior al



punto central de la rueda y provoca un par de giro opuesto al sentido de rotación de las ruedas. Este fenómeno, que se conoce como rozamiento al rodar, se equilibra con la fuerza de tracción cuyo brazo es aproximadamente igual al radio de la rueda. La resistencia a la rodadura depende por consiguiente de:

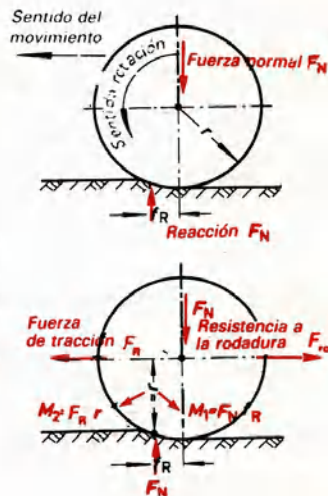
- 1º El radio de la rueda.
- 2º La constitución de la rueda y del suelo.
- 3º La fuerza normal con que presiona la rueda contra el suelo.

2. Resistencia a la rodadura

En su movimiento de rotación sobre el pavimento, las ruedas con neumáticos de goma experimentan otras resistencias además de la propia de rozamiento al rodar (deformación del suelo). Entre esas otras resistencias se cuentan las pérdidas por golpeteo de la cubierta, la aspiración que hacen las ruedas del suelo y el rozamiento en los cojinetes. **Estas distintas influencias se contemplan conjuntamente en el coeficiente de resistencia a la rodadura.**

Este coeficiente depende de:

- 1º El tamaño y la clase de neumático
- 2º La presión de inflado
- 3º La profundidad del perfil de rodaje
- 4º La calidad del suelo
- 5º La velocidad del vehículo



Notaciones

F_N = Fuerza normal del vehículo en el plano horizontal [N]
 F_R = Resistencia por rozamiento al rodar
 f_R = Distancia a la aplicación de la reacción [cm]
 f = Coeficiente de resistencia a la rodadura [-]

r = Radio de la rueda [cm]
 F_{rod} = Resistencia a la rodadura [N]

Fórmula con ejemplo

1. Rozamiento al rodar

El momento opuesto $\hat{M}_1 = F_N \cdot f_R$ motivado por el hundimiento de la rueda debe equilibrarse con otro igual y contrario $\hat{M}_2 = F_R \cdot r$, de modo que

$$\hat{M}_1 = \hat{M}_2$$

$$F_N \cdot f_R = F_R \cdot r$$

$$F_R = \frac{F_N \cdot f_R}{r} \text{ [N]}$$

¿Cuál es la resistencia del rozamiento al rodar de una rueda con una carga de 5 000 N y radio de 0,5 m?

La distancia a la aplicación de la reacción es $f_R = 0,2$ cm.

$$F_R = \frac{F_N \cdot f_R}{r} \text{ [N]} \\ = \frac{5000 \text{ N} \cdot 0,2 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} = 40 \text{ N}$$

2. Resistencia a la rodadura

El valor de $\frac{f_R}{r}$ en la fórmula del rozamiento al rodar se puede expresar mediante una constante f^* :

$$F_R = \frac{f_R}{r} \cdot F_N = f^* \cdot F_N$$

En la resistencia a la rodadura intervienen otras pérdidas además de la provocada por el rozamiento al rodar, por ello, es mayor el coeficiente de resistencia a la rodadura f que la constante $f^* = \frac{f_R}{r}$.

Un turismo con un peso total de 1 200 kg rueda por una carretera de hormigón a 135 km/h. El coeficiente de resistencia a la rodadura es $f = 0,02$. Calcular la resistencia a la rodadura.

$$F_N = G \cdot g \quad F_N = 1200 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 11772 \text{ N} \\ F_{rod} = f \cdot F_N \text{ [N]} \\ = 0,02 \cdot 11772 \text{ N} \\ = 235,4 \text{ N}$$

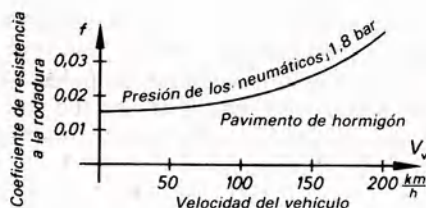
Para la resistencia a la rodadura se tiene:

Resistencia a la rodadura = Coeficiente de resistencia a la rodadura $\times$ Peso del vehículo

$$F_{rod} = f \cdot F_N \text{ [N]}$$

Observación: $F_N = P \cdot g \text{ [N]}$

Nota



1. El coeficiente de resistencia a la rodadura y con él la resistencia a la rodadura aumentan con la velocidad del vehículo.

2. Coeficientes de resistencia a la rodadura f promedios:

Grava sin alquitrán	0,02 ... 0,04	Hormigón	0,015 ... 0,025
Adoquinado	0,015 ... 0,03	Asfalto	0,01 ... 0,02
Tierra sin firme	0,05 ... 0,3	Arena	0,05 ... 0,3

Ejercicios

33.13 Para la rueda del dibujo calcular la resistencia del rozamiento al rodar. (Para el cálculo tomar los valores del dibujo.)

33.14 ¿Cuál es la resistencia del rozamiento al rodar de una rueda cargada con 1 500 N, que tiene un radio de 260 mm y una reacción aplicada a 0,15 cm?

33.15 De la fórmula para el cálculo de la resistencia a la rodadura despejar a) la fuerza normal y b) el coeficiente de resistencia a la rodadura.

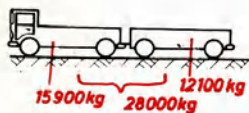
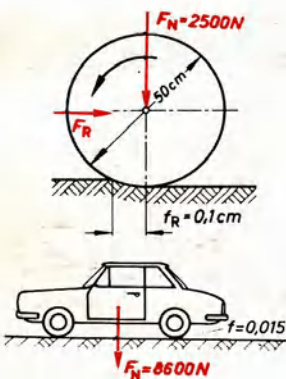
33.16 El turismo del dibujo circula por una carretera asfaltada. Calcular la resistencia a la rodadura que encuentra. (Para el cálculo tomar los valores del dibujo.)

33.17 Un coche deportivo que pesa 900 kg circula por una carretera de hormigón a 175 km/h. Calcular la resistencia a la rodadura que encuentra. (Leer en el diagrama de la nota 1 el coeficiente de la resistencia a la rodadura.)

33.18 En una prueba de rotación por inercia hasta el paro de un turismo con un peso de 1 160 kg se encuentra una resistencia a la rodadura de 290 N. ¿Cuál es el valor de su coeficiente?

33.19 Un trailer, junto con su remolque pesa 28 toneladas, de las cuales corresponden 15 900 kilogramos al tractor.

Calcular la resistencia a la rodadura con un coeficiente $f = 0,019$, a) del tractor, b) del remolque y c) del conjunto.



33.3 Resistencia del aire

Explicación

Si se saca la mano por la ventanilla de un coche en marcha se nota una resistencia apreciable. A esa resistencia se le llama resistencia del aire.

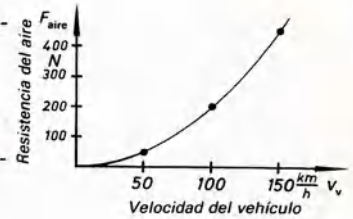
En los vehículos en marcha, cuanto mayor es la velocidad, mayor es la proporción de la fuerza impulsora absorbida por la resistencia del aire.

En un vehículo en marcha, la resistencia del aire depende de las siguientes magnitudes:

1. Velocidad del vehículo

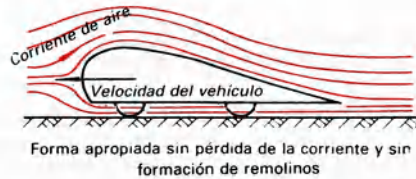
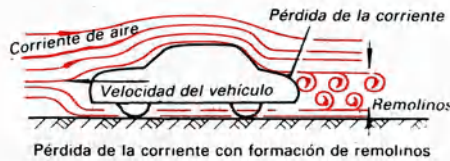
La resistencia del aire aumenta rápidamente con la velocidad. Si, por ejemplo, la velocidad se duplica, la resistencia se cuatuplica.

La resistencia del aire es proporcional al cuadrado de la velocidad.



2. Forma del vehículo

En un vehículo en marcha el viento sopla de delante a atrás. Esa corriente de aire se interrumpe casi toda en la parte de atrás del vehículo y se forman remolinos que forman al avanzar aquél una sucesión en la calzada que se "comen" parte de la energía del movimiento y constituyen la resistencia del aire. Cuanto menor sea la formación de remolinos, menor será la resistencia del aire. Dándole la forma apropiada al vehículo se puede reducir la magnitud de los remolinos y con ello la resistencia del aire.



En el cálculo de la resistencia del aire se tiene en cuenta la forma del vehículo en un coeficiente denominado de penetración (de forma o aerodinámico).

3. Perfil transversal del vehículo

La resistencia del aire aumenta proporcionalmente a la superficie de la sección transversal del vehículo. Por ello, reduciendo la superficie disminuye la resistencia.



Notaciones

F_{aire} = Resistencia del aire [N]

A = Sección transversal del vehículo [m²]

v_v = Velocidad del vehículo [km/h]

c_a = Coeficiente de penetración (o resistencia del aire) [—]

Fórmula con ejemplo

La resistencia del aire depende de la :

Forma del vehículo Sección transversal Velocidad (relativa)

$$F_{\text{aire}} = 0,048 \cdot c_a \cdot A \cdot v_v^2 \text{ [N]}$$

Un turismo va a 100 km/h. Su coeficiente de penetración $c_a = 0,38$ y su sección transversal $A = 1,9 \text{ m}^2$.

$$c_a = 0,38 \quad A = 1,9 \text{ m}^2$$

Calcular la resistencia del aire.

$$\begin{aligned} F_{\text{aire}} &= 0,048 \cdot c_a \cdot A \cdot v_v^2 \text{ [N]} \\ &= 0,048 \cdot 0,38 \cdot 1,9 \cdot 100^2 \\ &= \underline{346,6 \text{ N}} \end{aligned}$$

Observación

1. La constante 0,0048 considera la densidad del aire a presión atmosférica normal.

2. Con viento en contra, ha de sumarse su velocidad a la del vehículo para tener la velocidad (relativa); con viento a favor, se resta.

Nota

Las distintas formas de los vehículos tienen los siguientes coeficientes de penetración C_a :

Camiones	0,8 ... 1	Volkswagen (cucaracha)	0,43
Turismos	0,30 ... 0,8	Opel Admiral	0,48
Líneas aerodinámicas	0,15 ... 0,2		



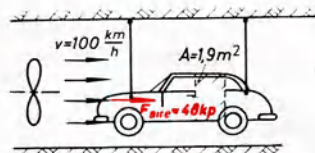
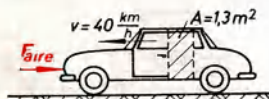
33.21



33.22



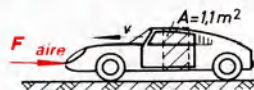
33.23



33.25 En una prueba de rodadura de un vehículo a velocidad media de 40 km/h se midió una resistencia del aire de 50 N.

¿Cuál es el coeficiente de penetración de ese vehículo?

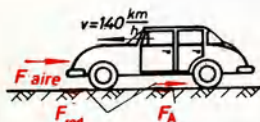
33.26 Contra un coche deportivo con un coeficiente de penetración igual a 0,31 actúa una resistencia del aire de 900 N. ¿A qué velocidad va?



33.27 Un autobús que a su velocidad máxima $V_{\max}$ vence una resistencia del aire de 2 100 N, tiene un coeficiente de penetración $C_a = 0,75$. Calcular cuál es esa velocidad máxima.



33.28 Un turismo es impulsado hacia adelante con una fuerza de 1 200 N. No obstante, de esa fuerza impulsora se invierten 350 N en vencer el rozamiento del rodar. El resto es para vencer la resistencia del aire a una velocidad de 140 km/h. ¿Cuál es la superficie de la sección transversal si el coeficiente de penetración es 0,45?



33.4 Resistencia en pendiente, fuerza sobrante

Explicación

1. Resistencia en pendiente

Al circular por una pendiente hay que ir levantando continuamente el peso del vehículo. No obstante, la fuerza necesaria para ello no es la que ejerce el vehículo verticalmente, sino sólo la componente paralela a la pendiente de la carretera (ver secc. 13.3, fuerza inclinada). Esa fuerza se denomina resistencia de la pendiente (o de subida).



2. Fuerza sobrante

La fuerza impulsora debe vencer las distintas resistencias a la marcha (rodadura, aire y pendiente).

La suma de las distintas resistencias a la marcha es la resistencia total.

Si la fuerza impulsora es mayor que esa resistencia total se dispone entonces de una fuerza sobrante, que hace se acelere el vehículo. No obstante, al ir aumentando la velocidad, también aumenta considerablemente la resistencia del aire, disminuye la fuerza sobrante —y con ella la aceleración— hasta que toda la fuerza sobrante es absorbida por la resistencia del aire y a partir de ese momento la velocidad del vehículo se hace uniforme.

Notaciones

F_{pend} = Resistencia de la pendiente [N]

l = Longitud del tramo [m]

h = Diferencia de nivel del tramo [m]

G_{veh} = Peso (masa) del vehículo [kg]

F_{sob} = Fuerza sobrante [N]

F_{veh} = Peso (fuerza) del vehículo [N]

F_A = Fuerza impulsora [N]

Fórmula con ejemplo

1. Resistencia de la pendiente

Para el plano inclinado se tiene la fórmula (13.3):

$$\text{Fuerza inclinada} = \text{Peso} \cdot \frac{\text{Distancia vertical}}{\text{Distancia inclinada}}$$

Para la resistencia de la pendiente, se convierte esta fórmula en

Resistencia de la pendiente =

$$= \text{Peso (fuerza) del vehículo} \cdot \frac{\text{Diferencia de nivel}}{\text{Longitud del tramo}}$$

$$F_{pend} = F_{veh} \cdot \frac{h}{l} \text{ [N]}$$

Observación: $F_{veh} = G_{veh} \cdot g$ [N]

2. Fuerza sobrante

La fuerza sobrante se calcula por la diferencia entre la fuerza impulsora y la resistencia total:

Fuerza sobrante = Fuerza impulsora - Resistencia total

$$F_{sob} = F_A - (F_{rod} + F_{aire} + F_{pend}) \text{ [N]}$$

Un turismo con un peso de 760 kg sube por una cuesta de 100 m un desnivel de 5 m.

Calcular la resistencia de la pendiente.

$$\begin{aligned} F_{veh} &= G_{veh} \cdot g \text{ [N]} \\ &= 760 \cdot 9,81 = 7456 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{pend} &= F_{veh} \cdot \frac{h}{l} \text{ [N]} \\ &= 7456 \text{ N} \cdot \frac{5 \text{ m}}{100 \text{ m}} \\ &= \underline{372,8 \text{ N}} \end{aligned}$$

Calcular la fuerza (inicial) con que se acelera en llano a $v_v = 100/\text{km/h}$ un turismo conociendo los siguientes valores:

$$F_A = 900 \text{ N} \quad F_{aire} = 400 \text{ N} \quad F_{rod} = 350 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} F_{sob} &= F_A - (F_{rod} + F_{aire}) \text{ [N]} = \\ &= 900 \text{ N} - (400 \text{ N} + 350 \text{ N}) = \underline{150 \text{ N}} \end{aligned}$$

Nota

1. Las pendientes de las calzadas se indican en tanto por ciento:

$$\text{Pendiente } Pend = \frac{h}{b} \cdot 100\%$$

Para pendientes hasta del 10% puede considerarse $\frac{h}{b} \approx \frac{h}{l'}$ con lo cual resulta

$$F_{pend} \approx \frac{F_{veh} \cdot Pend.}{100\%} \text{ (N)}$$

2. A la velocidad máxima, fuerza sobrante igual a cero.

3. La fuerza inclinada se suma a la impulsora yendo hacia abajo.

Ejercicios**1. Resistencia de la pendiente**

33.29 De la fórmula para el cálculo de la resistencia de la pendiente despejar la velocidad del vehículo.

33.30 Un turismo que pesa 960 kg asciende por la pendiente del dibujo. Calcular la resistencia de la pendiente.

33.31 Un camión con un peso total de 18 000 kg sube por una rampa de 20 m de largo que tiene un desnivel de 2,5 m para enlazar con un puente.
¿Cuál es la resistencia de la pendiente?

33.32 Un Volkswagen cargado con 190 kg asciende una pendiente $Pend = 8\%$. Calcular la resistencia de la pendiente con la fórmula aproximada. (Tomar de las tablas de características el peso del automóvil.)

33.33 Un turismo marca Mercedes-Benz con motor Otto baja por una pendiente del 7%. ¿Cuál es la ganancia en fuerza impulsora si al peso en vacío del vehículo se le añaden 273 kg? (Tomar el peso en vacío de las tablas.)

33.34 Una moto que pesa 360 kg sube una pendiente del 9%. Calcular la resistencia de la pendiente.

2. Fuerza sobrante

33.35 Calcular la fuerza sobrante del automóvil del dibujo tomando los datos del mismo.

33.36 Un turismo que pesa 950 kg avanza con una fuerza impulsora de 1 250 N, de los cuales pierde 625 N por la resistencia del aire y 325 N por la rodadura.

Calcular:

- La fuerza sobrante.
- La pendiente $Pend$ que con ella puede superar.

33.37 Un turismo circula a 120 km/h por una autopista horizontal desarrollando una potencia de 60 kW en el embrague.

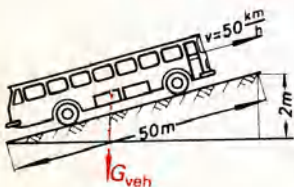
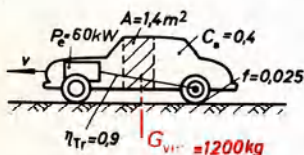
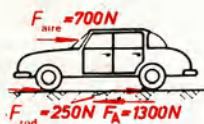
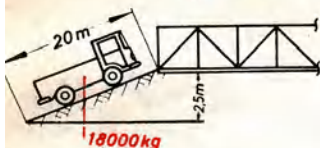
Calcular:

- La fuerza impulsora.
- La resistencia del aire.
- La resistencia de rodadura.

(Para el cálculo tomar los valores del dibujo.)

33.38 Un autobús que pesa 12 000 kg circula con una velocidad de 50 km/h por la pendiente del dibujo. Para ello, su motor desarrolla una potencia de 170 kW que llega con un rendimiento del 88% a las ruedas traseras.

¿Qué fuerza le queda para la aceleración si el coeficiente de resistencia de rodadura es 0,022 y el de penetración 0,8 con una superficie frontal (sección transversal) de 4,7 m².



34 | Electricidad del automóvil

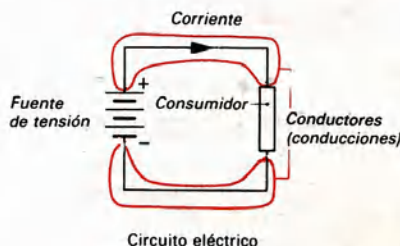
34.1 Fundamentos eléctricos, Ley de Ohm

Explicación

1. Fundamentos eléctricos

Son muchos los problemas que aparecen en la instalación eléctrica de los vehículos. A esa instalación pertenecen los siguientes cometidos:

Encendido
 Generación de electricidad (Dinamo, regulador)
 Acumulador de corriente (batería)
 Arranque (puesta en marcha)
 Alumbrado
 Señalización (intermitentes, bocinas)
 Distribución de corriente (circuito)
 Supresión de interferencias y otros consumidores
 Limpiaparabrisas



Las magnitudes fundamentales de la electrotecnia son la tensión, la intensidad y la resistencia.

Estas tres características indican las propiedades de un circuito eléctrico, el cual consiste en una fuente de tensión, unos conductores y unos consumidores (tales como lámparas, motor de arranque, etc.).

Las magnitudes que se manifiestan en un circuito son las siguientes:

1. En la fuente de tensión se genera la **tensión**.
2. La tensión se transmite en el circuito cerrado de una corriente del polo positivo (+) de la fuente, a través de los conductores y los consumidores, al polo negativo (-). La intensidad de la corriente eléctrica se denomina **intensidad de la corriente**.
3. Los conductores y los consumidores oponen una **resistencia** al paso de la corriente.

2. Ley de Ohm

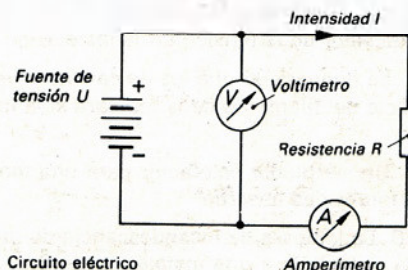
El físico alemán Ohm descubrió que las tres magnitudes fundamentales de la corriente eléctrica guardan cierta relación entre sí, **de modo que si en un circuito eléctrico se conocen dos de las magnitudes (por ejemplo, resistencia y tensión) se puede determinar la tercera (en este caso sería la intensidad)**.

Notaciones

U = Tensión, en volts [V]

I = Intensidad, en amperes [A]

R = Resistencia, en ohms [Ω]



Fórmula con ejemplo

Si se busca la tensión, la ley de Ohm dice:

Tensión = Intensidad · Resistencia

$$U = I \cdot R \text{ [V]}$$

Si fuera la intensidad o la resistencia lo que interesara, despejando:

Resistencia = $\frac{\text{Tensión}}{\text{Intensidad}}$

$$R = \frac{U}{I} \text{ [\Omega]}$$

o bien

Intensidad = $\frac{\text{Tensión}}{\text{Resistencia}}$

$$I = \frac{U}{R} \text{ [A]}$$

Nota

$$\frac{U}{I \cdot R}$$

$$U = I \cdot R$$

$$\frac{U}{I \cdot R}$$

$$I = \frac{U}{R}$$

$$\frac{U}{I \cdot R}$$

$$R = \frac{U}{I}$$

La ley de Ohm se puede memorizar con la ayuda de un triángulo y la frase nemotécnica

Un I ndividuo R aro

Basta con tachar la magnitud que se quiere calcular.

1. Una bujía de incandescencia tiene una resistencia de $0,05 \Omega$. La intensidad para la incandescencia no ha de ser superior a 30 A. ¿Cuál ha de ser la tensión?

$$U = I \cdot R \text{ [V]}$$

$$= 30 \text{ A} \cdot 0,05 \Omega = \underline{1,5 \text{ V}}$$

2. Calcular la resistencia de una luz piloto conectada a una batería de 6V por cuyo circuito la intensidad es de 1,2 A.

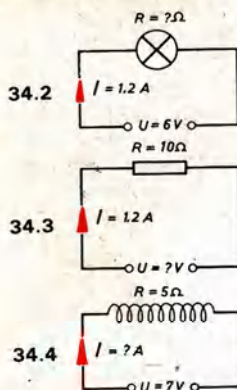
$$R = \frac{U}{I} \text{ [\Omega]}$$

$$= \frac{6 \text{ V}}{1,2 \text{ A}} = \underline{5 \Omega}$$

3. ¿Qué intensidad tiene la corriente que pasa por un encendedor eléctrico cuya resistencia es de $1,2 \Omega$ y está conectado a una batería de 12 V?

$$I = \frac{U}{R} \text{ [A]}$$

$$= \frac{12 \text{ V}}{1,2 \Omega} = \underline{10 \text{ A}}$$



Ejercicios

34.1 Se compran unas lámparas para 12 V y no alumbran bien. Con un voltímetro se mide una tensión de 10,8 V en la línea de las lámparas. ¿En cuánto es demasiado baja la tensión?

34.2 Calcular la resistencia de una lámpara de 6 V que soporta una intensidad de 1,2 A.

34.3 Calcular la tensión en una resistencia de 10Ω por la que pasa una corriente de 1,2 A.

34.4 La resistencia del circuito excitador de una dinamo es de 5Ω . La tensión que genera la dinamo es de 7 V. ¿Cuál es la intensidad en aquel circuito?

34.5 Una estufa eléctrica tiene una resistencia de 50Ω y está conectada a una tensión de 220 V. ¿Qué intensidad pasa por el arrollamiento de calefacción?

34.6 El motor de una limpiaparabrisas para una tensión de 6 V absorbe una intensidad de 3,5 A. ¿Cuál es la resistencia de ese motor?

34.7 Un motor de arranque cuya resistencia es de $0,12 \Omega$ absorbe en el arranque 200 A. Calcular el valor de la tensión en la instalación eléctrica del vehículo.

34.8 La lámpara de una luz de carretera está conectada a una batería de 12 V. ¿Cuál es la resistencia del filamento de la lámpara si la intensidad de la corriente que la alimenta es de 3,75 A?

34.9 Un ventilador calefactor para una tensión nominal de 6 V lleva una resistencia de 2Ω . ¿Qué intensidad absorbe?

34.10 La lámpara de incandescencia de una placa de matrícula tiene una resistencia de $2,4 \Omega$ y está conectada a una instalación de 6 V. ¿Qué intensidad pasa por el cable que la alimenta?

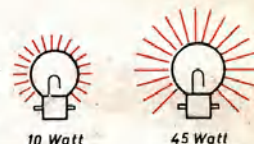
- 34.11** La resistencia de un bobinado es de 16Ω . ¿Cuál debe ser la tensión máxima en ese bobinado si la intensidad máxima admisible no puede ser superior a $0,75 \text{ A}$?
- 34.12** Una bujía de incandescencia tiene una resistencia de $0,06 \Omega$ y se le aplican 2 V . Calcular la intensidad de la corriente.
- 34.13** ¿Qué tensión necesita el filamento de una bujía con una resistencia de 30Ω para que la intensidad de la corriente en el filamento sea de $0,4 \text{ A}$?
- 34.14** Por un descuido se produce un cortocircuito con un grueso cable de cobre en una batería de 6 V . ¿Cuál es la corriente del cortocircuito si la resistencia interna de la batería es de $0,03 \Omega$?
- 34.15** Por una resistencia en serie de $0,12 \Omega$ pasa una corriente de 25 A . ¿Qué caída de tensión se produce en esa resistencia?

34.2 Potencia eléctrica, trabajo eléctrico, capacidad de la batería

Explicación

1. Potencia eléctrica

Para el recambio de las lámparas no sólo hay que tener en cuenta el "voltaje" (tensión), sino también los watts. Una lámpara de 45 watts da más luz que otra de 10 watts ; es más potente, tiene más potencia.



El watt es en electrotecnia la unidad de potencia eléctrica. La potencia eléctrica se determina con la tensión y la intensidad.

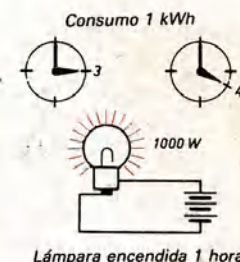
2. Trabajo eléctrico

Las compañías eléctricas calculan la cantidad de energía eléctrica (trabajo eléctrico) consumido por sus abonados mediante kilowatts-hora (abreviatura kWh). El trabajo y la potencia están relacionados con el tiempo (secc. 24.1):

$$\text{Potencia} = \frac{\text{Trabajo}}{\text{Tiempo}}, \text{ o bien } \text{Trabajo} = \text{Potencia} \cdot \text{Tiempo}$$

Por lo tanto: **Trabajo eléctrico = Potencia eléctrica · Tiempo**

El trabajo eléctrico depende pues de la potencia de los consumidores conectados y del tiempo que lo estén.



Una lámpara de 1000 W (1 kW) consume en 1 hora , $1 \text{ kilowatt} \times 1 \text{ hora} = 1 \text{ kilowatt-hora}$;

2 horas , $1 \text{ kilowatt} \times 2 \text{ horas} = 2 \text{ kilowatt-hora}$, etc.

Una lámpara de 10 W puede estar por lo tanto 100 horas encendida antes de llegar a consumir 1 kilowatt-hora ($10 \text{ W} \cdot 100 \text{ horas}$).

3. Capacidad de la batería

En la batería del vehículo se acumula (almacena) trabajo eléctrico. Ese trabajo acumulado (energía) es el que se aprovecha, por ejemplo para el motor de arranque cuando la dinamo no está trabajando. Ahora bien, si se conecta repetidas veces seguidas el motor de arranque porque el del automóvil no funciona, se puede consumir la energía eléctrica acumulada.

Notaciones

Para grandes potencias eléctricas la unidad que se utiliza es el kilowatt (kW), que corresponde a 1 000 watts (1 kW = 1 000 W, lo mismo que 1 kg = 1 000 g).

P = Potencia eléctrica [W ó kW]

U = Tensión [V]

I = Intensidad [A]

W = Trabajo eléctrico en watts-hora [Wh]
o kilowatts-hora [kWh]

t = Duración de conexión en horas [h]

La unidad exacta para la capacidad de la batería es el watt-hora. Sin embargo, el fabricante da en cambio la capacidad de la batería en amperes-hora.

Q = Capacidad de la batería con amperes-hora

Fórmula con ejemplo

1. Potencia eléctrica

Potencia eléctrica = Tensión × Intensidad:

Watts = Volts × Amperes

$$P = U \cdot I \text{ [W]}$$

Una dinamo genera una tensión entre bornes de 7,5 V a una descarga de 20 A. ¿Cuál es su potencia eléctrica?

$$\begin{aligned} P &= U \cdot I \text{ [W]} \\ &= 7,5 \text{ V} \cdot 20 \text{ A} = \underline{150 \text{ W}} \end{aligned}$$

2. Trabajo eléctrico

Trabajo = Potencia × Tiempo

Watts-hora = Watts × Horas

$$W = P \cdot t \text{ [Wh]}$$

Por descuido, en un turismo aparcado se queda la radio, que es de 6 A, conectada 5 horas. ¿Qué trabajo eléctrico habrá tomado de la batería que es de 6 V?

Si la potencia P se expresa por la tensión U y la intensidad I ($P = U \cdot I$), resulta:

$$W = U \cdot I \cdot t \text{ [Wh]}$$

1º sistema de cálculo

$$\begin{aligned} P &= U \cdot I \text{ [W]} = 6 \text{ V} \cdot 6 \text{ A} = 36 \text{ W} \\ W &= P \cdot t \text{ [Wh]} = 36 \text{ W} \cdot 5 \text{ h} = \underline{180 \text{ Wh}} \end{aligned}$$

2º sistema de cálculo

$$W = U \cdot I \cdot t \text{ [Wh]} = 6 \text{ V} \cdot 6 \text{ A} \cdot 5 \text{ h} = \underline{180 \text{ Wh}}$$

3. Capacidad de la batería

El trabajo eléctrico (Wh) y la capacidad (Ah) de la batería indicada por el fabricante, dependen conjuntamente de las siguientes magnitudes:

Capacidad de la batería = Intensidad × Tiempo de descarga (o tiempo de carga)

$$Q = I \cdot t \text{ [Ah]}$$

Si en la fórmula del trabajo eléctrico se expresa $I \cdot t$ por Q , queda $W = U \cdot Q$

Trabajo eléctrico acumulado = Tensión de la batería × Capacidad de la batería

$$W = U \cdot Q \text{ [Wh]}$$

La capacidad de la batería del vehículo aparcado es de 54 Ah.

a) ¿Cuántas horas puede estar conectada la radio (6 V, 6 A) hasta que se descargue la batería?

b) ¿Cuánta energía eléctrica hay acumulada en la batería cargada completamente?

$$a) Q = I \cdot t \text{ [Ah]}$$

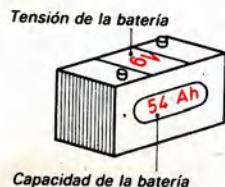
$$t = \frac{Q}{I}$$

$$= \frac{54 \text{ Ah}}{6 \text{ A}} = \underline{9 \text{ h}}$$

$$b) W = U \cdot Q \text{ [Wh]}$$

$$= 6 \text{ V} \cdot 54 \text{ Ah}$$

$$= \underline{324 \text{ Wh}}$$



Nota

1. Conversión en unidades SI de otras unidades antiguas de potencia:

1 CV $\triangleq$ 0,736 kW = 736 W y 1 kW $\triangleq$ 1,36 CV

2. La capacidad indicada de la batería (Ah) se puede aprovechar durante 20 horas a descarga mínima. A descargas más rápidas de la batería cargada, se aprovecha bastante menos energía eléctrica.

Tiempo descarga	Capacidad batería
20 h	100%
10 h	89%
5 h	67%

Ejercicios**1. Potencia eléctrica**

34.16 De la fórmula de la potencia eléctrica despejar a) la tensión U y b) la intensidad I.

34.17 Calcular la potencia eléctrica de un motor limpiaparabrisas que a la tensión de 6 V absorbe una intensidad de 3,5 A.

34.18 La lámpara de dos filamentos de la luz de carretera a una tensión de 12 V absorbe las siguientes potencias:

a) 40 W con la luz de cruce

b) 45 W con la luz de carretera

¿Cuál es la intensidad de la corriente en el cable del faro

a) con la luz de cruce

b) con la luz de carretera?

34.19 Una luz intermitente de 18 W absorbe una corriente de 1,5 A. Calcular el valor de la tensión en la instalación eléctrica del vehículo.

34.20 A una batería de 12 V están conectados los siguientes consumidores (conexión en paralelo):

2 lámparas de dos filamentos, de 3,75 A cada una

2 lámparas de posición, de 0,33 A cada una

2 luces piloto, de 0,83 A cada una

1 instalación de encendido de 4 A

Calcular la potencia que cede la batería.

34.21 En el motor de arranque de un automóvil viene todavía indicada la potencia con 0,9 CV. ¿A qué potencia en W y kW corresponde?

34.22 Una bujía de incandescencia con una resistencia de 0,05 Ω tiene una tensión de 1,5 V. Calcular a) la intensidad de la corriente y b) la potencia que absorbe la bujía.

2. Trabajo eléctrico

34.23 Convertir en kilowatts-hora 100 Wh, 6 500 Wh, 850 Wh.

34.24 La compañía eléctrica factura el kWh a 0,1 \$. ¿Cuánto ha de pagar un abonado que haya consumido 50,5 kWh (3 500 Wh, 14 kWh)?

34.25 Una lámpara de 60 W está encendida 4 horas diarias durante 30 días. Calcular su trabajo eléctrico.

34.26 Una batería de 6 V cargada del todo contiene en conjunto una energía eléctrica de 396 Wh. De estos se alimentan 2 lámparas de dos filamentos, de 3,75 A cada una, 2 luces piloto, de 0,83 A cada una y 2 de posición, de 0,33 A cada una. ¿Para cuántas horas da la energía acumulada en la batería?

3. Capacidad de la batería

34.27 La capacidad indicada por el fabricante de una batería de 12 V es de 38 Ah. ¿Cuánta energía eléctrica encierra la batería completamente cargada?

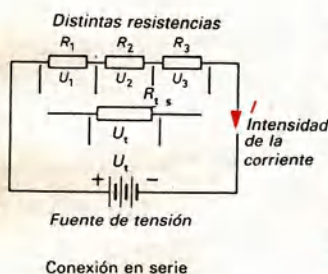
34.28 Una batería de 6 V con una capacidad de 77 Ah está cargada al 100%. Calcular:
a) la energía eléctrica contenida en la batería cargada
b) la energía eléctrica máxima que se puede aprovechar de la batería en 10 horas (5 h). (Ver la nota 2 anterior.)

34.29 A una batería de 12 V cargada, cuya capacidad es de 54 Ah se conectan diversos consumidores y se descarga del todo al cabo de 5 horas. ¿Qué intensidad, en promedio, se absorbió en ese intervalo?

34.30 Una batería de 6 V con una capacidad de 84 Ah se tiene que descargar en 20 horas. ¿De cuántos amperios ha de ser el consumidor que se le conecte?

34.3 Conexión en serie, conexión en paralelo

Explicación



1. Conexión de resistencias en serie

En los circuitos eléctricos de los ejercicios 34.1 a 34.4 sólo hay una resistencia (ya sea una lámpara o cualquier consumidor). Sin embargo en un circuito eléctrico puede haber distintas resistencias. Si éstas están conectadas una tras otra se denomina **conexión en serie**.

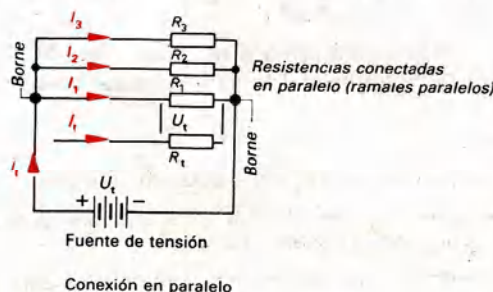
En tal caso, todos los electrones pasan por todas las resistencias (R_1 , R_2 , R_3) desde la fuente de tensión hasta regresar a la misma.

Por cada una de las distintas resistencias pasa la misma intensidad de corriente. El conjunto de tres resistencias puede por cálculo substituirse por una resistencia equivalente denominada resistencia total R_t .

2. Conexión en paralelo

Otra forma posible de intercalar las resistencias es la **conexión en paralelo**, en la cual cada una de las resistencias está conectada directamente a los bornes de la fuente de tensión.

En cada una de las distintas resistencias (consumidores) actúa la misma tensión. Sin embargo, por cada una de ellas sólo pasa una fracción de la intensidad total ya que los electrones pueden circular por todos los ramales paralelos.



Igualmente, en la conexión en paralelo se puede calcular una resistencia equivalente al conjunto de las distintas resistencias. Esa resistencia total es siempre menor que la menor de las resistencias parciales ya que los electrones buscan el camino que ofrece menos resistencia.

Notaciones

R_t = Resistencia total en ohms [Ω]

$R_1, R_2, R_3, \dots$ = Distintas resistencias 1, 2, 3, ... en ohms [Ω]

I_t = Intensidad total en amperes [A]

$I_1, I_2, I_3, \dots$ = Intensidades parciales 1, 2, 3, ... en amperes [A]

U_t = Tensión total en volts [V]

$U_1, U_2, U_3, \dots$ = Tensiones parciales 1, 2, 3, ... en volts [V]

Fórmula con ejemplo

1. Conexión en serie

La resistencia total de un circuito en serie es igual a la suma de las distintas resistencias.

Resistencia total = Suma de resistencias

$$R_t = R_1 + R_2 + R_3 + \dots [\Omega]$$

Ya se ha dicho que por todas las resistencias circula la misma intensidad I . Si la fórmula de la resistencia total se multiplica por I resulta

$$I \cdot R_t = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 + \dots$$

$$U_t = U_1 + U_2 + U_3 + \dots [V]$$

La tensión total es igual a la suma de las tensiones recortadas en las distintas resistencias.

Un motor Diesel lleva 4 bujías de incandescencia con una resistencia cada una $R_1 = 0,028 \Omega$ y una resistencia adicional $R_2 = 0,128 \Omega$ conectadas en serie.

- a) Calcular la resistencia total
b) ¿Cuál debe ser la tensión de la batería si la intensidad asciende a 50 A?

$$\begin{aligned} a) R_t &= 4 R_1 + R_2 [\Omega] \\ &= 4 \cdot 0,028 + 0,128 = \underline{0,240 \Omega} \end{aligned}$$

- b) 1º Sistema de cálculo

$$\begin{aligned} U_t &= 4 U_1 + U_2 [V] \\ U_1 &= I \cdot R_1 [V] \\ U_2 &= I \cdot R_2 [V] \\ U_1 &= 50 \cdot 0,028 = 1,4 \text{ V} \\ U_2 &= 50 \cdot 0,128 = 6,4 \text{ V} \\ U_t &= 4 \cdot 1,4 + 6,4 = 12 \text{ V} \end{aligned}$$

- 2º Sistema de cálculo

$$U_t = I \cdot R_t [V] = 50 \cdot 0,24 = \underline{12 \text{ V}}$$

2. Conexión en paralelo

Para la conexión en paralelo se tiene:

Intensidad total = Suma de las intensidades parciales

$$I_t = I_1 + I_2 + I_3 + \dots [A]$$

Esta fórmula, dividida por la tensión total y teniendo en cuenta que esa tensión total actúa en todas las resistencias.

$$\frac{I_t}{U} = \frac{I_1}{U} + \frac{I_2}{U} + \frac{I_3}{U} + \dots$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \left[\frac{1}{\Omega} \right]$$

Con esta fórmula se puede calcular la resistencia total de varias resistencias conectadas en paralelo.

A una batería de 6 V están conectadas en paralelo 2 resistencias de 2 Ω y 4 Ω , respectivamente.

- a) Calcular la resistencia total
b) Calcular la intensidad total y las intensidades parciales.

$$\begin{aligned} a) \frac{1}{R_t} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \left[\frac{1}{\Omega} \right] \\ &= \frac{1}{2 \Omega} + \frac{1}{4 \Omega} = \frac{2}{2 \cdot 2 \Omega} + \frac{1}{4 \Omega} = \frac{3}{4} \left[\frac{1}{\Omega} \right] \\ R_t &= \underline{\frac{4}{3} \Omega} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) I_1 &= \frac{U}{R_1} [A] & I_2 &= \frac{U}{R_2} [A] \\ &= \frac{6 \text{ V}}{2 \Omega} = 3 \text{ A} & &= \frac{6 \text{ V}}{4 \Omega} = 1,5 \text{ A} \end{aligned}$$

- 1º Sistema de cálculo

$$I_t = I_1 + I_2 [A] = 3 \text{ A} + 1,5 \text{ A} = \underline{4,5 \text{ A}}$$

- 2º Sistema de cálculo (event. como control)

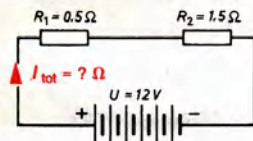
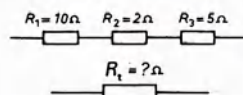
$$I_t = \frac{U}{R_t} [A] = \frac{6 \cdot 3}{4} = \underline{4,5 \text{ A}}$$

Nota

La conexión en paralelo es la más corriente en los vehículos. Con ella actúa en todos los consumidores la tensión completa de la batería. La conexión en serie suele emplearse únicamente en el circuito de las bujías de incandescencia (motores Diesel).

Ejercicios

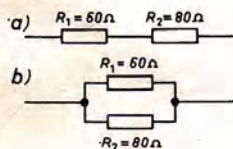
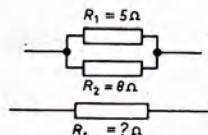
34.31 Calcular la resistencia total de las tres resistencias conectadas en serie en el esquema.



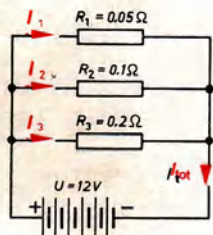
34.32 Dos resistencias ($R_1 = 0,5 \Omega$ y $R_2 = 1,5 \Omega$) están conectadas en serie a una batería de 12 volts.

Calcular: a) La resistencia total, b) la intensidad y c) la tensión parcial en cada una de las resistencias.

34.33 Dos resistencias de 5Ω y 8Ω , respectivamente se conectan en paralelo. ¿Cuál es la resistencia total?



34.34 Dos resistencias de 60Ω y 80Ω , respectivamente, se conectan en a) serie, b) paralelo. Calcular la resistencia total para ambos casos.

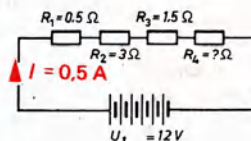


34.35 A una batería de 12 V están conectados en paralelo 3 consumidores (resistencias R_1 , R_2 y R_3).

Calcular:

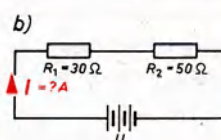
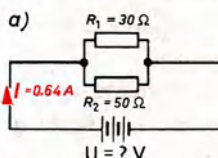
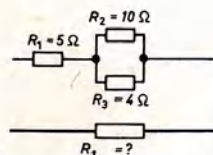
- La resistencia total
- La intensidad total
- Las intensidades parciales

34.36 A través de 4 resistencias conectadas una tras otra pasa una intensidad de 0,5 A. Con los datos del esquema calcular a) la resistencia R_4 y b) las tensiones parciales en las resistencias R_1 a R_4 .



34.37 Calcular la resistencia total de las resistencias R_1 ... R_3 .

34.38 Dos resistencias de 30Ω y 50Ω , respectivamente, se conectan en paralelo a una fuente de tensión y circula así una intensidad de 0,64 A. Calcular a) la tensión de la batería y b) la intensidad si las dos resistencias se conectan en serie a la misma batería.



34.39 Se conectan en paralelo tres resistencias de 10Ω , 20Ω y 40Ω , respectivamente. La intensidad total es de 8 amperes. ¿Cuál es la intensidad cuando las tres resistencias se conectan en serie a la misma tensión?

Tabla de características de los vehículos

Fabricante Tipo	TURISMOS						
	Audi-NSU Audi 80 L	BMW 520	Daimler-Benz 240 D 280 E		Ford Granada	Opel Ascona 1.6 S	VW Golf
Características del motor:	4-T.-Otto	4-T.-Otto	4-T.-Diesel	4-T.-Otto	4-T.-Otto	4-T.-Otto	4-T.-Otto
Potencia efectiva P_e kW	40,4	84,6	47,8	130	55,2	55,2	36,8
a revoluciones n 1/min	5500	5800	4200	6000	5000	5000	6000
Par motor							
máximo M_M Nm	94	165	137	234	128	115	77
a revoluciones n 1/min	2500	3700	2400	4500	2500	3800	3000
Número de cilindros i	4	4	4	6	4	4	4
Diámetro cilindro D mm	75	89	91	86	90	85	69,5
Carrera s mm	73,4	80	92,4	78,8	66,8	69,8	72
Cilindrada total V_H cm ³	1296	1990	2404	2746	1680	1584	1093
Relación de compresión ϵ	8,5:1	9,0:1	21:1	8,7:1	8,75:1	8,8:1	8,0:1
Características del vehículo							
Velocidad máxima							
v_{max} km/h	151	173	138	200	148	160	146
Consumo $l/100$ km	8,7	10,7	9,5	12,5	9,9	9,6	8,9
Peso en vacío $P_{vacío}$ kg	1260	1230	1385	1540	1190	1000	800
Carga útil G_{util} kg	395	470	520	440	420	420	380
Neumáticos	155 SR 13	175 SR 14	175 SR 14	195/70 HR 14	175 SR 14	165 SR 13	155 SR 13
Radio dinámico de las ruedas R_{din} mm	279	306	306	306	306	287	279
Relación de transmisión del cambio i_i, i_{ii} en	3,454/ 2,055/ 1,33/ 0,909	3,764/ 2,021/ 1,32/1,0	3,9/2,3/ 1,41/1,0	3,9/2,3/ 1,41/1,0	3,65/ 1,97/ 1,37/1,0	3,428/ 2,156/ 1,366/1,0	3,45/ 2,05/ 1,35
$i_{superior}$							
$i_{atrás}$	3,166	4,096	3,66	3,66	3,66	3,317	0,96 3,39
Rel transm diferencial i_{dif}	4,11	4,11	3,69	3,54	4,11	3,67	4,57

Fabricante Tipo	CAMIONES				MOTOCICLETAS	
	Büssing Burglöwe U	Rheinstahl Henschel F 122 L	Klöckner- Humboldt- Deutz Magirus Saturn TE	MAN 13 230 F	BMW R 90/6	Kreidler Florett RS
Características del motor	4-T.-Diesel	4-T.-Diesel	4-T.-Diesel	4-T.-Diesel	4-T.-Otto	2-T.-Otto
Potencia efectiva P_e kW	92,6	117,8	173	169	44,2	4,6
a revoluciones n 1/min	2800	2600	2300	2200	6500	8500
Par motor						
máximo M_M Nm	373	471	845	805	—	—
a revoluciones n 1/min	1400	1400	1300	1400	—	—
Número de cilindros i	6	6	10	6	2	1
Diámetro cilindro D mm	100	115	120	123	90	40
Carrera s mm	125	125	140	150	70,6	39,7
Cilindrada total V_H cm ³	5890	7788	15 833	10 689	898	49
Relación de compresión ϵ	21:1	16,5:1	19:1	17:1	9:1	11,3:1
Características del vehículo						
Velocidad máxima						
v_{max} km/h	80	86	79,5	88	188	85
Consumo k_n $l/100$ km	18,0	22,0	29,0	28,0	5,0	2,4
Peso en vacío $P_{vacío}$ kg	4300	5225	9000	7680	210	83
Carga útil P_{util} kg	6200	6775	13 000	11 320	160	162
Neumáticos	8,25-20 Sup.	9,00-20 PR12	10,00-20 Cinturón	12,00-20 ref	3,25 S 19(D) 4,00 S 18 (A)	2 ³ / ₄ -17
Radio dinámico de las ruedas R_{din} mm	484	510	525	560	318/322	280
Relación de transmisión del cambio i_i, i_{ii} en	8,02/4,68/ 2,74/1,61/ 1,0	9,35/5,47/ 3,74/2,42/ 1,59/1,0	6,9/4,04/ 2,45/1,51/ 1,0/0,68	9,0/7,52/ 5,18/4,33/ 3,14/2,62/ 2,08/1,735/ 1,44/1,2/ 1,0/0,84	4,4/2,86/ 2,07/1,67/ 1,5	3,54/2,1/ 1,57/1,27/ 1,11
$i_{superior}$						
$i_{atrás}$	7,2	7,92	6,44	8,45/7,05	—	Relación Motor-Camb 3,95
Rel transm diferencial i_{dif}	5,13	5,57	8,17	6,26	(3,09)	(2,54)

43-1301

Edición especial para proyectos
de formación profesional
en el área de la cooperación técnica



Matemática aplicada para la técnica del automóvil

Soluciones

Deutsche Gesellschaft
für Technische Zusammenarbeit
(GTZ) GmbH

Índice analítico

1. Las cuatro reglas fundamentales	
1.1 Cálculos con tablas	5
1.2 "Cálculos con rayas", "cálculos con puntos", operaciones con paréntesis	5
1.3 Calculadora de bolsillo electrónica ..	7
2. Regla de tres	
Regla de tres simple, regla de tres compuesta	7
3. Cálculo del tanto por ciento	
Interés, rédito, capital	8
4. Unidades en la técnica	
4.1 Unidades SI, Longitud, Superficie, Volumen, Pulgadas	9
4.2 Unidad de tiempo, unidad de ángulo	10
4.3 Masa, Fuerza, Peso, Presión, Trabajo	11
5. Cálculo de longitudes	
5.1 Escalas, División de longitudes	12
5.2 Longitudes extendidas, longitudes de muelles	13
6. Cálculo de superficies	
6.1 Superficies angulares, superficies redondas	13
6.2 Superficies compuestas	14
7. Cálculo de volúmenes	
7.1 Cuerpos de espesor uniforme, cuerpos puntiagudos	15
7.2 Cuerpos truncados, cuerpos esféricos, cuerpos anulares	15
7.3 Cuerpos compuestos	16
8. Operaciones algebraicas	
8.1 Reglas fundamentales de las operaciones algebraicas	16
8.2 Transposición de fórmulas	17
9. Cálculo de masas	
Masa (peso), Densidad, Peso fuerza (fuerza pesante)	19
10. Fuerzas	
Definición, representación, composición, descomposición	20

11. Cálculo de resistencias	
Definiciones fundamentales. Resistencia a la tracción, resistencia a la compresión, resistencia a la cortadura (cizalladura)	22
12. Representación gráfica de números	
Diagramas de superficies rayadas, superficies, curvas y de Sankey	24
13. Máquinas simples	
13.1 Palanca	25
13.2 Fuerzas (reacciones) en los apoyos. Cargas y fuerzas en ejes	26
13.3 Plano inclinado	27
14. Cálculo de roscas	
14.1 Forma básica de la rosca. Cálculo del paso de rosca. Conversión de Ø de roscas en mm y pulgadas	29
14.2 Cálculo de roscas métricas. Cálculo de roscas en pulgadas	30
15. Cálculo de tornillos	
Fuerzas de tracción y compresión en los tornillos. Carga admisible de los tornillos	31
16. Teorema de Pitágoras	
Teorema de Pitágoras, cálculo del ancho de llave (ancho entre caras), cálculo de diagonales	32
17. Cálculo de la presión	
17.1 Presión en cuerpos sólidos. Presión en los líquidos. Presión en los gases	33
17.2 Presión atmosférica, sobrepresión, depresión, presión absoluta, unidades de presión	34
18. Cálculo térmico	
18.1 Temperatura y cantidad de calor. Refrigeración del motor. Conversión de energía	35
18.2 Dilatación longitudinal de los cuerpos sólidos, dilatación cúbica de los cuerpos sólidos y líquidos	35
19. Cálculo del motor	
19.1 Cilindrada, relación de carrera a diámetro, grado de admisión (rendimiento volumétrico)	36
19.2 Relación de compresión, cámara de compresión, aumento de la compresión	37

Título original: Fachrechnen Kfz

© 1984 (8. Auflage) Schroedel Schulbuchverlag GmbH, Hannover

Edición en castellano:

© 1986 Deutsche Gesellschaft für Technische Zusammenarbeit (GTZ) GmbH, Eschborn, República Federal de Alemania

Publicado por Edibosco, Cuenca/Ecuador, en cooperación con la Deutsche Gesellschaft für Technische Zusammenarbeit (GTZ) GmbH

Reservados todos los derechos

Distribución: **Editorial EDIBOSCO**, Vega Muñoz 10-68,
Casilla 01-01-0275, Cuenca/Ecuador * FAX: 5937-842722

19.3	Presión del gas en el cilindro, fuerza del émbolo	37
19.4	Momento de giro o de rotación del motor (par)	38
20.	Cálculo de velocidades	
20.1	Movimiento uniforme rectilíneo	39
20.2	Movimiento circular uniforme, velocidad tangencial (perimetral)	39
20.3	Movimiento uniformemente acelerado y uniformemente retardado. Aceleración y desaceleración	39
20.4	Movimiento alternativo, velocidad del pistón	40
21.	Transmisión por correas	
21.1	Transmisión sencilla	41
21.2	Doble transmisión	42
22.	Maniobra de válvulas (distribución)	
	Tiempo de maniobra de válvula (distribución). Ángulo de apertura de válvula. Tiempo de apertura de válvula	43
23.	Rozamiento, cojinetes, tolerancia	
23.1	Rozamiento de adherencia y rozamiento de deslizamiento	44
23.2	Cálculo de cojinetes	44
23.3	Cálculo de tolerancia y ajuste	45
24.	Cálculo de potencia	
24.1	Trabajo y potencia	46
24.2	Potencia indicada (potencia interna)	46
24.3	Potencia efectiva (potencia útil)	47
24.4	Rendimiento en la transformación de la energía	48
24.5	Potencia por cilindrada (potencia unitaria), peso por unidad de potencia	49
25.	Consumo	
25.1	Consumo de combustible en carretera. Consumo de combustible según DIN 70030. Consumo específico	50
25.2	Cálculo de la cantidad inyectada en los motores Diesel	50
25.3	Poder calorífico, poder calorífico por litro. Rendimiento	51
26.	Motor de pistón rotatorio	
	Volumen de la cámara, relación de compresión, potencia interna	51
27.	Cálculo de embragues	
27.1	Par de transmisión	52
27.2	Presión superficial de las guarniciones de los embragues	52

28.	Accionamiento por ruedas dentadas	
28.1	Dimensiones de las ruedas dentadas	53
28.2	Engranaje sencillo. Relación de transmisión	54
28.3	Doble engranaje	54
29.	Cálculo de transmisiones (cajas de cambios)	
29.1	Relación de transmisión	55
29.2	Transmisión de las revoluciones del motor. Transmisión del par motor	56
30.	Velocidad del vehículo	
30.1	Relación de transmisión en el puente. Transmisión de las revoluciones en el puente. Transmisión del par de giro en el puente	58
30.2	Relación de transmisión total del flujo de fuerza en la tracción normal	58
30.3	Velocidad del vehículo en las distintas marchas	59
31.	Dirección	
31.1	Relación de transmisión de la dirección. Recorrido de las ruedas en las curvas	61
31.2	Ángulo de convergencia. Convergencia	61
31.3	Mecanismo de la dirección	62
32.	Frenos	
32.1	Desaceleración de frenado, tiempo de frenado, distancia de frenado, distancia hasta el paro	62
32.2	Presión del circuito. Fuerza de aprieto	63
32.3	Frenos de tambor—Fuerza periférica	63
32.4	Frenos de disco. Fuerza de frenado en una rueda	64
33.	Mecánica del movimiento	
33.1	Fuerza impulsora	64
33.2	Resistencia a la rodadura	65
33.3	Resistencia del aire	65
33.4	Resistencia en pendiente. Fuerza sobranante	65
34.	Electricidad del automóvil	
34.1	Fundamentos eléctricos. Ley de Ohm	66
34.2	Potencia eléctrica. Trabajo eléctrico. Capacidad de la batería	66
34.3	Conexión en serie. Conexión en paralelo	67
35.	Repasos para el examen	67

1. Las cuatro reglas fundamentales

1.1 Cálculos con tablas

1.1	441; 1225; 2116; 14400; 30625; 144400; 177241; 451584; 970225; 982081
1.2	11,8322; 16,4317; 29,1548; 26,8328; 30,4959; 43; 93; 194; 521; 142,5; 230
1.3	62,832 mm; 235,62 mm; 392,70 mm; 706,86 mm; 1165,5 mm; 1335,2 mm; 1979,2 mm; 2230,5 mm; 2642,1 mm; 2865,1 mm;
1.4	2206,18 mm ² ; 9852,03 mm ² ; 10751,3 mm ² ; 77931,1 mm ² ; 138 544 mm ² ; 173 494 mm ² ; 220 618 mm ² ; 407 150 mm ² ; 515 300 mm ² ; 679 291 mm ² ;
1.5	a) $n^2 = 5,29$; $\sqrt{n} = 1,5166$; $d \cdot \pi = 7,2257$ mm; $\frac{d^2 \cdot \pi}{4} = 4,15476$ mm ² b) = 488,41 = 4,7 = 69,429 mm = 383,596 mm ² c) = 7464,96 = 9,295 = 271,43 mm = 5862,97 mm ² d) = 68,5584 = 2,8775 = 26,012 mm = 53,8456 mm ² e) = 24,4036 = 2,22261 = 15,519 mm = 19,1665 mm ² f) = 0,1156 = 0,5831 = 1,06814 mm = 0,090792 mm ²

1.6	65 mm; 121 mm; 177 mm; 634 mm; 736 mm;
1.7	25 mm; 137 mm; 244 mm; 854 mm; 875 mm; 928 mm; 990 mm;

1.2 "Cálculos con rayas", "cálculos con puntos", operaciones con paréntesis

1. Ejercicios de repaso

1.8	a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{14}$ d) $1\frac{1}{6}$ e) 4
1.9	a) $\frac{8}{10}$; $\frac{12}{15}$; $\frac{20}{25}$; $\frac{28}{35}$; $\frac{40}{50}$; b) $\frac{6}{14}$; $\frac{9}{21}$; $\frac{15}{35}$; $\frac{21}{49}$; $\frac{30}{70}$ c) $\frac{14}{40}$; $\frac{21}{60}$; $\frac{35}{100}$; $\frac{49}{140}$; $\frac{70}{200}$; d) $\frac{260}{366}$; $\frac{390}{549}$; $\frac{650}{915}$; $\frac{910}{1281}$; $\frac{1300}{1830}$ e) $\frac{18}{10}$; $\frac{27}{15}$; $\frac{45}{25}$; $\frac{63}{35}$; $\frac{90}{50}$; f) $\frac{30}{8}$; $\frac{45}{12}$; $\frac{75}{20}$; $\frac{105}{28}$; $\frac{150}{40}$
1.10	a) $\frac{7}{2}$ b) $\frac{37}{7}$ c) $\frac{164}{9}$ d) $\frac{21}{4}$ e) $\frac{73}{10}$ f) $\frac{340}{23}$
1.11	a) 0,125 b) 0,25 c) 0,625 d) 0,8 e) 0,6 f) 0,07 g) 0,9 h) 0,36

1.12 a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{7}{100}$ c) $1\frac{1}{4}$ d) $3\frac{3}{4}$ e) $\frac{7}{8}$ f) $7\frac{3}{25}$ g) $3\frac{4}{5}$

1.13 a) $243\frac{3}{4}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{183}{370}$

1.14 a) $1\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{7}$ c) $1\frac{4}{5}$ d) 12

1.15 a) $\frac{31}{40}$ b) $1\frac{25}{36}$ c) $4\frac{1}{9}$ d) $32\frac{19}{360}$

1.16 a) $2\frac{6}{7}$ b) $4\frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $47\frac{1}{4}$ e) $\frac{3}{14}$ f) $9\frac{3}{8}$ g) 34 h) 43

1.17 a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{13}{35}$ c) 8 d) $2\frac{1}{2}$ e) 6 f) $\frac{2}{7}$ g) $1\frac{14}{157}$ h) $2\frac{14}{39}$

1.18 a) 175 l b) 150 l c) 100 l d) 50 l

1.19 187,875 km

1.20 754 m

1.21 Empresario 26,80 DM; Trabajador 13,40 DM

1.22 26,17 mm

2. Operaciones con puntos y rayas

1.23 a) 2 b) 27 c) 2 d) 80 e) 418 f) 8658
g) 165 h) 16 i) 1045 j) 45 k) 5953 l) 55

1.24 3641

1.25 a) 9,6 b) 22,96 c) 3,3

1.26 328,51

1.27 a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{22}{25}$ c) $\frac{77}{180}$ d) $\frac{37}{105}$

1.28 $154\frac{5}{72}$

1.29 4734,85 DM

1.30 259,00 DM

3. Operaciones con paréntesis

1.31 a) 74 b) 56 c) $3,\bar{3}$ d) 109 e) 60 f) 2

1.32 a) 4,68 b) 2 c) $4,68\bar{3}$

1.33 a) 157 b) 87,1 c) 5,29

1.34 4092,32

1.35 a) $\frac{61}{80}$ b) $\frac{10}{21}$ c) $4\frac{5}{28}$

1.36 a) 0,24 b) 3 c) 5,5

1.37 a) $27\frac{13}{20}$ b) 374,35 DM

1.38 25 piezas

1.39 75°

1.40 $A = 1056 \text{ m}^2$

1.41 $A = 3469,64 \text{ m}^2$

1.3 Calculadora de bolsillo electrónica

1.42 a) 10731; 1194,15; 90,968; 48664,457

b) 19982; 8,8447; 693,3946; 70104; 6019,6; 3992,6699

c) 28676,19; 5620,302; 1316,2692

1.43 1462; 219,769; 3772,109; 15152,692

1.44 a) 2001; 1114,56; 3207685,8; 164754; 21,5448; 4149,9;
0,18; 3562142; 34662,15

b) 7478; 17; 2043; 4,31; 3,26; 2653,42;
0,17; 3,4; 2,01

1.45 225; 2100; 684,342; 740,25; 842,5; 100,0944

1.46 83293; 70,90971; 19903,572;
14839,827; 98201,488; 21950,847

1.47 121754,9; 1810,8968

2. Regla de tres

1. Regla de tres simple

2.1 187,00 DM 2.2 9 horas 2.3 3,30 DM

2.4 13,91 DM 2.5 313,3 kg 2.6 8,75 km

2.7 125 segundos 2.8 30 días 2.9 a) 8 días

b) $6\frac{2}{3}$ días c) 6 días

2.10 $31\frac{1}{4}$ días 2.11 24 especialistas

2.12 114 vueltas 2.13 28,3 m 2.14 48 minutos

2. Regla de tres compuesta

2.15 288,00 DM 2.16 54 días 2.17 17,5 km/h

2.18 3 días 2.19 15,00 DM 2.20 11,775 kg

2.21 560 m^3

3. Cálculo del tanto por ciento

Interés, rédito, capital

- 3.1 a) 4,80 DM 4,56 kg 7,3 m 0,072 m²
 7,20 DM 0,8 kg 1,092m 9,2 m²
 2,40 DM 12,0 kg 5,4 m 0,07 m²
 52,00 DM 1,76 kg 0,02 m 0,84 m²
 b) 12,00 DM 11,4 kg 18,25 m 0,18 m²
 18,00 DM 2,0 kg 2,73 m 23,0 m²
 6,00 DM 30,0 kg 13,5 m 0,175 m²
 130,00 DM 4,4 kg 0,05 m 2,1 m²
 c) 36,60 DM 34,77kg 55,6625m 0,549m²
 54,90 DM 6,1 kg 8,3265m 70,15 m²
 18,30 DM 91,5 kg 41,175 m 0,53375m²
 396,50 DM 13,42kg 0,1525m 6,405 m²
- 3.2 a) 12%; 25%; 2%; 5%; b) 40%; 7,5%; 40%; 6,25%
- 3.3 600 200 1200 850 DM
 600 1 750 kg 3310 DM 133,3 kg
- 3.4 72.00 DM 3.5 20.00 DM
- 3.6 Nitrógeno: 93,6 m³; Oxígeno: 25,2 m³; Gases nobles: 1,2 m³
- 3.7 2000,00 DM
- 3.8 a) Precio de coste 600 DM b) Ganancia 90 DM
- 3.9 a) Sueldo anterior 5,74 DM b) Aumento 0,46 DM
- 3.10 37,5% 3.11 16 kg
- 3.12 8,8 mm 3.13 38 DM
- 3.14 710 DM 3.15 16%
- 3.16 15,54% 3.17 1857 Mecánicos
- 3.18 a) 130 DM b) 147 DM c) 13,07% 3.19 34800 DM $\hat{=}$ 18%
- 3.20 20+4= 24 kg 28+5,6= 33,6 kg 32+6,4= 38,4 kg
- 3.21 34,4 kg Cu; 4 kg Sn; 1,6 kg Zn

4. Unidades en la técnica

4.1 Unidades SI, Longitud, Superficie, Volumen, Pulgadas

- 4.1 a) 0,3m; 0,12m; 1,5m; 0,778m; 58m; 0,08m; 0,03m
 b) 1200dm; 7dm; 1,4dm; 8dm; 130,5dm; 1dm; 0,04dm
 c) 1800cm; 1740cm; 182cm; 80cm; 45cm; 0,01cm; 35cm
 d) 800 μ m; 1400 μ m; 20 μ m; 2 μ m; 100 μ m; 1600 μ m; 375 μ m
- 4.2 a) 31,71m; b) 654,99 DM
- 4.3 a) 0,004m²; 0,015m²; 0,000028m²; 0,00378m²; 0,005m²;
 0,1m²; 0,00347m²
 b) 0,14dm²; 380dm²; 0,00174dm² 2835dm²; 0,000078dm²;
 500dm²; 40dm²
 c) 2583cm²; 17520cm²; 8cm²; 2000cm²; 0,0087cm²;
 10cm²; 0,005cm²
 d) 1500000mm²; 3000mm²; 7500mm²; 8350mm²; 43000000mm²;
 50mm²; 170000mm²
- 4.4 a) 139,495dm b) 2,22cm c) 44,99995dm² d) 54,00013dm²
- 4.5 a) 0,18m³; 0,784326m³; 0,00051301m³; 0,001056324m³;
 0,0032m³; 0,0001804cm³; 0,000000002m³
 b) 783dm³; 0,282dm³; 0,000462dm³; 543,02dm³; 2500dm³;
 0,0128dm³; 0,0000002dm³
 c) 1730546cm³; 27000000cm³; 8,643cm³; 74200cm³;
 12000cm³; 0,0005cm³; 4600000cm³
 d) 2430,2mm³; 27000000mm³; 500mm³; 1243620000mm³;
 36000mm³; 20000mm³; 4320000000mm³
- 4.6 a) 165000m² b) 374000m² c) 0,2831024a d) 5,83402km
 e) 16600ml f) 38,4265hl g) 0,6231 h) 5200ml
 i) 9,03dm³
- 4.7 12,7mm; 19,05mm; 25,4mm; 38,1mm; 76,2mm; 203,2mm;
 142,24mm; 15,875mm
- 4.8 3"; 6"; 10"; $\frac{7}{8}$ "
- 4.9 1,41 mm
- 4.10 8316mm = 831,6cm = 83,16dm = 8,316m
- 4.11 34,925 - 3,7 = 31,225 mm

4.2 Unidad de tiempo, unidad de ángulo

1. Unidades de tiempo

4.12 900min; 0,6min; 1560min; 0,2min; 2280min; 935min;
1572min; 2305min

4.13 a) 2,5h; 0,4h; 0,02h; 0,75h; 0,25h;
b) 4h40min30s; 12h20min15s; 2h24min35s; 1h3min20s;
3h1min12s

4.14 a) 26h6min18s b) 41h1min13s c) 11h10min5s
d) 13h49min45s

4.15 a) 62h40min40s b) 49h1min36s c) 4h13min6s
d) 4h3min1s

2. Unidades de ángulo

4.16 a) 65'; 260,25'; 30'; 1210,7'; 9,7'
b) 1°53'; 1°54'40"; 122°40'; 1°18'; 16°15'; 15°12'19"

4.17 a) 2' b) 630,25'

4.18 a) 45°35'15" b) 14°2'2" c) 13°49'44" d) 126°51'50"

4.19 179°25'5"

4.20 a) 71°40'50" b) 855°5' c) 16°39' d) 122°13'48" e) 6°

4.21 2π rad; $1,5\pi$ rad; 1π rad; $0,66\pi$ rad; $0,5\pi$ rad;
 $0,33\pi$ rad; $0,22\pi$ rad; $0,16\pi$ rad; $0,08\pi$ rad;

$$\frac{\pi}{10800}; \frac{\pi}{648000}$$

4.22 57,3°; 114,6°; 171,9°; 229,2°; 286,5°

4.23 a) $4,5^\circ = 4^\circ 30'$ b) $4,8^\circ = 4^\circ 48'$ c) $9^\circ 19' 22''$

4.24 a) $\delta = 79^\circ 30'$ b) $\gamma = 30^\circ 10'$ c) $\alpha = 8^\circ 30'$
 $\delta = 73^\circ 45'$ $\alpha = 5^\circ 10'$ $\beta = 64^\circ 15'$

3. Medidas de longitud de arco

4.25 36,65mm; 66mm; 73,3mm; 219,9mm

4.26 24,43mm

4.27 a) Aa 43,98 mm antes del PMS; Ac 100,5mm después del PMI
b) Abertura 226°

4.28 a) $l_a = 314$ mm b) $l_A = 1256,6$ mm

4.29 a) 69,27 mm b) 88,9 mm c) 108,54 mm

4.3 Masa, Fuerza, Peso, Presión, Trabajo

4.30 a) 16000kg; 0,0187kg; 24kg; 0,18kg; 0,000523kg
2543kg; 1400kg; 0,02kg; 0,0015kg

b) 0,15 t; 0,72 t; 0,0005 t; 2 t; 0,00028 t;
0,0015 t; 0,0005 t; 0,003482 t; 0,0153 t;

4.31 a) 71500,1kg; b) 152,12kg; c) 1,5115kg d) 124864,874kg

4.32 a) N:	32	12 000	1500
	5,2	30 000	1800
	37	25 000	235
	5	820	7
b) da N:	140	0,08	0,25
	340	51	4,1
	3	25	301
c) kN:	4	0,378	0,0434
	0,337	0,5502	0,042
	0,29	0,002	0,15
	0,003	0,0056	2

4.33 a) 2479 N b) 270,9 daN c) 2049,606 N d) 11,602 kN

4.34 $F_P = 470,88$ N 4.35 a) 981 N b) 1962 Nm

4.36 a) $F'_P = 8829$ N; $F_P = 1569,6$ N; $F_P = 117720$ N;

b) $W = 24721,2$ Nm; $W = 4394,88$ Nm; $W = 329616$ Nm

4.37 a) $F = 249,92$ daN b) $p = 2,84$ daN/cm² [= bar]

4.38 a) 5 daN/cm² b) 1,89 daN/cm²

4.39 2 daN/cm² 4.40 390 000 Nm

4.41 a) $m = 132,52$ kg = 0,13252 t = 132520 g

b) $W = 1950$ Nm

4.42 a) $F = 98 000$ N b) $m = 9990$ kg

- 4.43 $F_p = 2207,25 \text{ N}$ 4.44 $m = 3 \text{ kg}$
 4.45 $F_p = 5689,8 \text{ N}$ 4.46 $p = 0,327 \text{ daN/cm}^2 [= \text{bar}]$
 4.47 $W = 2042932,5 \text{ Nm}$
 4.48 a) $F_p = 39240 \text{ N}$ b) $s = 3 \text{ m}$
 4.49 $W = 77253,75 \text{ Nm}$
 4.50 a) $F_p = 98100 \text{ N} = 9810 \text{ daN} = 98,1 \text{ kN}$
 b) $m = 10\,000 \text{ kg} = 10 \text{ t}$
 4.51 a) 2710 N b) $19,015 \text{ kg}$ c) $1197,25 \text{ daN}$
 d) $207,72 \text{ daN}$ e) $129879,995 \text{ kg}$
 4.52 $p = 100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 1000 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$

5. Cálculo de longitudes

5.1 Escalas, División de longitudes

- 5.1 a) 1:2 1:5 1:10 b) 1:2 1:5 1:10
 0,5 m 0,2 m 0,1 m 1,25 m 0,5 m 0,25 m
 0,5 dm 0,2 dm 0,1 dm 0,1 dm 0,04 dm 0,02 dm
 0,5 cm 0,2 cm 0,1 cm 10 cm 4 cm 2 cm
 0,5 mm 0,2 mm 0,1 mm 7,5 mm 3 mm 1,5 mm

- c) 1:2 1:5 1:10
 17,5 m 7 m 3,5 m
 60 dm 24 dm 12 dm
 90 cm 36 cm 18 cm
 150 mm 60 mm 30 mm

- 5.2 a) 20 mm b) 3,1 mm c) 4 mm d) 15 cm
 5.3 140 mm = 28 mm 50 mm = 10 mm
 190 mm = 38 mm 180 mm = 36 mm
 130 mm = 26 mm 300 mm = 60 mm
 230 mm = 46 mm 400 mm = 80 mm
 5.4 a) 16 Piezas b) $l_v = 80 \text{ mm}$ c) $l_A = 40 \text{ mm}$
 5.5 $t = 28 \text{ mm}$ 5.6 $t = 1.3 \text{ m}$

- 5.7 para $d = 180 \text{ mm}$: $s = 90 \text{ mm}$ (68,94 mm);
 para $d = 120 \text{ mm}$: $s = 60 \text{ mm}$ (45,96 mm)
 5.8 160 mm 5.9 1,246 m = 1246 mm 5.10 $n = 6$ Cojinetes

5.2 Longitudes extendidas, longitudes de muelles

1. Longitudes extendidas

- 5.11 $l_R = 92,8 \text{ mm}$ 5.12 $l_R = 141,3 \text{ mm}$
 5.13 $l_R = 195,4 \text{ mm}$ 5.14 $l_R = 108,27 \text{ mm}$

2. Longitudes de muelles

- 5.15 a) $l_R \approx 753,98 \text{ mm}$ b) $d_i = 8 \text{ mm}$; $d_e = 12 \text{ mm}$
 c) $d_w \approx 6,4 \text{ mm}$
 5.16 a) $l_R \approx 879,6 \text{ mm}$ b) $d_w \approx 12,8 \text{ mm}$
 5.17 $l_R \approx 1092,3 \text{ mm}$ 5.18 $l_R \approx 48,25 \text{ m}$
 5.19 a) $d_i = 24 \text{ mm}$ b) $d_m = 27 \text{ mm}$ c) $d_w \approx 19,2 \text{ mm}$
 5.20 $1382,3 \text{ mm} = 1,38 \text{ m}$ 5.21 $l_R = 565,5 \text{ mm}$
 5.22 $l_R \approx 118 \text{ mm}$

6. Cálculo de superficies

6.1 Superficies angulares, superficies redondas

- 6.1 20,25 cm² 6.2 a) 625 cm² b) 10 dm
 6.3 a) 5,25 cm²; 1 dm b) 9,6 cm²; 1,36 dm
 c) 58,24 cm²; 3,28 dm d) 39,2 cm²; 2,94 dm
 e) 20,25 cm²; 2,04 dm f) 13,28 cm²; 1,98 dm
 g) 197,4 cm²; 6,38 dm h) 4,2 cm²; 0,86 dm
 6.4 a) $A = 3750 \text{ m}^2$ b) 400 Pasos
 6.5 a) 6 dm²; 10,6 dm b) 10,5 dm²; 13,2 dm
 c) 16,05 dm²; 17,06 dm d) 6,5832 dm²; 12,42 dm
 e) 1,1039 dm²; 4,56 dm f) 13,188 dm²; 16,32 dm
 g) 0,3515 dm²; 4,34 dm
 6.6 $A = 0,5041 \text{ dm}^2$
 6.7 a) $A = 775,5 \text{ mm}^2$ b) $U = 178 \text{ mm}$

- 6.8 a) $80\,000\text{ mm}^2$; 800 cm^2 ; 8 dm^2 ; 0.08 m^2
 b) 20 Triángulos c) $0,4\text{ m}^2$ Desperdicio $\hat{=}$ 20%
- 6.9 a) 26 cm^2 b) $35,875\text{ cm}^2$ c) 230 cm^2 d) $340,2\text{ cm}^2$
 e) $30,6\text{ cm}^2$ f) $18,6\text{ cm}^2$ g) $27,72\text{ cm}^2$ h) $41,85\text{ cm}^2$

6.10 $A = 1,863\text{ dm}^2$

6.11 a) $3,8013\text{ cm}^2$ b) $5,7256\text{ cm}^2$
 c) $15,205\text{ cm}^2$ d) $24,63\text{ cm}^2$

6.12 $U = 2,042\text{ m}$ 6.13 $A = 39,147\text{ cm}^2$

6.14 a) $345,575\text{ mm}$ b) $70,882\text{ cm}^2$ c) $24,151\text{ cm}^2$

6.15 $A = 678,58\text{ cm}^2$ (60°) $A = 848,23\text{ cm}^2$ (75°)
 $A = 3392,92\text{ cm}^2$ (300°) $A = 3223,27\text{ cm}^2$ (285°)

6.16 $A \approx 720\text{ mm}^2$ 6.17 $A = 51,418\text{ cm}^2$

6.18 $A = 888\text{ mm}^2$ 6.19 $A = 341,648\text{ dm}^2$

6.2 Superficies compuestas

6.20 $A = 1650\text{ m}^2$ 6.21 $A = 1418\text{ m}^2$

6.22 $A = 13,84\text{ cm}^2 = 1384\text{ mm}^2$

6.23 $A = 1554,56\text{ mm}^2$

6.24 $A = 35377,791\text{ mm}^2 = 353,77791\text{ cm}^2 = 3,5377791\text{ m}^2$

6.25 $A = 1300\text{ mm}^2$ 6.26 $A = 844,635\text{ mm}^2$

6.27 a) $A = 2367,81\text{ cm}^2$ b) 26 %

6.28 $A = 678,584\text{ mm}^2$

6.29 a) $A = 1179,05\text{ mm}^2$ b) 38,6 %

6.30 $A = 7,1176\text{ dm}^2 = 0,071176\text{ m}^2$

6.31 $A = 444\text{ mm}^2$

6.32 a) $A = 5,76\text{ dm}^2$ b) $L = 1,252\text{ m} = 12,52\text{ dm}$
 $= 125,2\text{ cm} = 1252\text{ mm}$

6.33 $A = 1134,12\text{ mm}^2$

6.34 $A = 5654,87\text{ mm}^2 = 56,5487\text{ cm}^2 = 0,565487\text{ dm}^2$
 $= 0,00565487\text{ m}^2$

7. Cálculo de volúmenes

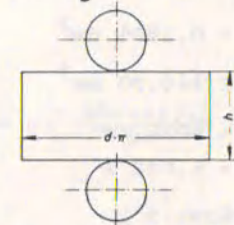
7.1 Cuerpos de espesor uniforme, cuerpos puntiaqudos

7.1 a) $V = 512\text{ cm}^3$ b) $A_L = 256\text{ cm}^2$ c) $A_t = 384\text{ cm}^2$

7.2 a) $V = 3600\text{ cm}^3$ b) $A_L = 960\text{ cm}^2$ c) $A_t = 1440\text{ cm}^2$
 $= 3,6\text{ dm}^3$ $= 9,6\text{ dm}^2$ $= 14,4\text{ dm}^2$

7.3 a) $V = 269,696\text{ dm}^3$ b) $A_L = 252,84\text{ dm}^2$ c) $A_t = 307,88\text{ dm}^2$

7.4 a) $V = 3392,9\text{ cm}^3 = 3,3929\text{ dm}^3$ b)
 $A_L = 1130,97\text{ cm}^2 = 11,3097\text{ dm}^2$
 $A_t = 1357,17\text{ cm}^2 = 13,5717\text{ dm}^2$



7.5 $V = 2827,43\text{ cm}^3$

7.6 a) $V = 110,4\text{ dm}^3$ b) $A_L = 146,4\text{ dm}^2$ c) $A_t = 174\text{ dm}^2$
 $= 0,1104\text{ m}^3$ $= 1,464\text{ m}^2$ $= 1,74\text{ m}^2$

7.7 135 m^2 Chapa de cobre

7.8 a) $V = 176714,6\text{ mm}^3$ b) $A_L = 14844\text{ mm}^2$ c) $A_t = 19261,9\text{ mm}^2$
 $= 176,7146\text{ cm}^3$ $= 148,44\text{ cm}^2$ $= 192,619\text{ cm}^2$

7.9 a) $V = 76340,7\text{ l}$ b) $A_t = 109,56\text{ m}^2$
 $= 763,407\text{ hl}$

7.10 $12,53\text{ m}^2$ Chapa de acero 7.11 1,6 kg de pintura

7.12 $V = 62,204\text{ cm}^3$ 7.13 $V = 0,0636\text{ m}^3$

7.2 Cuerpos truncados, cuerpos esféricos, cuerpos anulares

7.14 a) $V = 315000\text{ mm}^3$ b) $A_L = 16535\text{ mm}^2$ c) $A_t = 30535\text{ mm}^2$
 $= 315\text{ cm}^3$ $= 165,35\text{ cm}^2$ $= 305,35\text{ cm}^2$

7.15 a) $V = 31,42\text{ l}$ b) $A_L = 35,63\text{ dm}^2$ c) $A_t = 55,26\text{ dm}^2$

7.16 a) $V = 14137\text{ cm}^3$ b) $A_t = 2827\text{ cm}^2$

7.17 a) $V_I = 242900\text{ mm}^3$ b) $V_{II} = 24740\text{ mm}^3$ c) $V = 268082,57\text{ mm}^3$

7.18 a) $V = 31,4\text{ cm}^3$ b) $A_t = 94,2\text{ cm}^2$

7.19 se necesitan $2,2761\text{ m}^2$ de chapa

7.20 689,6 Planchas 7.21 $V = 2\text{ l}$

7.3 Cuerpos compuestos

- 7.22 a) $V = 48 \text{ cm}^3$ b) $A_t = 124 \text{ cm}^2 = 1,24 \text{ dm}^2$
- 7.23 a) $V = 24000 \text{ mm}^3$ b) $12937,56 \text{ mm}^3 \hat{=} 35 \%$
- 7.24 a) $V = 175360 \text{ mm}^3$
 $= 175,36 \text{ cm}^3$
 $= 0,17536 \text{ dm}^3$
 $= 0,00017536 \text{ m}^3$ b) $A_t = 30944 \text{ mm}^2$
 $= 309,44 \text{ cm}^2$
 $= 3,0944 \text{ dm}^2$
 $= 0,030944 \text{ m}^2$
- 7.25 a) $V = 0,1804 \text{ dm}^3$ b) $0,04944 \text{ dm}^3 \hat{=} 21,5 \%$
- 7.26 $V = 221469,70 \text{ mm}^3$ 7.27 $V = 139,84 \text{ cm}^3$
- 7.28 a) $V = 4012 \text{ cm}^3$ b) $A = 1178,28 \text{ cm}^2$ de chapa
 $= 4,012 \text{ l}$ $= 0,1178 \text{ m}^2$ de chapa
- 7.29 $V = 26095,2 \text{ l}$
- 7.30 a) $V = 1,921 \text{ l}$ b) $V = 0,640 \text{ l}$ c) 33%
- 7.31 $V = 82996 \text{ mm}^3 = 82,996 \text{ cm}^3 = 0,082996 \text{ dm}^3$
- 7.32 $V = 12933,15 \text{ mm}^3$

8. Operaciones algebraicas

8.1 Reglas fundamentales de las operaciones algebraicas

- 8.1 a) $U = a + b + c$ b) $U = 9,5 \text{ cm}$
- 8.2 a) $U = 1_1 + 1_2 + 1_3 + 1_4$ b) $U = 208 \text{ mm}$
- 8.3 a) $10; 2; 24; 1,5$ b) $3,7; 1,3; 3; 2,08\bar{3}$
c) $1\frac{1}{4}; 1\frac{1}{4}; \frac{3}{8}; 1\frac{1}{2}$ d) $1\frac{5}{6}; 1\frac{1}{2}; \frac{5}{18}; 10$
- 8.4 a) $13,5$ b) 88 c) $\frac{11,5}{12} \circ \frac{23}{24}$
- 8.5 a) $10a$ b) $3,3b$ c) $1\frac{3}{8}y$ d) $10,5 \text{ Nm} + 14 \text{ N}$ e) $3\frac{14}{15} \text{ mx} + 8\frac{1}{45} \text{ ay}$
- 8.6 a) $12abc$ b) $72ab$ c) $7,614xyz$ d) $24x^3$ e) $\frac{2}{9} abc$
f) $316,68 \text{ m}^3$
- 8.7 a) $2b$ b) $2x$ c) $2a$ d) $12ac$ e) 64 m^2 f) 42 N g) $\frac{7x}{by}$
- 8.8 a) $6x + 28xy$ b) 1 Nm c) 4 kg d) $12x^2 + 6x$ e) $8xy + x^2y$
f) $3a^2 + a^3$ g) $8x + 8y + 32z$

8.9 a) $U = 6\ell + 2,3\ell + 2\ell + 2,1\frac{1}{2}\ell + 3\ell = 20\ell [\text{mm}]$

b) $U = 400 \text{ mm}$

8.10 a) $A = \ell \cdot b - (\frac{3}{5}\ell \cdot \frac{1}{6}b + \frac{2}{5}\ell \cdot \frac{1}{3}b) = \frac{23}{30} \ell b [\text{cm}^2]$

b) $A = 103,5 \text{ cm}^2$

8.11 a) $V = \frac{\ell_1 + \frac{4}{5}\ell_1}{2} \cdot 0,2\ell_1 \cdot \frac{1}{7}\ell_2 + \frac{\ell_2 + \frac{5}{7}\ell_2}{2} \cdot 0,2\ell_1 \cdot \frac{1}{10}\ell_1$
 $= \frac{3}{70} \ell_1^2 \cdot \ell_2 [\text{mm}^3]$

b) $V = 30\,000 \text{ mm}^3$

8.12 a) $\ell_R = \ell_{B_1} + \ell_1 + \ell_{B_2} + \ell_2 = \frac{(de+di) \cdot \pi \cdot 3}{2,4} + \ell_1 \frac{(de+di) \cdot \pi}{2,4} + \ell_2$
 $= 1,57d_e + 1,57d_i + \ell_1 + \ell_2$

b) $V = 8,8752 \text{ cm}^3$ ($h=4 \text{ mm}$)

8.2 Transposición de fórmulas

8.13 a) $x=6$ b) $x=3$ c) $x=1$ d) $x=3,5$ e) $x=8$
f) $x=0$ g) $x=\frac{5}{8}$ h) $x=66$ i) $y=\frac{a}{4}$ j) $y=a+b-c$
k) $y=\frac{5}{18}a$ l) $y=\frac{a}{4} - \frac{1}{7}$

8.14 a) $M = \frac{ZM}{N_M}; N_M = \frac{ZM}{M}$ b) $\ell_G = t \cdot (n+1); n = \frac{\ell_G}{t} - 1t$

c) $d = \frac{s}{M}; M = \frac{s}{d}$ d) $d = \frac{\ell_A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot a}; \alpha = \frac{\ell_A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot d}$

e) $dm = \frac{\ell_R}{\pi \cdot (i+2)}; i = \frac{\ell_R}{dm \cdot \pi} - dm \cdot \pi \cdot 2$ f) $d_i = \frac{dw}{0,8}$

8.15 a) $A = \ell \cdot \ell$ b) $A = \ell \cdot b$ c) $A = \frac{(\ell_1 + \ell_2) \cdot b}{2}$ d) $A = \frac{\ell \cdot b}{2}$

$\ell = \sqrt{A}$ $\ell = \frac{A}{b}$ $b = \frac{2A}{\ell_1 + \ell_2}$ $\ell = \frac{2A}{b}$

$b = \frac{A}{\ell}$ $\ell_1 = \frac{2A}{b} - \ell_2$ $b = \frac{2A}{\ell}$
 $\ell_2 = \frac{2A}{b} - \ell_1$

$$e) A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$f) A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \quad g) A = \frac{\ell \cdot d}{4} \cdot n$$

$$d = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

$$D = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} + d$$

$$\ell = \frac{4A}{d \cdot n}$$

$$d = D - 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

$$d = \frac{4A}{\ell \cdot n}$$

$$n = \frac{4A}{\ell \cdot d}$$

$$h) A = \frac{D \cdot d \cdot \pi}{4}$$

$$i) A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}$$

$$D = \frac{4A}{d \cdot \pi}$$

$$d = \sqrt{\frac{A \cdot 4 \cdot 360^\circ}{\pi \cdot \alpha}}$$

$$d = \frac{4A}{D \cdot \pi}$$

$$\alpha = \frac{A \cdot 4 \cdot 360^\circ}{d^2 \cdot \pi}$$

$$8.16 \quad a) V = \ell \cdot \ell \cdot \ell$$

$$b) V = \ell \cdot b \cdot h$$

$$c) V = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{4}$$

$$\ell = \sqrt[3]{V}$$

$$\ell = \frac{V}{b \cdot h}$$

$$d = \sqrt{\frac{4V}{\pi \cdot h}}$$

$$b = \frac{V}{\ell \cdot h}$$

$$h = \frac{4 \cdot V}{d^2 \cdot \pi}$$

$$h = \frac{V}{\ell \cdot b}$$

$$d) V = \frac{\ell \cdot \ell \cdot h}{3}$$

$$e) V = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{4 \cdot 3}$$

$$f) V = \frac{\ell \cdot d \cdot n \cdot h}{4 \cdot 3}$$

$$\ell = \sqrt{\frac{3V}{h}}$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 3 \cdot V}{\pi \cdot h}}$$

$$\ell = \frac{4 \cdot 3 \cdot V}{d \cdot n \cdot h}$$

$$h = \frac{3V}{\ell^2}$$

$$h = \frac{4 \cdot 3 \cdot V}{d^2 \cdot \pi}$$

$$d = \frac{4 \cdot 3 \cdot V}{\ell \cdot n \cdot h}$$

$$n = \frac{4 \cdot 3 \cdot V}{\ell \cdot d \cdot h}$$

$$h = \frac{4 \cdot 3 \cdot V}{\ell \cdot d \cdot n}$$

$$8.17 \quad a) A_m = \frac{V}{h}$$

$$b) d_m = \frac{A_L}{\pi \cdot h}$$

$$c) A_B = 2A_m - A_S$$

$$h = \frac{V}{A_m}$$

$$h_L = \frac{A_L}{d_m \cdot \pi}$$

$$A_S = 2A_m - A_B$$

$$d) d = \sqrt{\frac{A_t}{\pi}}$$

$$e) A_D = \frac{V}{d_m \cdot \pi}$$

$$f) U_D = \frac{A_t}{d_m \cdot \pi}$$

$$d_m = \frac{V}{A_D \cdot \pi}$$

$$d_m = \frac{A_t}{U_D \cdot \pi}$$

$$8.18 \quad b = 24,5 \text{ m}$$

$$8.19 \quad b = 500 \text{ mm}$$

$$8.20 \quad h = 221 \text{ mm}$$

$$8.21 \quad d = 2 \text{ m}$$

$$8.22 \quad \ell_2 = 245 \text{ mm}$$

$$8.23 \quad h = 800 \text{ mm}$$

9. Cálculo de masas

Masa (peso), densidad, peso fuerza (fuerza pesante)

1. Masa (peso)

$$9.1 \quad V = \frac{m}{\rho}; \quad \rho = \frac{m}{V}$$

$$9.2 \quad m = 4,8984 \text{ kg}$$

$$9.3 \quad m = 11,47 \text{ kg}$$

$$9.4 \quad a) V = 0,92 \text{ dm}^3$$

$$b) h = 5 \text{ m}$$

$$9.5 \quad a) V = 15,08 \text{ cm}^3 = 0,01508 \text{ dm}^3$$

$$b) \rho = 8,5 \text{ kg/dm}^3 \hat{=} \text{ Latón según tabla}$$

$$9.6 \quad m = 2468,3 \text{ g} = 2,4683 \text{ kg}$$

$$9.7 \quad m = 58,725 \text{ kg}$$

$$9.8 \quad m_{\text{oxígeno}} = 4.147 \text{ kg}; \quad m_{\text{Aire}} = 6.192 \text{ kg}$$

2. Fuerza (pesante)

$$9.9 \quad F_G = 477,453 \text{ N}$$

$$9.10 \quad m = \frac{F_G}{g}; \quad g = \frac{F_G}{m}$$

$$9.11 \quad F_G = 1,019 \text{ N}$$

$$9.12 \quad a) m = 624 \text{ kg} \quad b) F_G = 6121,44 \text{ N}$$

$$9.13 \quad m = 0,65 \text{ kg}; \quad F_G = 6,377 \text{ N}$$

$$9.14 \quad a) 3:1 \quad b) 3 \text{ veces más pesado } \hat{=} 300\%$$

$$9.15 \quad m = 22,607 \text{ kg}; \quad F = 221,773 \text{ N}$$

$$9.16 \quad a) 1421 \ell \quad b) F_G = 11988,41 \text{ N}$$

$$9.17 \quad a) V = 6 \ell \quad b) h = 3,06 \text{ dm} = 306 \text{ mm}$$

10. Fuerzas

Definición, representación, composición, descomposición

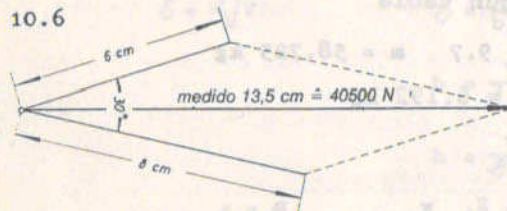
- 10.1 a) $50\text{N} \hat{=} 5\text{cm}$ b) $120\text{N} \hat{=} 6\text{cm}$
c) $860\text{N} \hat{=} 8,6\text{cm}$ d) $5200\text{N} \hat{=} 5,2\text{cm}$
e) $38\text{N} \hat{=} 38\text{mm}$ f) $420\text{N} \hat{=} 42\text{mm}$

- 10.2 a) $\text{KM } 1\text{ cm} \hat{=} 20\text{ N}$

- 10.3 a) $\text{KM } 1\text{ mm} \hat{=} 5\text{ N}$

- 10.4 a) $F = 810\text{ N}$

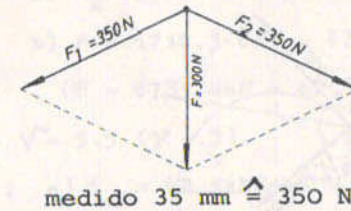
- 10.5 a) $F = 40\text{ N}$



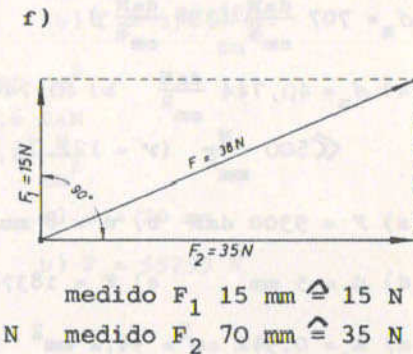
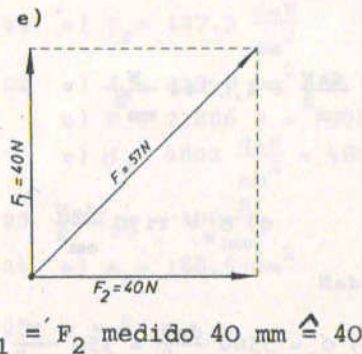
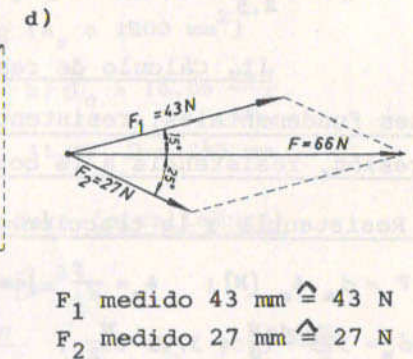
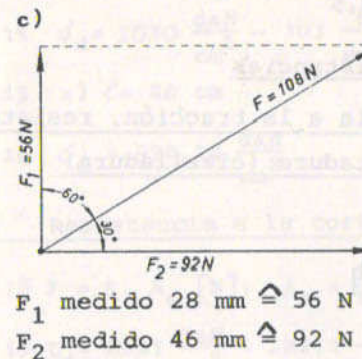
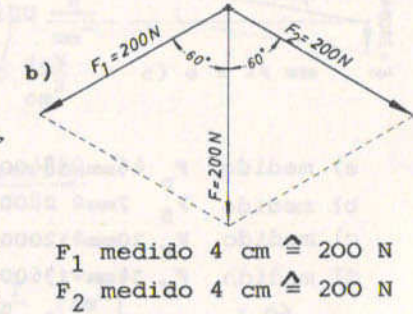
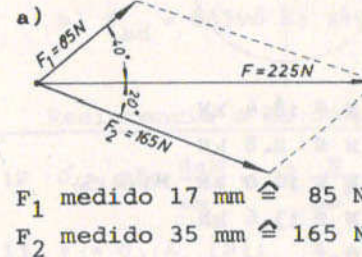
- 10.7 a) $F_1 = 35\text{N}$, $F_2 = 24\text{N}$, $F = 56\text{N}$
medido $56\text{ mm} \hat{=} 56\text{ N}$
b) $F_1 = 45\text{N}$, $F_2 = 60\text{N}$, $F = 97,5\text{N}$
medido $6,5\text{ cm} \hat{=} 97,5\text{ N}$

- c) $F_1 = 600\text{N}$, $F_2 = 400\text{N}$, $F = 870\text{N}$
medido $8,7\text{ cm} \hat{=} 870\text{ N}$
d) $F_1 = 64\text{N}$, $F_2 = 68\text{N}$, $F = 146\text{N}$
medido $73\text{ mm} \hat{=} 146\text{ N}$

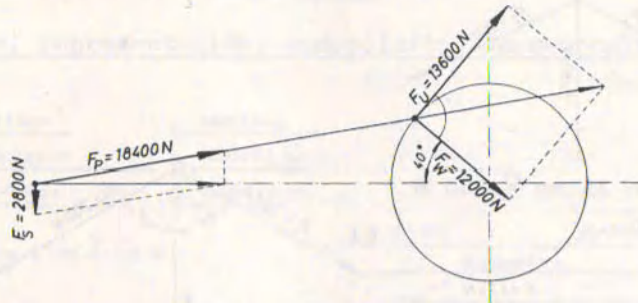
10.8



10.9



10.10



- a) medido $F_P = 46 \text{ mm} \hat{=} 18400 \text{ N} \hat{=} 18,4 \text{ kN}$
 b) medido $F_S = 7 \text{ mm} \hat{=} 2800 \text{ N} \hat{=} 2,8 \text{ kN}$
 c) medido $F_W = 30 \text{ mm} \hat{=} 12000 \text{ N} \hat{=} 12,0 \text{ kN}$ M1:2,5
 d) medido $F_U = 34 \text{ mm} \hat{=} 13600 \text{ N} \hat{=} 13,6 \text{ kN}$
 $r = \frac{60.1}{2,5} = 24 \text{ mm}$ $\ell = \frac{240.1}{2,5} = 96 \text{ mm}$

11. Cálculo de resistencias

Definiciones fundamentales, resistencia a la tracción, resistencia a la compresión, resistencia a la cortadura (cizalladura)

1. Resistencia a la tracción

- 11.1 $F = \sigma_z \cdot A_s \text{ [N]}; A_s = \frac{F}{\sigma_z} \text{ [cm}^2\text{]}$
 11.2 $\sigma_z = 375 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} = 37,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
 11.3 $\sigma_z = 707 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} (398 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2})$
 11.4 a) $\sigma_z = 40,744 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ b) $40,744 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} = 4,0744 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
 $\ll 500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} (\gamma = 122,7)$
 11.5 a) $F = 5300 \text{ daN}$ b) $d = 8 \text{ mm}$ c) $\sigma_z = 1190 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$
 d) $d = 5 \text{ mm}$ e) $F = 18378 \text{ daN}$
 11.6 a) $A_s = 0,942 \text{ cm}^2 = 94,2 \text{ mm}^2$ b) $\sigma_z = 3500 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} = 350 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
 c) $F_B = 14137 \text{ daN}$ d) $\sigma_{ad} = 500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}; F_{ad} = 4722 \text{ N}$
 11.7 $\sigma_B = 350 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 3500 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$

22

11.8 a) $A_s = 3,14 \text{ cm}^2 = 314 \text{ mm}^2 (4,52 \text{ cm}^2 = 452 \text{ mm}^2)$

b) $F = 4712,3 \text{ daN} = 47,12 \text{ kN}$

($F = 6785 \text{ daN} = 67,85 \text{ kN}$)

11.9 $\gamma = 5,5 (\gamma = 3)$

11.10 $F_z = 565,4 \text{ daN}$

11.11 a) $\sigma_{zB} = 42 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2} = 420 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

b) $F_{ad} = 63308 \text{ N}; 1400 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ c) $d = 24 \text{ mm}$

2. Resistencia a la compresión

11.12 $\sigma_d = 280 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} = 28 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

11.13 $F = \sigma_d \cdot A_s \text{ [N]}; A_s = \frac{F}{\sigma_d} \text{ [cm}^2\text{]}$

11.14 $\sigma_d = 1030 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} = 103 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} (A_s = 1200 \text{ mm}^2)$

11.15 a) $\ell = 20 \text{ cm}$ b) $\sigma_d = 18,86 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$

11.16 $\sigma_d = 992,28 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$

11.17 $D = 245 \text{ mm}$

3. Resistencia a la cortadura (cizalladura)

11.18 $F = \tau \cdot A_s \text{ [N]}; A_s = \frac{F}{\tau} \text{ [cm}^2\text{]}$

11.19 $\tau_s = 2221 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} = 222,1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ 11.20 $\tau_s = 30,5 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$

11.21 a) $\tau_s = 127,3 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ b) $\tau_s = 178 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$

11.22 a) $A_s = 219,9 \text{ mm}^2 = 2,199 \text{ cm}^2$

b) $F = 73886 \text{ N} = 7388,6 \text{ daN}$

c) $\sigma_d = 4802 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} = 480,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

11.23 a) $\tau_{ad} = 100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

b) $d = 20 \text{ mm}$

11.24 a) $A_s = 188,5 \text{ mm}^2$

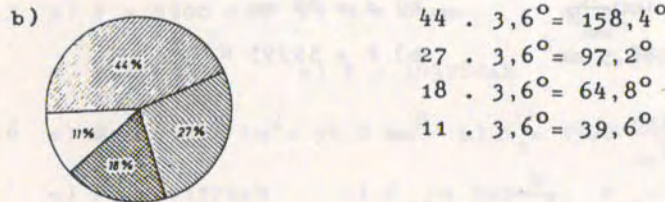
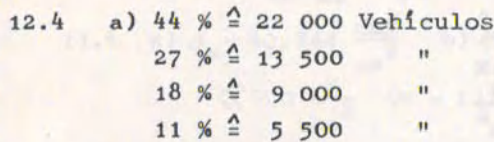
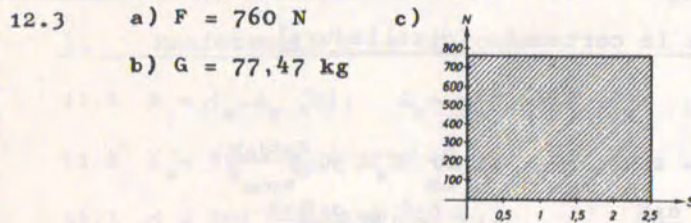
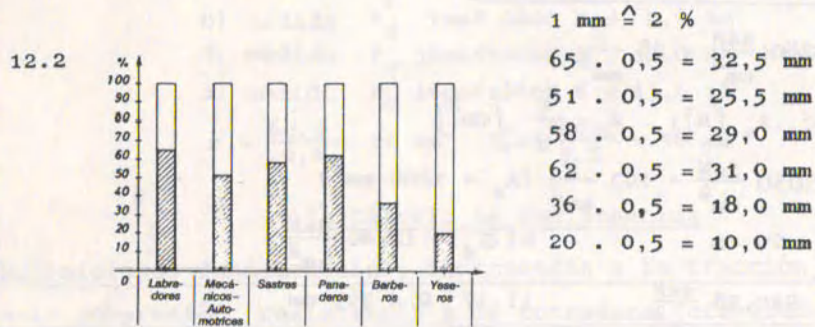
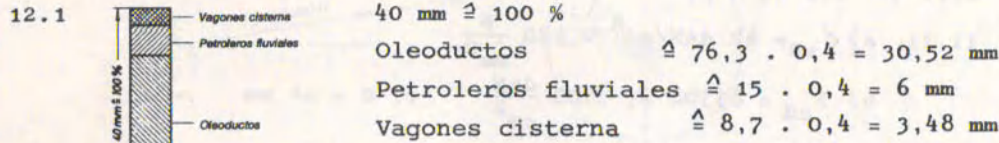
b) $F = 55793 \text{ N}$

11.25 $n = 4$

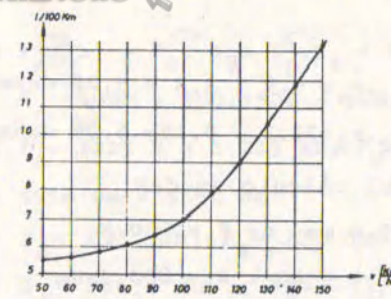
23

12. Representación gráfica de números

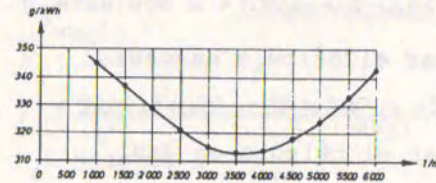
12.1 Diagramas de superficies rayadas, superficies, curvas y de Sankey



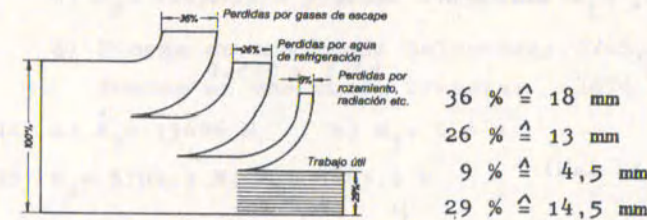
12.5 a)



b)



12.6



13. Máquinas simples

13.1 Palanca

13.1 $F_1 = \frac{F_2 \cdot r_2}{r_1}$; $r_1 = \frac{F_2 \cdot r_2}{F_1}$; $F_2 = \frac{F_1 \cdot r_1}{r_2}$; $r_2 = \frac{F_1 \cdot r_1}{F_2}$

13.2 a) $r_1 = \frac{r_2}{i}$; $r_2 = i \cdot r_1$ b) $F_1 = i \cdot F_2$; $F_2 = \frac{F_1}{i}$

13.3 a) $F_1 = 2 \text{ daN}$; $i = 1:13$ b) $r_1 = 48 \text{ mm}$; $i = 1:1,6$
 c) $F_2 = 2,2 \text{ daN}$; $i = 3:1$ d) $r_2 = 50 \text{ mm}$; $i = 1:2,5$
 e) $F_1 = 100 \text{ daN}$; $i = 1:2,3$ f) $F_2 = 12,7 \text{ daN}$; $r_2 = 600 \text{ mm}$
 g) $F_1 = 302,96 \text{ daN}$; $r_1 = 80 \text{ mm}$ h) $F_2 = 70 \text{ daN}$; $r_2 = 8,1 \text{ cm}$
 i) $F_1 = 6,04 \text{ daN}$; $r_2 = 0,625 \text{ m}$

13.4 $r_2 = 30 \text{ mm}$; $i = 1:7$

13.5 a) $F_1 = 4,4 \text{ daN}$ b) $\vec{M}_1 = F_1 \cdot r_1 = 4,4 \cdot 1,2 = 5,28 \text{ daNm}$

c) $i = 1:8$ $\vec{M}_2 = F_2 \cdot r_2 = 35,2 \cdot 0,15 = 5,28 \text{ daNm}$

Observación: ¡Efectuar el cálculo en daN!

13.6 a) $F_1 = 30 \text{ daN}$ b) $r_2 = 89,6 \text{ mm}$ c) $F_2 = 600 \text{ N}$

13.7 a) $\vec{M}_1 = F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 = 160 \cdot 4 + 80 \cdot 2 = 800 \text{ daNm}$

b) $\vec{M}_2 = F_3 \cdot r_3 + F_4 \cdot r_4 = 120 \cdot 2 + 140 \cdot 4 = 800 \text{ daNm}$

Observación: ¡Efectuar el cálculo en daN!

13.8 $F_4 = 1530 \text{ N} = 153 \text{ daN}$ 13.9 $F_3 = 70 \text{ daN} = 700 \text{ N}$

Observación: ¡Efectuar el cálculo en daN!

13.10 $F_2 = 950 \text{ N}$

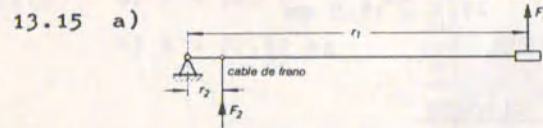
13.11 a) $F_2 = 725 \text{ N}$; $F_3 = 1087,5 \text{ N}$ b) $i = 1:7,25$

13.12 a) $F_Z = 840 \text{ N}$

b) $i = 1:5,6$

13.13 $F_S = 225 \text{ N}$

13.14 $F_H = 10 \text{ daN}$ (12 daN)



b) $F_2 = 840 \text{ N}$ (780 N)

c) $i = 1:7$ (1:6)

13.2 Fuerzas (reacciones) en los apoyos, Cargas y fuerzas en ejes

13.16 a) $F_A \cdot l = F_1 \cdot b_1$; $F_A \cdot 3000 = 1600 \cdot 600$

b) $F_A = 320 \text{ N}$; $F_B = 1280 \text{ N}$

13.17 $F_A = 50 \text{ daN} = 0,5 \text{ kN}$; $F_B = 100 \text{ daN} = 1 \text{ kN}$

13.18 a) $F_A \cdot l = F_G \cdot b_1 + F_2 \cdot b_2 + F_3 \cdot b_3$

$F_A \cdot 3000 = 49,5 \cdot 1500 + 81 \cdot 1000 + 120 \cdot 2500$

b) $F_A = 151,75 \text{ daN} = 1517,5 \text{ N}$; $F_B = 98,75 \text{ daN} = 987,5 \text{ N}$

13.19 a) $F_A \cdot l_1 + F_2 \cdot l_2 = F_P \cdot b_1 + F_3 \cdot b_3$

$F_A \cdot 4000 + 500 \cdot 1500 = 900 \cdot 2000 + 700 \cdot 5500$

b) $F_A = 1225 \text{ N} = 1,225 \text{ kN}$; $F_B = 875 \text{ N} = 0,875 \text{ kN}$

c) $5650 \text{ Nm} = 5650 \text{ Nm}$

13.20 a) $F_A = 250 \text{ daN}$; $F_B = 250 \text{ daN}$ Observación: ¡ $F_P = 500 \text{ daN}$!

b) $F_A = 166,6 \text{ daN}$; $F_B = 333,3 \text{ daN}$

13.21 a) $F = 9319,5 \text{ N}$ (Observación: Pesovacio = 950 kg!)
 $P_{\text{vacío}}$

$F_P = 588,6 \text{ N}$; $F_P = 1569,6 \text{ N}$; $F_P = 981 \text{ N}$

b) $F_A = \frac{9319,5 \cdot 920 + 981 \cdot 400 + 1569,6 \cdot 1300 + 588,6 \cdot 2000}{2211}$

$F_A = 5510,64 \text{ N}$

c) $F_B = 12458,7 - 5510,64 = 6948,06 \text{ N}$

d) Fuerza en una rueda delantera: 2755,32 N

Fuerza en una rueda trasera: 3474,03 N

13.22 a) $F_A = 15696 \text{ N}$ b) $b_1 = 1,9 \text{ m}$

13.23 $F_A = 5704,9 \text{ N}$; $F_B = 4889,9 \text{ N}$

13.3 Plano inclinado

13.24 a) $F_Z \cdot \ell = F_P \cdot h$; $F_N \cdot \ell = F_P \cdot b$

b) $F_Z = \frac{F_P \cdot h}{\ell}$; $F_N = \frac{F_P \cdot b}{\ell}$

$\ell = \frac{F_P \cdot h}{F_Z}$; $\ell = \frac{F_P \cdot b}{F_N}$

$F_P = \frac{F_Z \cdot \ell}{h}$; $F_P = \frac{F_N \cdot \ell}{b}$

$h = \frac{F_Z \cdot \ell}{F_P}$; $b = \frac{F_N \cdot \ell}{F_P}$

c) 1. ¡Del peso del cuerpo en el plano inclinado!

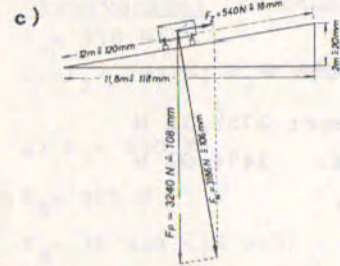
2. ¡De la relación $h:\ell$!

d) ¡Si, al variar la inclinación del plano inclinado, disminuye la fuerza inclinada F_H la fuerza normal F_N aumenta!

- 13.25 a) $F_Z = 31,25 \text{ daN}$; $F_N = 121 \text{ daN}$
 b) $F_{G(p)} = 540 \text{ daN}$; $b = 175 \text{ mm}$
 c) $l = 135 \text{ dm}$; $h = 30 \text{ dm}$
 d) $F_{G(p)} = 1568 \text{ daN}$; $F_N = 1528,8 \text{ daN}$
 e) $F_Z = 40 \text{ daN}$; $b = 775 \text{ cm}$
 f) $h = 3 \text{ m}$; $b = 2,99 \text{ m}$
 g) $F_Z = 280 \text{ daN}$; $F_N = 1371,72 \text{ daN}$

Observación: ¡Todas las fuerzas se calcularon en daN!

- 13.26 a) $F_Z = 540 \text{ N}$ b) $F_N = 3186 \text{ N}$



Observación:

1 mm $\triangleq$ 30 N!

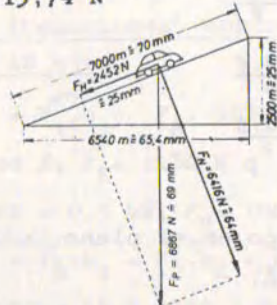
d) $\frac{F_Z}{F_p} = \frac{h}{l}$; $\frac{540}{3240} = \frac{2}{12}$; $6480 = 6480$

$\frac{F_N}{F_p} = \frac{b}{l}$; $\frac{3186}{3240} = \frac{11,8}{12}$; $38232 = 38232$

- 13.27 a) $F_p = 6867 \text{ N}$; $F_H = 2452,5 \text{ N}$

- b) $F_N = 6415,74 \text{ N}$

c)



d) Relación de la inclinación $h:b = 1:2,616 \hat{=} 38,2\%$

- 13.28 a) $F_p = 8000 \text{ N}$ b) $G(p) = 815,5 \text{ kg}$ c) $F_N = 7744 \text{ N}$

- 13.29 a) $F = 0,5 \text{ daN} = 5 \text{ N}$ (Observación: ¡Fuerza normal $F_N = 4 \text{ daN}$!)

- b) $h = 3 \text{ mm}$

- 13.30 a) $p = 1464,9 \text{ kg}$

- b) $F_p = 14370,7 \text{ N}$; $F_Z = 7185,4 \text{ N}$

- c) $W = 43112 \text{ Nm}$; $W = 43112 \text{ Nm}$

- d) ¡El trabajo mecánico es el mismo en ambos casos.

En el plano inclinado se necesita menos fuerza pero mayor recorrido. En el levantamiento vertical se necesita mayor fuerza pero se tiene un recorrido más corto!

- 13.31 $F_p = 66708 \text{ N}$; $F_Z = 8338,5 \text{ N} = 833,85 \text{ daN} = 8,3385 \text{ kN}$

- 13.32 $F_p = 2550,6 \text{ N}$; Recorrido de la fuerza = $510,12 \text{ cm}$

- 13.33 $F_p = 147150 \text{ N}$; $F_{necesaria} = 9810,1,21 = 11870,1 \text{ N}$

14. Cálculo de roscas

14.1 Forma básica de la rosca, cálculo del paso de rosca, conversión de ϕ de roscas en mm y pulgadas

- 14.1 a) $P = \frac{l}{z} = \frac{12}{12} = 1 \text{ mm}$;

1 mm de paso corresponde según tabla a M6, M8x1

- b) $l = z \cdot P = 8,1,75 = 14 \text{ mm}$;

1,75 mm de paso corresponden según tabla a M12

- c) $z = \frac{l}{P} = \frac{15}{2,5} = 6$;

2,5 mm de paso corresponden según tabla a M20

- d) $h = \frac{1''}{z} = \frac{1''}{11} = 2,309 \text{ mm}$;

corresponde según tabla a rosca 5/8"

- e) $z = 7$; corresponde a rosca 1 1/4" o 1 1/8"

$h = 3,63 \text{ mm}$ Para determinar la rosca hay que controlar además el diámetro exterior.

- 14.2 a) $h = 2,5 \text{ mm}$ b) M22; M20; M18

- 14.3 a) Rosca métrica fina, diámetro exterior de la rosca 6 mm, paso 0,5 mm, longitud del vástago 25 mm

- b) $z = 36$

- 14.4 a) 9,525 mm b) 11,1125 mm c) 15,875 mm
d) 28,575 mm e) 31,75 mm f) 63,5 mm g) 82,55 mm

- 14.5 a) $0,25 = 1/4"$ b) $0,3125 = 5/16"$
c) $0,5 = 1/2"$ d) $0,875 = 7/8"$
e) $1"$ f) $1,375 = 1 3/8"$
g) $1,5 = 1 1/2"$ h) $2,75 = 2 3/4"$

- 14.6 h = $1/8"$ h = 3,175 mm

- 14.7 $z = \frac{1"}{h} = \frac{1"}{1,41} = 18$ hilos por 1";
31,5 hilos por 1 $3/4"$; 45 hilos por 2 $1/2"$

- 14.8 7 hilos por 2"; h = $\frac{2"}{7} = 7,257$ mm

- 14.9 a) z = 12 b) z = 9

- 14.10 a) P = 1,5 mm b) M 10;

- 14.11 a) $m \approx 11,2$ mm b) z = 5,6 ; ¡entonces 5 hilos completos!

- 14.12 a) 12,7 mm b) h = $\frac{1"}{14}$; h = 1,81 mm

- c) $A_s = 2,184 \text{ cm}^2$ ($\triangleq$ sección de la corona circular).

14.2 Cálculo de roscas métricas ISO, Cálculo de roscas en pulgadas

- 14.13 a) P = 2 mm b) H = 1,732 mm; $h_3 = 1,227$ mm

- c) $d_2 = 14,7$ mm d) $d_3 = 13,5$ mm

- e) Rosca métrica ISO (Rosca normal)

- 14.14 a) P = 1,5 mm

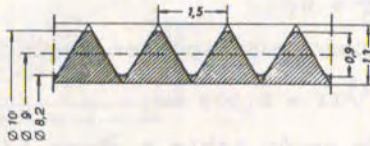
d = 10 mm

$d_2 = 9$ mm

$d_3 = 8,2$ mm

H = 1,3 mm

$h_3 = 0,9$ mm

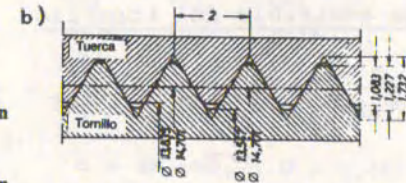


- 14.15 a) H = 2,165 mm b) $h_3 = 1,533$ mm; $H_1 = 1,353$ mm

- c) $d_2 = d_3 = 18,375$ mm

- d) $d_3 = 16,933$ mm; $D_1 = 17,294$ mm

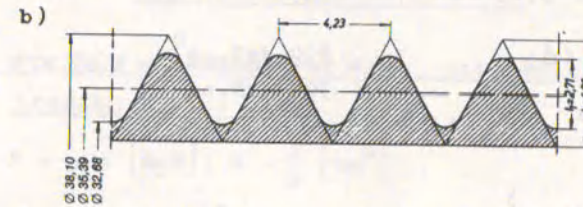
- 14.16 a) P = 2 mm
 $d_2 = D_2 = 14,701$ mm
 $D_1 = 13,835$ mm
(Tuerca) $h_3 = 1,227$ mm
 $d_3 = 13,547$ mm
(Tornillo) $H_1 = 1,083$ mm



- 14.17 a) H = 1,5155 mm b) $H_1 = 0,947$ mm
c) D = 12 mm d) $D_2 = 10,864$ mm
e) $m \approx 9,6$ mm; e = 21,945 mm

- 14.18 a) t = 1,741 mm b) $t_1 = 1,161$ mm
c) $d_1 = 24,11$ mm d) $d_2 = 25,271$ mm

- 14.19 a) h = 4,23 mm; t = 4,06 mm; d = 38,1 mm;
 $d_2 = 35,39$ mm; $d_1 = 32,68$ mm; z = 6



- 14.20 P = 2 mm; H = 1,732 mm
 $d_2 = 12,7$ mm; $d_3 = 11,55$ mm

15. Cálculo de tornillos

1. Fuerza de tracción y compresión en el tornillo

15.1 $F_1 = \frac{F_2 \cdot 2 \cdot r \cdot \pi}{P}$ [N] $P = \frac{F_2 \cdot 2 \cdot r \cdot \pi}{F_1}$ [mm]

$F_2 = \frac{F_1 \cdot P}{2 \cdot r \cdot \pi}$ [N] $r = \frac{F_1 \cdot P}{F_2 \cdot 2 \cdot \pi}$ [mm]

15.2 $F_1 = 3078,67$ daN

15.3 a) $F_1 = 4021,12$ daN b) M = 38,4 Nm

15.4 M = 30 Nm

15.5 a) $F_2 = 3,12$ daN b) $F_2 = 1,56$ daN

15.6 $F_1 = 1885$ daN 15.7 P = 3,5 mm

2. Carga admisible del tornillo

$$15.8 \quad A_S = \frac{F}{\delta_{ad}} \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{cm}^2} \right]; \quad \delta_{ad} = \frac{F}{A_S} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right]$$

15.9 Rosca ISO	M 6	M 10	M 16	M 24	M 36	
A_S	: 0,201	0,58	1,57	3,53	8,17	cm^2
F_{zad}	: 160,8	533,6	1884	3741,8	5882,4	daN
F_{sad}	: 128,6	426,88	1507	2993	4706	daN

Observación: ¡Calcular δ_{ad} en daN/cm²!

$$15.10 \quad a) \quad \delta_{z \text{ efectiva}} = \frac{1683 \text{ daN}}{5,61 \text{ cm}^2} = 300 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

$$b) \quad \delta_{z \text{ efectiva}} < \delta_{zad} \quad \gamma = \frac{910 \text{ daN} \cdot \text{cm}^2}{300 \text{ daN} \cdot \text{cm}^2} = 3,03 > 3$$

$$15.11 \quad a) \quad A_S = 84,3 \text{ mm}^2$$

$$b) \quad F = 9104,4 \text{ daN}$$

$$15.12 \quad F = 2513 \text{ daN}$$

16. Teorema de Pitágoras

$$16.1 \quad a) \quad c = 6,71 \text{ cm} \quad b) \quad b = 30,98 \text{ mm} \quad c) \quad a = 11,31 \text{ m}$$

$$d) \quad a = 6,3 \text{ dm} \quad e) \quad b = 5,17 \text{ m} \quad f) \quad c = 2,657 \text{ dm}$$

$$16.2 \quad a) \quad h_L = 5,4 \text{ cm} \quad b) \quad A_L = 59,2 \text{ cm}^2$$

$$16.3 \quad a) \quad h_L = 48 \text{ mm} \quad b) \quad A_L = 2865,13 \text{ mm}^2$$

c)



$$16.4 \quad e = 58,3 \text{ cm}$$

$$16.5 \quad a) \quad D = 45,248 \text{ mm} \quad b) \quad D = \sqrt{2 \text{ SW}^2} = \text{SW} \cdot \sqrt{2} = d \cdot 1,414$$

$$16.6 \quad a) \quad d = \text{SW} = 34,64 \text{ mm} \quad b) \quad \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \left(\frac{D}{4}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2;$$

$$c) \quad A = 1039,2 \text{ mm}^2 \quad \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{4}\right)^2$$

$$\frac{d^2}{4} = \frac{3}{16} D^2; d^2 = \frac{3}{4} D^2 = 0,75 \cdot D^2$$

$$d = \text{SW} = \sqrt{0,75} \cdot D = 0,866 \cdot D$$

$$16.7 \quad a) \quad 11,55 \text{ mm} \quad b) \quad 16,17 \text{ mm} \quad c) \quad 19,635 \text{ mm}$$

$$d) \quad 21,945 \text{ mm} \quad e) \quad 27,72 \text{ mm} \quad f) \quad 36,96 \text{ mm}$$

$$16.8 \quad a) \quad \text{SW} = 56,56 \text{ mm cuadrado (D=80 mm)}$$

$$b) \quad \text{SW} = 62,28 \text{ hexágono}$$

$$16.9 \quad a) \quad h_L = 31,62 \text{ mm} \quad b) \quad A_L = 29,80 \text{ cm}^2$$

17. Cálculo de la presión

17.1 Presión en cuerpos sólidos, presión en los líquidos, presión en los gases

$$17.1 \quad F = p \cdot A \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \right]; \quad A = \frac{F}{p} \left[\text{cm}^2 \right]$$

$$17.2 \quad a) \quad p = 3,65 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \quad b) \quad p = 1,825 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

$$c) \quad p = 0,642 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad d) \quad p = 1,284 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$e) \quad p = 160 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} [= \text{Pa}] \quad f) \quad p = 160 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} [= \text{Pa}]$$

ad a+b ¡Duplicando la superficie presionada con fuerza de presión constante baja la presión de la superficie a la mitad!

ad c+d ¡Duplicando la fuerza de presión con la superficie presionada constante la presión de la superficie también se duplica!

ad e+f ¡Si fuerza de presión y superficie presionada anmentan o disminuyen de la misma manera la presión de la superficie queda constante (sin variación)!

$$17.3 \quad a) \quad p = 40 \text{ bar} \quad b) \quad p = 18,23 \text{ bar} \quad c) \quad F = 1736 \text{ daN}$$

$$d) \quad A = 0,052 \text{ cm}^2 \quad e) \quad F = 31000 \text{ daN} \quad f) \quad A = 55,1 \text{ cm}^2$$

- 17.4 a) $A = 181,43 \text{ cm}^2$ b) $p = 1,8 \text{ daN/cm}^2$ [=bar]
- 17.5 a) $F_1 = 900 \text{ N}$ b) $A_1 = 19,6 \text{ cm}^2$; $p = 4,59 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ [=bar]
c) $A_2 = 962 \text{ cm}^2$; $F_2 = 4416 \text{ daN}$
- 17.6 a) $A_1 = 314 \text{ cm}^2$; $p = 0,32 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ [=bar]
b) $A_2 = 176,7 \text{ cm}^2$; $F_2 = 56,544 \text{ daN}$
 $A_3 = 78,5 \text{ cm}^2$; $F_3 = 25,12 \text{ daN}$
 $A_4 = 19,6 \text{ cm}^2$; $F_4 = 6,272 \text{ daN}$
- 17.7 $A = 5,31 \text{ cm}^2$; $F_2 = 42,48 \text{ daN}$; $F_1 = 10,62 \text{ daN}$
- 17.8 a) $A = 38,48 \text{ cm}^2$; $p = 40 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ [=bar]
b) $A = 95 \text{ cm}^2$; $p = 65 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ [=bar]
- 17.9 a) $V = 6000 \text{ l}$ oxígeno
b) $V = 1200 \text{ l}$ consumo de oxígeno
- 17.10 $p = 59,67 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$; $p = 53,93 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$; $p = 50,93 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$
- 17.11 $F = 16,36 \text{ N}$; $F = 23,88 \text{ N}$; $F = 29,91 \text{ N}$
- 17.12 $D = 80 \text{ mm}$; $D = 70 \text{ mm}$
- 17.2 Presión atmosférica, sobrepresión, depresión, presión absoluta, unidades de presión
- 17.13 a) 9; 0,6; 0,5; 121; 0,25; 5,6; 0,365; 13 bar
b) 11; 17,5; $11\frac{1}{6}$; 149; 44; 99; 4,2; 13 bar sobrepresión
c) 0,5; $\frac{1}{7}$; 0,7; 0,75; 0,736; 0,018; $\frac{3}{5}$; 0,6 bar depresión
- 17.14 0,8 bar
- 17.15 a) Ruedas delanteras 2,8 bar; Ruedas traseras 3,2 bar
b) Ruedas delanteras 2,07 bar sobrepresión
Ruedas traseras 2,53 bar sobrepresión
- 17.16 $V = 4840 \text{ l}$ oxígeno
- 17.17 a) 91 bar; 69 bar b) Consumo de oxígeno 880 l
- 17.18 21,5 bar

- 17.19 $d = 36 \text{ mm}$
- 17.20 a) 2,2 bar b) 4618 daN

18. Cálculo térmico

18.1 Temperatura y cantidad de calor, refrigeración del motor, conversión de energía

- 18.1 $m = \frac{Q}{c \cdot (t_2 - t_1)}$ $c = \frac{Q}{m \cdot (t_2 - t_1)}$
- 18.2 $Q = 1257 \text{ kJ}$
- 18.3 a) 419 kJ b) 100,55 kJ c) 1173,2 kJ
d) 733,25 kJ e) 3117,36 kJ f) 2707,16 kJ
- 18.4 $Q = 564,3 \text{ kJ}$ 18.5 $Q = 6075 \text{ kJ}$
- 18.6 $Q = 3477,4 \text{ kJ}$
- 18.7 $V = \frac{Q}{1,4 \cdot 19 \cdot (t_2 - t_1)}$ [l] $i = \frac{Q}{V \cdot 4 \cdot 19 \cdot (t_2 - t_1)}$
- 18.8 $Q = 122180,4 \text{ kJ/h}$
- 18.9 a) 284,24 MJ = 284240 kJ
b) 90956,8 kJ c) $i = 226,1 \text{ l/h} = 3,76 \text{ l/min}$
- 18.10 a) 10,7 l b) $m = 2675 \text{ l/h} = 44,6 \text{ l/min}$
- 18.11 a) 300 000 000 Nm
b) 2500 000 Nm c) 31 400 Nm
- 18.12 a) 86 254 J = 86,254 kJ
b) 3458,7 J = 3,4587 kJ c) 213,5 J = 0,2135 kJ
- 18.13 165924 Nm

18.2 Dilatación longitudinal de cuerpos sólidos, dilatación cúbica de los cuerpos sólidos y líquidos

- 18.14 a) $\Delta l = 5,88 \text{ mm}$ b) $l_t = 7005,88 \text{ mm}$ c) 0,084 %
- 18.15 a) $l_o = 499,57 \text{ mm}$ b) 0,086 %

18.16 $D_t = 44,249 \text{ mm}$; $d_t = 8,98 \text{ mm}$; $l_t = 128,14 \text{ mm}$

18.17 $d_t = 85,232 \text{ mm} = 8,5232 \text{ cm}$

18.18 a) $\Delta V = 0,501 \text{ cm}^3 = 0,000501 \text{ dm}^3$

b) $V_t = 120,501 \text{ cm}^3 = 0,120501 \text{ dm}^3$ c) $0,42 \%$

18.19 a) $V_t = 200,108 \text{ l}$ b) $V_t = 202,4 \text{ l}$

18.20 $\Delta V = 120 \text{ l}$ (¡El aceite rebosa!)

18.21 $V_t = 38,976 \text{ l}$ (¡El combustible no rebosa!)

19. Cálculo del motor

19.1 Cilindrada, relación de carrera a diámetro, grado de admisión (rendimiento volumétrico)

19.1 a) $D = \sqrt{\frac{4 \cdot V_H}{\pi \cdot s \cdot i}}$ b) $s = \frac{4 \cdot V_H}{D^2 \cdot \pi \cdot i}$ c) $i = \frac{4 \cdot V_H}{D^2 \cdot \pi \cdot s}$

19.2 $A = 32,17 \text{ cm}^2$

19.3 $V_h = 198,43 \text{ cm}^3 = 0,19843 \text{ l}$

19.4 $s = 67,5 \text{ mm}$ 19.5 $D = 47 \text{ mm}$

19.6 a) $V_H = 594 \text{ cm}^3 = 0,594 \text{ l}$

b) $\alpha = 1,01:1$ c) $V_{Fmin} = 623,7 \text{ l/min}$

19.7 a) $s = 68 \text{ mm}$ b) $V_F = 29640 \text{ l/h}$

19.8 a) $i = 4$ b) $\alpha = 0,96 < 1$, (¡Motor de carrera corta!)

19.9 $V_H = 1285,2 \text{ cm}^3 = 1,2852 \text{ l}$

19.10 $D = 8,55 \text{ cm} = 85,5 \text{ mm}$

19.11 $V_H = 11,045 \text{ l}$ 19.12 $s = 78,8 \text{ mm}$

19.13 a) $V_h = 424,96 \text{ cm}^3 = 0,425 \text{ l}$
 $V_H = 1699,8 \text{ cm}^3 = 1,6998 \text{ l}$

b) $\alpha = 0,742 < 1$, (¡Motor de carrera corta!)

c) $\eta_F = 0,76$; $V_{Fmin} = 1292 \text{ l/min}$

19.2 Relación de compresión, cámara de compresión, aumento de la compresión

19.14 ¡Ejercicio de selección!

19.15 $x = 0,367 \text{ mm}$

19.16 a) $V_H = 1077,96 \text{ cm}^3 = 1,078 \text{ l}$
 $V_h = 269,49 \text{ cm}^3 = 0,2695 \text{ l}$ b) $\epsilon = 7,5:1$

19.17 a) $V_h = 412,2 \text{ cm}^3$; $V_H = 2473,1 \text{ cm}^3$
 $= 0,4122 \text{ l}$; $= 2,4731 \text{ l}$

b) $\epsilon = 9,8:1$

c) Radio del cigüeñal $r = 41 \text{ mm}$ d) $U = 257,61 \text{ mm}$

19.18 $V_h = 498 \text{ cm}^3$; $\epsilon = 9:1$

19.19 a) $V_h = 1,02 \text{ l}$; $\epsilon = 16:1$

b) 1. La cámara de compresión del motor Diesel es más pequeña que la del motor Otto!

2. Por eso la relación de compresión del motor Diesel es superior a la del motor Otto! (14 a 22:1, autoencendido)

19.20 a) $x = 0,675 \text{ mm}$

b) $V_c = 49 \text{ cm}^3$; $V_{cn} = 45,9 \text{ cm}^3$; $V_h = 367,45 \text{ cm}^3$

19.21 $\epsilon = 7,25:1$ 19.22 $V_c = 40,9 \text{ cm}^3$

19.23 a) $V_c = 61,29 \text{ cm}^3$;

b) $\alpha = 0,87$ (Motor a carrera corta) c) $\eta_F = 0,7$

19.3 Presión del gas en el cilindro, fuerza del émbolo

19.24 $p = \frac{F_e}{10 \cdot A_e}$; $A_e = \frac{F_e}{10 \cdot p}$

19.25 a) $A_e = 55,42 \text{ cm}^2$ b) $A_{et} = 332,51 \text{ cm}^2$

19.26 $D = 8,26 \text{ cm} = 82,6 \text{ mm}$

19.27 $A_e = 54,76 \text{ cm}^2$; $F_{e_{max}} = 25189,6 \text{ N}$

19.28 a) $F_e = 22724,5 \text{ N}$ b) $p = 5 \text{ bar}$ sobrepresión

c) $D = 80 \text{ mm}$ d) $F_e = 3856 \text{ N}$

e) $p = 60 \text{ bar}$ sobrepresión f) $D = 100 \text{ mm}$

19.29 $P_c = 31 \text{ bar}$ sobrepresión

19.4 Momento de giro o de rotación (par)

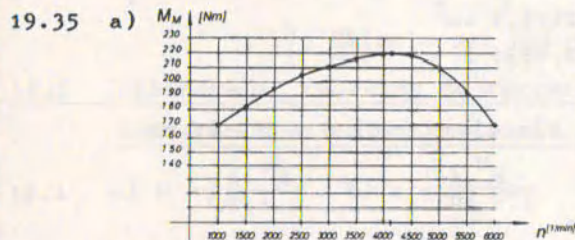
19.30 $F_2 = 1500 \text{ N}$; $M_1 = 450 \text{ Nm}$; $M_2 = 450 \text{ Nm}$

19.31 a) $M = 19 \text{ Nm}$ b) $r = 0,75 \text{ m}$

19.32 $M_M = 111,6 \text{ Nm}$

19.33 $r = 67,5 \text{ mm}$; $s = 135 \text{ mm}$

19.34 $M = 100 \text{ Nm}$; $M = 50 \text{ Nm}$



$$\frac{170}{0,0394} = 4314,7 \text{ N}; \quad \frac{182}{0,0394} = 4619,2 \text{ N}; \quad \frac{195}{0,0394} = 4949,2 \text{ N};$$

$$\frac{205}{0,0394} = 5203 \text{ N}; \quad \frac{211}{0,0394} = 5355,3 \text{ N}; \quad \frac{216}{0,0394} = 5482,2 \text{ N};$$

$$\frac{219}{0,0394} = 5558,3 \text{ N}; \quad \frac{220}{0,0394} = 5583,7 \text{ N}; \quad \frac{218}{0,0394} = 5533 \text{ N};$$

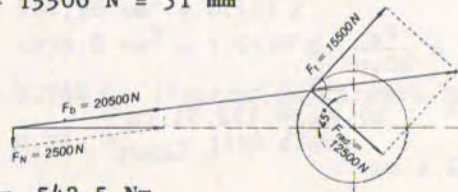
$$\frac{210}{0,0394} = 5330 \text{ N}; \quad \frac{192}{0,0394} = 4873,1 \text{ N}; \quad \frac{170}{0,0394} = 4314,7 \text{ N};$$

19.36 a) $F_N = 2500 \text{ N} \hat{=} 5 \text{ mm}$ $r = \frac{35}{2,5} = 14 \text{ mm}$

$$F_b = 20500 \text{ N} \hat{=} 41 \text{ mm} \quad \ell = \frac{230}{2,5} = 92 \text{ mm}$$

$$F_{\text{rad}} = 12500 \text{ N} \hat{=} 25 \text{ mm}$$

$$F_t = 15500 \text{ N} \hat{=} 31 \text{ mm} \quad F_e \hat{=} 40 \text{ mm}$$



b) $M_M = 542,5 \text{ Nm}$

19.37 a) $F = 1510 \text{ N}$ b) $M_2 = 30,2 \text{ Nm}$

20. Cálculo de velocidades

20.1 Movimiento uniforme rectilíneo

20.1 a) $v = 125 \text{ km/h}$ b) $v = 14 \text{ m/s}$ c) $v = 151,2 \text{ km/h}$

d) $s = 900 \text{ m}$ e) $s = 1,824 \text{ km}$ f) $t = 1,25 \text{ h}$

20.2 $v_m = 63,5 \text{ km/h}$

20.3 $t = 8 \text{ horas y } 15 \text{ minutos}$

20.4 $s = 295,75 \text{ km}$

20.5 $v_m = 137,5 \text{ km/h}$ $16 \text{ h } 27 \text{ min } 45 \text{ s} = 16,4625 \text{ h}$

20.6 a) $v = 75 \text{ km/h}$

b) 8 % de diferencia o desviación (Observación:

20.7 $v = 9,6 \text{ m/min} = 160 \text{ mm/s}$ tiempo cronometrado = 48s!

20.2 Movimiento circular uniforme, velocidad tangencial (perimetral)

20.8 $d = \frac{v_t \cdot 1000 \cdot 60}{\pi \cdot n} \text{ mm}$; $n = \frac{v_t \cdot 1000 \cdot 60}{d \cdot \pi} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$

20.9 a) $v_t = 5,498 \text{ m/s}$ b) $v_t = 9,739 \text{ m/s}$

20.10 a) $d = 635 \text{ mm}$ b) $n = 378 \frac{1}{\text{min}}$

20.11 $v_t = 33,93 \text{ m/s}$; $v_t = 22,62 \text{ m/s}$

20.12 $d = 500 \text{ mm}$

20.13 a) $d_{m2} = 100 \text{ mm}$ b) $n_1 = 1874 \text{ 1/min}$

20.14 $v_c = 17,59 \text{ m/min}$ 20.15 $n = 70 \text{ 1/min}$

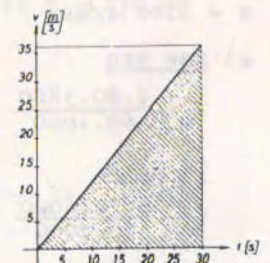
20.3 Movimiento uniformemente acelerado y uniformemente retardado, aceleración y desaceleración

20.16 a) $a = 1,4 \text{ m/s}^2$ b) $s = 630 \text{ m}$

20.17 $t = 25 \text{ s}$

20.18 a) $v_f = 36 \text{ m/s} = 129,6 \text{ km/h}$

b) $s = 540 \text{ m}$ c)



- 20.19 a) $v_o = 54 \text{ km/h}$; $v_f = 144 \text{ km/h}$ b) $a = 0,71 \text{ m/s}^2$
- 20.20 $v_f = 7 \text{ m/s} = 25,2 \text{ km/h}$
- 20.21 a) $a = 4,9 \text{ m/s}^2$ b) $s = 61,25 \text{ m}$
- 20.22 a) El vehículo acelera de 0 a 15 m/s en 10 segundos, corre 10 segundos con 15 m/s , acelera en 15 segundos a 25 m/s y sigue su ruta durante 15 segundos con 25 m/s . Después desacelera en 15 segundos a 10 m/s , sigue 5 segundos con 10 m/s y frena durante 5 segundos hasta el paro.

- b) $a = 1,5 \text{ m/s}^2$; $a = 0,67 \text{ m/s}^2$ (Aceleración)
 $a = 1 \text{ m/s}^2$; $a = 2 \text{ m/s}^2$ (Desaceleración)
- c) 54 km/h ; 90 km/h ; 36 km/h

20.4 Movimiento alternativo, velocidad del pistón

- 20.23 a) $v_m = 12,43 \text{ m/s}$ b) $v_{\max} \approx 21,13 \text{ m/s}$
- 20.24 $v_m = 11,27 \text{ m/s}$
- 20.25 a) $v_m = 15,47 \text{ m/s}$ b) $v_{\max} \approx 26,29 \text{ m/s}$
- 20.26 $v_m = 17,5 \text{ m/s}$ 20.27 $v_m = 17,03 \text{ m/s}$
- 20.28 a) $v_m = 5,08 \text{ m/s}$; $v_m = 10,16 \text{ m/s}$
- b) ¡La velocidad del pistón se ha duplicado, porque depende del numero de revoluciones por minuto!
- 20.29 a) $v_m = 7,2 \text{ m/s}$; $v_m = 14,4 \text{ m/s}$
- b) ¡La velocidad del pistón se ha duplicado, porque depende de la carrera del pistón del motor!

- 20.30 $n = 3100 \text{ 1/min}$ 20.31 $s = 80 \text{ mm}$

- 20.32 a) BMW 520 BMW R 90/6
 $v_m = \frac{2.80.5800}{60.1000} = 15,47 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $v_m = \frac{2.70.6.6500}{60.1000} = 15,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- VW Golf MAN 13230 F
 $v_m = \frac{2.72.6000}{60.1000} = 14,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $v_m = \frac{2.150.2200}{60.1000} = 11,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

- 20.32 b) BMW 520 VW Golf
 $v_m = \frac{2.80.3700}{60.1000} = 9,87 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $v_m = \frac{2.72.3000}{60.1000} = 7,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

MAN 13230 F
 $v_m = \frac{2.150.1400}{60.1000} = 7,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

- 20.33 $v_c = 35,2 \text{ m/min}$

21. Transmisión por correas

21.1 Transmisión sencilla

- 21.1 $n_1 = \frac{n_2 \cdot d_2}{d_1}$; $n_2 = \frac{n_1 \cdot d_1}{d_2}$; $d_1 = \frac{n_2 \cdot d_2}{n_1}$; $d_2 = \frac{n_1 \cdot d_1}{n_2}$
- 21.2 a) $n_1 = i \cdot n_2$; $n_2 = \frac{n_1}{i}$ b) $d_1 = \frac{d_2}{i}$; $d_2 = i \cdot d_1$
- 21.3 a) $n_2 = 120 \text{ 1/min}$; $i = 3,5:1$
b) $d_2 = 20 \text{ mm}$; $i = 1:3$
c) $d_1 = 125 \text{ mm}$; $i = 1:1,136$
d) $n_1 = 450 \text{ 1/min}$; $i = 1,5:1$
e) $n_2 = 1600 \text{ 1/min}$; $i = 1,5:1$
f) $d_1 = 100 \text{ mm}$; $i = 1:2,5$
g) $d_2 = 290 \text{ mm}$; $n_1 = 5120 \text{ 1/min}$
h) $d_1 = 120 \text{ mm}$; $n_2 = 1280 \text{ 1/min}$
i) $d_1 = 40,5 \text{ mm}$; $n_2 = 500 \text{ 1/min}$
j) $d_2 = 50 \text{ mm}$; $n_1 = 300 \text{ 1/min}$
k) $d_1 = 67,6 \text{ mm}$; $n_1 = 710 \text{ 1/min}$
l) $d_2 = 330 \text{ mm}$; $n_2 = 200 \text{ 1/min}$
- 21.4 a) $d_m = 22 \text{ mm}$ b) $d_m = 45 \text{ mm}$
c) $d_m = 125 \text{ mm}$ d) $d_m = 180 \text{ mm}$ e) $d_m = 250 \text{ mm}$
- 21.5 a) $n_2 = 4200 \text{ 1/min}$; $i = 1:1,4$
b) $n_1 = 3000 \text{ 1/min}$; $d_{m1} = 150 \text{ mm}$
- 21.6 $d_2 = 350 \text{ mm}$; $n_1 = 1400 \frac{1}{\text{min}}$
- 21.7 a) $n_2 = 1100 \text{ 1/min}$; b) $i = 1,45:1$
- 21.8 $n_2 = 168 \frac{1}{\text{min}}$

21.2 Doble transmisión

$$21.9 \quad n_1 = n_4 \cdot \frac{d_4 \cdot d_2}{d_3 \cdot d_1}; \quad d_3 = \frac{n_4 \cdot d_4 \cdot d_2}{d_1 \cdot n_1}; \quad d_1 = \frac{n_4 \cdot d_4 \cdot d_2}{d_3 \cdot n_1};$$

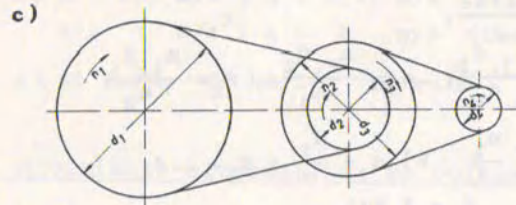
$$d_4 = \frac{d_3 \cdot d_1 \cdot n_1}{n_4 \cdot d_2}; \quad d_2 = \frac{d_3 \cdot d_1 \cdot n_1}{n_4 \cdot d_4}; \quad n_1 = i_t \cdot n_4; \quad n_4 = \frac{n_1}{i_t}$$

$$21.10 \quad a) \quad n_2 = 280 \text{ 1/min}; \quad n_4 = 352 \text{ 1/min}$$

$$b) \quad i_1 = 1,5:1; \quad i_2 = 1:1,26; \quad i_t = 1,19:1$$

$$21.11 \quad a) \quad n_2 = 1250 \text{ 1/min}; \quad n_4 = 3125 \text{ 1/min}$$

$$b) \quad i_1 = 1:2,5; \quad i_2 = 1:2,5; \quad i_t = 1:6,25$$

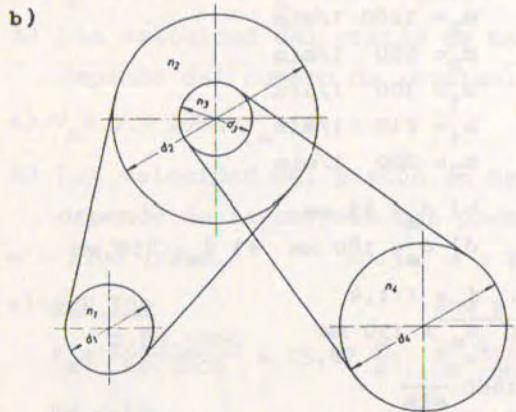


$$21.12 \quad a) \quad n_2 = 3750 \text{ 1/min} \quad b) \quad n_4 = 3500 \text{ 1/min}$$

$$21.13 \quad a) \quad d_{m1} = 140 \text{ mm} \quad b) \quad i_t = 1:2,18$$

$$21.14 \quad a) \quad d_2 = 300 \text{ mm}; \quad n_2 (n_3) = 560 \frac{1}{\text{min}};$$

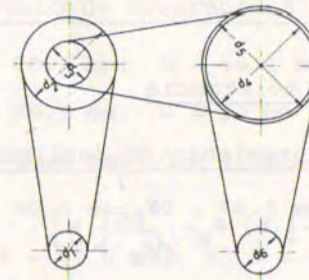
$$n_4 = 224 \frac{1}{\text{min}}; \quad i_2 = 2,5:1; \quad i_t = 6,25:1$$



$$21.15 \quad a) \quad d_2 = 100 \text{ mm}; \quad d_3 = 50 \text{ mm}$$

$$b) \quad n_f = 1360 \text{ 1/min} \quad c) \quad i_3 = 1:1,7 \quad d) \quad i_t = 1,84:1$$

$$21.16 \quad a)$$



$$b) \quad n_4 = 500 \text{ 1/min}$$

$$i_t = 2,4:1$$

$$21.17 \quad a) \quad n_f = 275 \text{ 1/min} \quad b) \quad i_t = 5,1:1$$

22. Maniobra de válvulas

22.1 Tiempo de maniobra de válvula, ángulo de apertura de válvula, tiempo de apertura de válvula

1. Tiempos de maniobra de válvulas

$$22.1 \quad l_A = 36,3 \text{ mm} \quad 22.2 \quad l_A = 23,7 \text{ mm (35 mm)}$$

$$22.3 \quad A_a \text{ hasta PMS} : l_A = 37,7 \text{ mm (51,1 mm)}$$

$$A_c \text{ hasta PMI} : l_A = 94,2 \text{ mm (127,6 mm)}$$

$$E_a \text{ hasta PMI} : l_A = 83,8 \text{ mm (113,4 mm)}$$

$$E_c \text{ hasta PMS} : l_A = 41,9 \text{ mm (56,7 mm)}$$

$$22.4 \quad \alpha_{Ec} = 42,97^\circ \text{ después del PMS}$$

$$22.5 \quad A_a \text{ hasta PMS} : \alpha_{Aa} = 22,9^\circ \text{ antes del PMS (26,74}^\circ)$$

$$A_c \text{ hasta PMI} : \alpha_{Ac} = 74,5^\circ \text{ desp. del PMI (84,0}^\circ)$$

$$E_a \text{ hasta PMI} : \alpha_{Ea} = 59,2^\circ \text{ antes del PMI (61,1}^\circ)$$

$$E_c \text{ hasta PMS} : \alpha_{Ec} = 11,5^\circ \text{ desp. del PMS (15,3}^\circ)$$

2. Ángulo de apertura de válvula

$$22.6 \quad \alpha_{VA} = 241^\circ (258^\circ)$$

$$22.7 \quad a) \quad \alpha_{VA} = 265^\circ; \quad \alpha_{VE} = 260^\circ$$

$$b) \quad VA : l_A = 346,9 \text{ mm (485,6 mm)}$$

$$VE : l_A = 340,3 \text{ mm (476,5 mm)}$$

3. Tiempo de apertura de válvula

$$22.8 \quad t_{VA} = 0,0092 \text{ s (0,0069 s)}$$

$$t_{VE} = 0,0090 \text{ s (0,0068 s)}$$

22.9 $t_{VA} = 0,0067 \text{ s}$ ($0,0083 \text{ s}$)

23. Rozamiento, cojinetes, tolerancia

23.1 Rozamiento de adherencia y rozamiento de deslizamiento

23.1 a) $F_{RE} = \mu_E \cdot F_N$ [N] $\rightarrow \mu_E = \frac{F_{RE}}{F_N}$ [-] b) $F_N = \frac{F_{RE}}{\mu_E}$ [N]

23.2 $F_{RE} = 1177,2 \text{ N}$

23.3 a) $F_{RE} = 3531,6 \text{ N}$ b) $F_{RD} = 2825,3 \text{ N}$

23.4 $F_{RE} = 1200 \text{ N}$ 23.5 $F_{RE} = 22500 \text{ N}$

23.6 $F_{RD} = 450 \text{ N}$ 23.7 $\mu_D = 0,0255$

23.8 $F_N = 4000 \text{ N}$ Observación: $F = 17,5 \text{ N}$

23.9 a) $F_{RD} = 36 \text{ N}$ b) $F_N = 220 \text{ N}$ c) $\mu_D = 0,25$

23.2 Cálculo de cojinetes

23.10 a) $F_L = p_L \cdot b \cdot d$ [daN]; b) $b = \frac{F_L}{p_L \cdot d}$ [cm]; c) $d = \frac{F_L}{p_L \cdot b}$ [cm]

23.11 $p_L = 100 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ 23.12 $p_L = 50 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$

23.13 $p_{L1} = 75 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$; $p_{L2} = 50 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$

23.14 $p_L = 133,3 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ 23.15 $d = 50 \text{ mm}$

23.16 a) $F_{L2} = 725 \text{ daN}$ b) $p_{L1} = 82,9 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ c) $p_{L2} = 53,7 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$

23.17 a) $F_L = 1400 \text{ daN}$ b) $p_L = 70 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$

23.18 a) $p_L = 100 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ b) $p_L = 132,3 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ c) 32 %

23.19 $F_L = 13500 \text{ N} = 1350 \text{ daN}$

23.20 $b = 40 \text{ mm}$ 23.21 $F_L = 2880 \text{ daN}$

23.22 a) $p_L = 10 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ b) $F_L = 600 \text{ daN} = 6000 \text{ N}$

c) $b = \frac{6000 \text{ daN}}{300 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \cdot 5 \text{ cm}} = 40 \text{ mm}$ (Observación: $F_L = 60 \text{ 000 N!}$)

d) $d = \frac{480 \text{ daN}}{80 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \cdot 3 \text{ cm}} = 20 \text{ mm}$ (Observación: $F_L = 4800 \text{ N!}$)

44

23.3 Cálculo de tolerancias y ajustes

23.23 $K = 40,1 \text{ mm}$; $G = 40,4 \text{ mm}$

23.24 $K = 29,9 \text{ mm}$; $G = 30 \text{ mm}$

23.25 $K = 44,9 \text{ mm}$; $G = 45,1 \text{ mm}$

23.26 $K = 20,1 \text{ mm}$; $G = 20,3 \text{ mm}$

23.27 a) $K = 99,6 \text{ mm}$; b) $G = 99,8 \text{ mm}$; c) $T = 0,2 \text{ mm}$

23.28 a) $G_W = 40,059 \text{ mm}$; $K_W = 40,043 \text{ mm}$

b) $G_B = 40,025 \text{ mm}$; $K_B = 40,0 \text{ mm}$

c) $U_G = 0,059 \text{ mm}$; $U_K = 0,018 \text{ mm}$

23.29 a) $G_{\text{Lengüeta}} = 60,021 \text{ mm}$; $K_{\text{Lengüeta}} = 60,002 \text{ mm}$

b) $T_{\text{Ranura}} = 0,046 \text{ mm}$ c) $T_{\text{Lengüeta}} = 0,019 \text{ mm}$

23.30 $A_u = 0$; $A_o = 0,05 \text{ mm}$; $K = 60 \text{ mm}$; $G = 60,05 \text{ mm}$

23.31 Muñon 1: $K = 34,8 \text{ mm}$ $G = 35,1 \text{ mm}$

Muñon 2: $K = 30,2 \text{ mm}$ $G = 30,4 \text{ mm}$

23.32 a) $K = 40,3 \text{ mm}$; $G = 40,5 \text{ mm}$

b) ¡El $\varnothing$ del eje está inferior a la medida mínima admitida! ¡Por eso el eje ya no sirve!

c) $T = 0,2 \text{ mm}$

23.33 a) $G_W = 39,991 \text{ mm}$; $G_B = 40,025 \text{ mm}$

$K_W = 39,975 \text{ mm}$; $K_B = 40,0 \text{ mm}$

b) $T_W = 0,016 \text{ mm}$; $T_B = 0,025 \text{ mm}$

c) $S_g = 0,05 \text{ mm}$; $S_k = 0,009 \text{ mm}$

23.34 a) $G_{\text{Plato}} = 50,06 \text{ mm}$; $K_{\text{Plato}} = 50,03 \text{ mm}$

$G_B = 50,018 \text{ mm}$; $K_B = 50,0 \text{ mm}$

b) $U_k = 0,012 \text{ mm}$; $U_g = 0,06 \text{ mm}$

c) $T_p = -0,048 \text{ mm}$

24. Cálculo de potencia

24.1 Trabajo y potencia

$$24.1 \quad F = \frac{W}{s} [N] ; \quad s = \frac{W}{F} [m]$$

$$24.2 \quad W = 700 \text{ Nm}$$

$$24.3 \quad W = 320 \text{ Nm}$$

$$24.4 \quad a) F_G = 8338,5 \text{ N}$$

$$b) W = 16677 \text{ Nm}$$

$$24.5 \quad a) F_{G(p)} = 250 \text{ 000 N}$$

$$b) G = m = 25484,2 \text{ kg}$$

$$24.6 \quad F = 5000 \text{ N}$$

$$24.7 \quad a) F_G = 1569,6 \text{ N} \quad b) W = 2354,4 \text{ Nm}$$

$$c) P = 588,6 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} ; P = 0,5886 \text{ kW}$$

$$24.8 \quad P = 30 \text{ 000} \frac{\text{Nm}}{\text{s}} ; P = 30 \text{ kW}$$

$$24.9 \quad a) W = 1500 \text{ 000 Nm} \quad b) P = 150 \text{ 000} \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 150 \text{ kW}$$

$$24.10 \quad a) t = \frac{F \cdot s}{P} [s] \quad b) s = \frac{P \cdot t}{F} [m] \quad c) v = \frac{P}{F} \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$24.11 \quad F_G = 14715 \text{ N}; t = 5,3 \text{ segundos}$$

$$24.12 \quad v = 0,49 \frac{\text{m}}{\text{s}} ; v = 1,76 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

24.2 Potencia indicada (potencia interna)

$$24.13 \quad P_{iII} = 3,4 \text{ kW}$$

$$24.14 \quad P_{iIV} = 62,97 \text{ kW}$$

$$24.15 \quad a) V_H = 179,66 \text{ cm}^3$$

$$b) V_H = 359,32 \text{ cm}^3$$

$$c) P_{iIV} = 9,64 \text{ kW}$$

$$24.16 \quad P_{iII} = 2,896 \text{ kW}$$

$$24.17 \quad P_{iIV} = 56,23 \text{ kW}$$

$$24.18 \quad a) n = \frac{1200 \cdot P_{iIV}}{V_H \cdot P_m} \left[\frac{1}{\text{min}} \right] \quad b) V_H = \frac{1200 \cdot P_{iIV}}{n \cdot P_m} \left[\text{dm}^3 \right]$$

$$c) p_m = \frac{1200 \cdot P_{iIV}}{V_H \cdot n} [\text{bar sobrepresión}]$$

$$24.19 \quad p_m = 8,96 \text{ bar sobrepresión}$$

24.20 Ford Granada

$$P_m = \frac{1200 \cdot 55,2}{1,68 \cdot 5000} = 7,89 \text{ bar sobrepresión;}$$

Opel Ascona 1.6 S

$$P_m = \frac{1200 \cdot 55,2}{1,584 \cdot 5000} = 8,36 \text{ bar sobrepresión;}$$

VW Golf

$$P_m = \frac{1200 \cdot 36,8}{1,093 \cdot 6000} = 6,73 \text{ bar sobrepresión}$$

$$24.21 \quad a) P_m = 8,0 \text{ bar sobrepresión} \quad b) V_H = 1,67 \text{ dm}^3 = 1,67 \text{ l}$$

c) Aumento de potencia 11,1%

$$24.22 \quad a) P_m \text{ antes: } 10,67 \text{ bar sobrepresión}$$

$$P_m \text{ después: } 11,74 \text{ bar sobrepresión} \quad b) P_{iIV} = 149,69 \text{ kW}$$

$$24.23 \quad a) P_m = 8 \text{ bar sobrepresión} \quad b) V_H = 1,143 \text{ l}$$

$$b) P_m = 7,78 \text{ bar sobrepresión} \quad d) P_{iIV} = 61,3 \text{ kW}$$

24.3 Potencia efectiva (potencia útil)

$$24.24 \quad a) M_M = \frac{P_e \cdot 9550}{n} [\text{Nm}] \quad b) n = \frac{P_e \cdot 9550}{M_M} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

$$24.25 \quad P_e = 30 \text{ kW}$$

$$24.26 \quad P_e = 67 \text{ kW}$$

$$24.27 \quad P_e = 24,87 \text{ kW}$$

24.28 Ford Granada

Opel Ascona

$$P_e = \frac{128 \cdot 2500}{9550} = 33,51 \text{ kW;} \quad P_e = \frac{115 \cdot 3800}{9550} = 45,76 \text{ kW}$$

MAN 13230 F

DB 240 D

$$P_e = \frac{805 \cdot 1400}{9550} = 118 \text{ kW;} \quad P_e = \frac{137 \cdot 2400}{9550} = 34,43 \text{ kW}$$

$$24.29 \quad a) M_M = 120 \text{ Nm}$$

$$b) P_e = 37,7 \text{ kW}$$

$$24.30 \quad a) M_M = 55,71 \text{ Nm}$$

$$b) P_e = 17,59 \text{ kW}$$

$$24.31 \quad M_M = 90,95 \text{ Nm}$$

24.32 Audi 80 L

BMW 520

$$M_M = \frac{40,4 \cdot 9550}{5500} = 70,15 \text{ Nm}; M_M = \frac{84,6 \cdot 9550}{5800} = 139,3 \text{ Nm}$$

Opel Ascona

VW Golf

$$M_M = \frac{55,2 \cdot 9550}{5000} = 105,4 \text{ Nm}; M_M = \frac{26,8 \cdot 9550}{6000} = 58,57 \text{ Nm}$$

24.33 $M_M = \frac{169 \cdot 9550}{2200} = 733,6 \text{ Nm}$; Este M_M es 8,87% menor que M_{Mmax}

24.34 $n = 2938,5 \frac{1}{\text{min}}$

24.35 $M_M = \frac{44,2 \cdot 9550}{6500} = 65 \text{ Nm}$

24.36 $M_M = \frac{3 \cdot 9550}{3000} = 9,55 \text{ Nm}; M_M = \frac{8,5 \cdot 9550}{5000} = 16,24 \text{ Nm}$

$$M_M = \frac{12,5 \cdot 9550}{7500} = 15,92 \text{ Nm}$$

24.37 $P_e = \frac{M \cdot n}{9550}$; $M_M = F \cdot r$

$$P_e = \frac{F \cdot r \cdot n}{9550} = \frac{F \cdot 0,955 \cdot n}{9550} = \frac{F \cdot n}{10\,000} [\text{kW}]$$

24.38 $M_M = F \cdot r$ [Nm] | P_e [kW]

57,3	6,0
66,85	10,5
71,63	15,0
74,49	19,5
72,58	22,8
70,67	25,9
68,76	28,8

24.4 Rendimiento en la transformación de energía

24.39 a) $P_e = \eta_m \cdot P_i$ [kW] b) $P_i = \frac{P_e}{\eta_m}$ [kW]

24.40 $\eta_m = 0,85$

24.41 a) $P_e = 81 \text{ kW}$ b) $\eta_m = 0,9 = 90 \%$

24.42 a) $V_H = 0,2468 \text{ l}; P_{iIV} = 14,4 \text{ kW}$

b) $\eta_m = \frac{13}{14,4} = 0,9$ (Observación: $P_e = 13 \text{ kW!}$)

24.43 $P_e = 40,1 \text{ kW}$

24.44 a) $V_H = 0,554 \text{ dm}^3; P_{iIV} = 15 \text{ kW}$

b) $P_e = 13,65 \text{ kW}$

24.45 a) $V_H = 0,735 \text{ l}; P_{iIV} = 26,5 \text{ kW}$ b) $P_e = 24,4 \text{ kW}$

24.46 $P_i = 101 \text{ kW}$

24.47 a) $M_{dM} = 133,7 \text{ Nm}$ b) $P_e = 42 \text{ kW}$ c) $P_i = 49,4 \text{ kW}$

24.5 Potencia por cilindrada (potencia unitaria), peso por unidad de potencia

24.48 $P_H = 43,6 \frac{\text{kW}}{\text{l}}$ 24.49 $P_e = 450 \text{ kW}$

24.50 a) Audi 80 L

b) BMW 520

$$P_H = \frac{40,4}{1,296} = 31,17 \frac{\text{kW}}{\text{l}}$$

$$P_H = \frac{84,6}{1,990} = 42,51 \frac{\text{kW}}{\text{l}}$$

c) Ford Granada

d) VW Golf

$$P_H = \frac{55,2}{1,680} = 32,86 \frac{\text{kW}}{\text{l}}$$

$$P_H = \frac{36,8}{1,093} = 33,67 \frac{\text{kW}}{\text{l}}$$

e) KHD Saturn

f) MAN 13230 F

$$P_H = \frac{173}{15,833} = 10,93 \frac{\text{kW}}{\text{l}}$$

$$P_H = \frac{169}{10,689} = 15,81 \frac{\text{kW}}{\text{l}}$$

24.51 a) $P_{e \text{ anterior}} = 67,5 \text{ kW}$ b) $P_{e \text{ nueva}} = 78 \text{ kW}$

c) Aumento de la potencia = 13,46 %

24.52 $V_H = 0,796 \text{ l}; P_H = 75,38 \frac{\text{kW}}{\text{l}}$

24.53 a) $V_H = 123 \text{ cm}^3$

b) $P_{iIV} = 6,03 \text{ kW}$

c) $P_e = 5,4 \text{ kW}$

d) $P_H = 43,9 \frac{\text{kW}}{\text{l}}$

24.54 $G_{P \text{ Motor}} = 3 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$

24.55 a) $G_{P \text{ Motor}} = 200 \text{ kg}$

b) $G_{P \text{ Motor anterior}} = 4,83 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$

c) $G_{P \text{ Motor nuevo}} = 3,3 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$

d) Reducción de peso 31,1 %

24.56 a) $P_e = 76,23 \text{ kW}$

b) $G_{P \text{ Motor}} = 3,41 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$

24.57 a) $V_H = 645 \text{ cm}^3; P_{iII} = 43,86 \text{ kW}$

b) $P_e = 41,23 \text{ kW}$

c) $G_{P \text{ Motor}} = 2,43 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$

24.58 $G_{P \text{ Vehículo}} = 19 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$

24.59 a) $G_{P \text{ Veh. vacío}} = \frac{7680}{169} = 45,44 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$

b) $G_{P \text{ Veh. con carga}} = \frac{19000}{169} = 112,43 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$

24.60 a) $P_H = 33,3 \frac{\text{kW}}{\text{l}}$ b) $G_{P_{\text{Motor}}} = 3,6 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$
 c) $G_{P_{\text{Vehículo}}} = 18 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$
 24.61 a) $V_H = 2,163 \text{ l}$ b) $P_{i_{IV}} = 64,35 \text{ kW}$
 c) $P_e = 57,92 \text{ kW}$ d) $P_H = 26,78 \frac{\text{kW}}{\text{l}}$
 e) $G_{P_{\text{Motor}}} = 4,99 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$ f) $G_{P_{\text{Vehículo}}} = 44,03 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$

25. Consumo

25.1 Consumo de combustible en carretera, consumo de combustible según DIN 70030, consumo específico

25.1 $k_s = 33 \text{ l}/100 \text{ km}$
 25.2 a) $k_s = 12 \text{ l}/100 \text{ km}$ b) Diferencia 41,2 %
 25.3 $k = 8,59 \text{ l}/100 \text{ km}$
 25.4 $k = 11,94 \text{ l}/100 \text{ km}$ 25.5 b) $b = 288,9 \frac{\text{g}}{\text{kWh}}$
 25.6 a) $B = 20716 \frac{\text{g}}{\text{h}}$ b) $b = 230,2 \frac{\text{g}}{\text{kWh}}$

25.2 Cálculo de la cantidad inyectada en los motores Diesel

25.7 $K_{IV} = 0,084 \text{ g}$
 25.8 $K_{II} = 0,025 \text{ g}; k_{II} = 30,1 \text{ mm}^3$
 25.9 a) $b = \frac{K_{IV} \cdot 1 \cdot n \cdot 60 \cdot f}{P_e \cdot 2 \cdot 1000} \left[\frac{\text{g}}{\text{kWh}} \right]$
 b) $P_e = \frac{K_{IV} \cdot 1 \cdot n \cdot 60 \cdot f}{b \cdot 2 \cdot 1000} \left[\text{kW} \right]$
 c) $n = \frac{b \cdot P_e \cdot 2 \cdot 1000}{K_{IV} \cdot 1 \cdot 60 \cdot f} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$
 d) $f = \frac{b \cdot P_e \cdot 2 \cdot 1000}{K_{IV} \cdot 1 \cdot n \cdot 60} \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$
 25.10 b) $b = 251,8 \frac{\text{g}}{\text{kWh}}$ 25.11 $P_e = 102 \text{ kW}$
 25.12 a) $b = 272 \frac{\text{g}}{\text{kWh}}$ b) $P_e = 42,88 \text{ kW}$

25.3 Poder calorífico, poder calorífico por litro,

Rendimiento

25.13 $Q_C = 1785 \text{ 000 kJ}$ 25.14 $Q_C = 6525 \text{ 000 kJ}$
 25.15 a) $V = 25 \text{ l}$ b) $H_L = 32025 \frac{\text{kJ}}{\text{l}}$ c) $Q_C = 800 \text{ 625 kJ}$
 25.16 a) $H_L = 31104 \frac{\text{kJ}}{\text{l}}$ b) $H_L = 35196 \frac{\text{kJ}}{\text{l}}$
 c) Diferencia $\frac{35196 - 31104}{31104} \cdot 100 = 13,16 \%$

25.17 $\eta_e = 0,32$
 25.18 a) $13,95 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ b) $\eta_e = 0,27$
 25.19 a) $P_e = \frac{\eta_e \cdot B \cdot H_u}{3600} \left[\text{kW} \right]$ b) $B = \frac{P_e \cdot 3600}{\eta_e \cdot H_u} \left[\frac{\text{kg}}{\text{h}} \right]$
 25.20 a) $B = 7,92 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ b) $P_e = 23,5 \text{ kW}$

Ejercicios de repaso

25.21 a) $A_e = 38,48 \text{ cm}^3$; $F_e = 2501,2 \text{ N}$
 b) $W_e = 225,108 \text{ Nm}$
 25.22 $P_m = 13,3 \text{ bar}$ sobrepresión
 25.23 a) Recorrido por minuto: 540 m
 Recorrido por hora: 32400 m b) $V_m = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 25.24 $G_{P_{\text{Motor}}} = 7,75 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$
 25.25 $n = 600 \frac{1}{\text{min}}$ 25.26 $l_A = 26,53 \text{ mm}$
 25.27 a) $\xi = 6,3:1$ b) $V_C = 50 \text{ cm}^3$
 25.28 $\Delta l = 0,42 \text{ mm}$

26. Motor de pistón rotatorio

Volumen de la cámara, relación de compresión, potencia interna

26.1 a) $V_K = 210 \text{ cm}^3$ b) $V_K = 525 \text{ cm}^3$ c) $V_K = 370 \text{ cm}^3$
 26.2 $\xi = 8:1$ 26.3 $V_{\text{max}} = 405 \text{ cm}^3$
 26.4 $P_i = 42,84 \text{ kW}$

26.5 a) $V_K = \frac{P \cdot 1.600}{1 \cdot P_m \cdot n} \text{ [dm}^3\text{]}$
 b) $P_m = \frac{P \cdot 1.600}{1 \cdot V_K \cdot n} \text{ [bar sobrepresión]}$
 c) $n = \frac{P \cdot 1.600}{1 \cdot V_K \cdot P_m} \text{ [min]}$
 26.6 $n = 6243 \frac{1}{\text{min}}$ 26.7 $P_m = 8,24 \text{ bar sobrepresión}$

27. Cálculo de embragues

27.1 Par de transmisión

27.1 $F_{\text{rot}} = 1575 \text{ N}$ 27.2 $F_{\text{rot}} = 704 \text{ N}$
 27.3 $F_N = \frac{F_{\text{rot}}}{\mu_E} \text{ [N]}$
 27.4 a) $F_N = 17333 \text{ N}$ b) Fuerza de un resorte: $F_N = 1926 \text{ N}$
 27.5 a) $F_{\text{rot}} = 1800 \text{ N}$ b) $F_{\text{rot}} = 810 \text{ N}$
 c) Disminución $\frac{1800-810}{1800} \cdot 100 \% = 55 \%$
 27.6 $r_m = 77,5 \text{ mm} = 0,0775 \text{ m}$; $M_E = 162,75 \text{ Nm}$
 27.7 $M_E = 583,2 \text{ Nm}$
 27.8 a) $r_m = 0,085 \text{ m}$ b) $F_{\text{rot}} = 3250 \text{ N}$ c) $M_E = 552,5 \text{ Nm}$
 27.9 $M_E = 548,1 \text{ Nm}$
 27.10 $F_N = \frac{M_E}{\mu_E \cdot \frac{d_1+d_2}{4}} \text{ [N]}$
 27.11 a) $r_m = 0,1 \text{ m}$ b) $F_{\text{rot}} = 5100 \text{ N}$
 c) $F_N = 10200 \text{ N}$ d) Fuerza de un resorte: $F_N = 1700 \text{ N}$

27.2 Presión superficial de las guarniciones de los embragues

27.12 a) $A_E = 201,1 \text{ cm}^2$ b) $P_E = 1,74 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$
 27.13 $P_E = 1,71 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$

27.14 $F_N = A_E \cdot P_E \text{ [N]}$; $F_N = \frac{\pi}{4} \cdot (d_1^2 - d_2^2) \cdot P_E \text{ [N]}$

27.15 $F_N = 358,14 \text{ daN}$

27.16 $P_E = 1,76 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ (!La presión superficial admitida se sobrepasa!)

27.17 a) $A_E = 159,44 \text{ cm}^2$ b) $F_N = 318,88 \text{ daN}$

c) $F_{\text{rot}} = 127,55 \text{ daN}$ d) $r_m = 0,0725 \text{ m}$; $M_E = 92,47 \text{ Nm}$

28. Accionamiento por ruedas dentadas

28.1 Dimensiones de las ruedas dentadas

28.1 a) $p = 9,42 \text{ mm}$ b) $d_o = 90 \text{ mm}$
 28.2 $p = 4,71 \text{ mm}$
 28.3 a) $p = 12 \cdot \pi = 37,699 \text{ mm}$ c) $p = 1,5 \cdot \pi = 4,71 \text{ mm}$
 $d_o = 12 \cdot 18 = 216 \text{ mm}$ $d_o = 1,5 \cdot 31 = 46,5 \text{ mm}$
 $d_c = 216 + 2 \cdot 12 = 240 \text{ mm}$ $d_c = 46,5 + 2 \cdot 1,5 = 49,5 \text{ mm}$
 $h = 2 \cdot 2 \cdot 12 = 26,4 \text{ mm}$ $h = 2 \cdot 2 \cdot 1,5 = 3,3 \text{ mm}$
 b) $p = 3 \cdot \pi = 9,42 \text{ mm}$ d) $p = 2 \cdot \pi = 6,28 \text{ mm}$
 $d_o = 3 \cdot 25 = 75 \text{ mm}$ $d_o = 2 \cdot 27 = 54 \text{ mm}$
 $d_c = 75 + 2 \cdot 3 = 81 \text{ mm}$ $d_c = 54 + 2 \cdot 2 = 58 \text{ mm}$
 $h = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 6,6 \text{ mm}$ $h = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4,4 \text{ mm}$
 28.4 a) $p = 6,28 \text{ mm}$ b) $d_o = 88 \text{ mm}$ c) $h_p = 2,4 \text{ mm}$
 28.5 a) $p = 6,28 \text{ mm}$ b) $h_c = 2 \text{ mm}$
 c) $h_p = 2,4 \text{ mm}$ d) $d_o = 130 \text{ mm}$
 28.6 a) $m = 6$ b) $p = 18,85 \text{ mm}$ c) $d_c = 162 \text{ mm}$
 28.7 $a = 42,5 \text{ mm}$
 28.8 a) $d_{o1} = 25,5 \text{ mm}$; $d_{o2} = 51 \text{ mm}$ b) $a = 38,25 \text{ mm}$
 28.9 a) $m = 5$ b) $d_{o1} = 80 \text{ mm}$; $d_{o2} = 110 \text{ mm}$
 28.10 a) $a = 75 \text{ mm}$ b) $m = 3$ c) $z_2 = 20 \text{ Dientes}$

28.2 Engranaje sencillo, relación de transmisión

$$28.11 \quad a) \quad n_1 = \frac{z_2 \cdot n_2}{z_1} \left[\frac{1}{\text{min}} \right] \quad n_2 = \frac{z_1 \cdot n_1}{z_2} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

$$b) \quad Z_1 = \frac{z_2 \cdot n_2}{n_1} \quad Z_2 = \frac{z_1 \cdot n_1}{n_2}$$

$$28.12 \quad n_2 = 2080 \text{ 1/min} \quad 28.13 \quad n_1 = 677 \text{ 1/min}$$

$$28.14 \quad a) \quad z_2 = 100 \quad b) \quad z_1 = 34 \quad c) \quad n_2 = 648 \text{ 1/min}$$

$$d) \quad n_1 = 4537,5 \text{ 1/min} \quad e) \quad z_2 = 19$$

$$28.15 \quad i = 1:1,67$$

$$28.16 \quad a) \quad i = 1:1,4 \quad b) \quad n_2 = 840 \text{ 1/min}$$

$$28.17 \quad a) \quad n_1 = n_2 \cdot i; \quad z_1 = \frac{z_2}{i} \quad b) \quad n_2 = \frac{n_1}{i}; \quad z_2 = z_1 \cdot i$$

$$28.18 \quad a) \quad z_2 = 40 \quad b) \quad n_2 = 1500 \text{ 1/min}$$

$$28.19 \quad a) \quad z_2 = 100; \quad n_2 = 280 \text{ 1/min}$$

$$b) \quad n_1 = 1000 \text{ 1/min}; \quad i = 2:1$$

$$c) \quad z_1 = 50; \quad n_2 = 500 \text{ 1/min}$$

$$d) \quad n_2 = 4200 \text{ 1/min}; \quad i = 1:3$$

$$28.20 \quad z_2 = 36; \quad i = 2:1$$

28.3 Doble engranaje

$$28.21 \quad n_2 = n_3 = 208 \text{ 1/min}; \quad n_4 = 520 \text{ 1/min}$$

$$28.22 \quad n_4 = 150 \text{ 1/min} \quad 28.23 \quad n_1 = \frac{z_4 \cdot z_2}{z_3 \cdot z_1} \cdot n_4 \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

$$28.24 \quad n_1 = 120 \text{ 1/min}$$

$$28.25 \quad i_1 = 2,25:1; \quad i_2 = 2,67:1; \quad i_{\text{total}} = 6:1$$

$$28.26 \quad a) \quad i_1 = 1,5:1; \quad i_2 = 1,67:1$$

$$b) \quad i_{\text{total}} = 2,5:1 \quad c) \quad n_4 = 180 \text{ 1/min}$$

$$28.27 \quad a) \quad i_1 = 1,5:1; \quad i_2 = 1:2,06; \quad i_3 = 1:2$$

$$b) \quad i_{\text{total}} = 1:2,747 \quad c) \quad n_6 = 2747 \text{ 1/min}$$

$$28.28 \quad a) \quad n_2 = n_3 = 40 \text{ 1/min}; \quad n_4 = 20 \text{ 1/min};$$

$$i_1 = 2:1; \quad i_2 = 2:1; \quad i_{\text{total}} = 4:1$$

$$b) \quad z_2 = 60; \quad z_4 = 50; \quad n_2 = n_3 = 467 \text{ 1/min};$$

$$i_{\text{total}} = 7,5:1; \quad n_4 = 186,6 \text{ 1/min}$$

$$c) \quad z_1 = 125; \quad i_2 = 1:2; \quad z_3 = 240; \quad n_1 = 120 \text{ 1/min};$$

$$n_2 = n_3 = 300 \text{ 1/min}$$

$$d) \quad n_2 = n_3 = 37,5 \text{ 1/min}; \quad i_1 = 1:1,25; \quad i_2 = 3:1;$$

$$n_4 = 12,5 \text{ 1/min}; \quad z_3 = 8$$

$$28.29 \quad n_1 = 1000 \frac{1}{\text{min}}$$

29. Cálculo de transmisiones (cajas de cambios)

29.1 Relación de transmisión

$$29.1 \quad i_{\text{caja III}} = 1,33:1$$

$$29.2 \quad i_{\text{caja III}} = 1,45:1$$

$$29.3 \quad n_p = \frac{n_M}{i_{\text{caja}}} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

$$29.4 \quad n_p = 1641 \frac{1}{\text{min}}$$

29.5 Ford Granada

$$\text{I. -marcha: } n_p = \frac{4500}{3,65} = 1233 \frac{1}{\text{min}};$$

$$\text{II. -marcha: } n_p = \frac{4500}{1,97} = 2284 \frac{1}{\text{min}};$$

$$\text{III. -marcha: } n_p = \frac{4500}{1,37} = 3285 \frac{1}{\text{min}};$$

$$\text{IV. -marcha: } n_p = \frac{4500}{1,0} = 4500 \frac{1}{\text{min}};$$

$$\text{marcha atrás: } n_p = \frac{4500}{3,66} = 1230 \frac{1}{\text{min}}$$

$$29.6 \quad i_{\text{caja I}} = 2,38:1$$

$$29.7 \quad i_{\text{caja I}} = 3,29:1; \quad i_{\text{caja II}} = 2,08:1; \quad i_{\text{caja III}} = 1,0:1$$

$$29.8 \quad a) \quad i_{\text{caja I}} = 3,56:1; \quad i_{\text{caja II}} = 2,29:1$$

$$i_{\text{caja III}} = 1,575:1; \quad i_{\text{caja IV}} = 1,0:1$$

$$i_{\text{caja R}} = 3,33:1$$

$$b) \quad \text{I. -marcha: } n_p = 787 \frac{1}{\text{min}};$$

$$\text{II. -marcha: } n_p = 1223 \frac{1}{\text{min}};$$

$$\text{III. -marcha: } n_p = 1778 \frac{1}{\text{min}};$$

$$\text{IV. -marcha: } n_p = 2800 \frac{1}{\text{min}};$$

$$\text{marcha atrás: } n_p = 841 \frac{1}{\text{min}}$$

del par motor

29.9 $n_p = 1866 \frac{1}{\text{min}}$

29.10 a) $M_p = 270 \text{ Nm}$ (236 Nm)

b) $n_p = 1111 \frac{1}{\text{min}}$ (1956 $\frac{1}{\text{min}}$)

29.11 I. -marcha: $n_p = 1563 \frac{1}{\text{min}}$; $M_p = 384 \text{ Nm}$

II. -marcha: $n_p = 2500 \frac{1}{\text{min}}$; $M_p = 240 \text{ Nm}$

III.-marcha: $n_p = 4000 \frac{1}{\text{min}}$; $M_p = 150 \text{ Nm}$

marcha atrás: $n_p = 1429 \frac{1}{\text{min}}$; $M_p = 420 \text{ Nm}$

29.12 Ford Granada

I. -marcha: $n_p = \frac{2500}{3,65} = 685 \frac{1}{\text{min}}$; $M_p = 128,3,65 = 467,2 \text{ Nm}$

II. -marcha: $n_p = \frac{2500}{1,97} = 1269 \frac{1}{\text{min}}$; $M_p = 128,1,97 = 252,2 \text{ Nm}$

III.-marcha: $n_p = \frac{2500}{1,37} = 1825 \frac{1}{\text{min}}$; $M_p = 128,1,37 = 175,4 \text{ Nm}$

marcha atrás: $n_p = \frac{2500}{3,66} = 683 \frac{1}{\text{min}}$; $M_p = 128,3,66 = 468,5 \text{ Nm}$

29.13 a) $M_M = 286,5 \text{ Nm}$ (210,1 Nm)

b) $n_p = 444 \frac{1}{\text{min}}$ (658 $\frac{1}{\text{min}}$)

c) $M_p = 1289,3 \text{ Nm}$ (798,4 Nm)

29.14 KHD Saturn

a) I. -marcha: $n_p = \frac{2300}{6,9} = 333 \frac{1}{\text{min}}$;

II. -marcha: $n_p = \frac{2300}{4,04} = 569 \frac{1}{\text{min}}$;

III.-marcha: $n_p = \frac{2300}{2,45} = 939 \frac{1}{\text{min}}$;

IV. -marcha: $n_p = \frac{2300}{1,51} = 1523 \frac{1}{\text{min}}$;

V. -marcha: $n_p = \frac{2300}{1,0} = 2300 \frac{1}{\text{min}}$;

VI. -marcha: $n_p = \frac{2300}{0,68} = 3382 \frac{1}{\text{min}}$;

marcha atrás: $n_p = \frac{2300}{6,44} = 357 \frac{1}{\text{min}}$

b) $M_M = \frac{173.9550}{2300} = 718,33 \text{ Nm}$

29.14 c) I. -marcha: $M_p = 718,33,6,9 = 4956 \text{ Nm}$

II. -marcha: $M_p = 718,33,4,04 = 2902 \text{ Nm}$

III.-marcha: $M_p = 718,33,2,45 = 1760 \text{ Nm}$

IV. -marcha: $M_p = 718,33,1,51 = 1085 \text{ Nm}$

V. -marcha: $M_p = 718,33 \text{ Nm}$

VI. -marcha: $M_p = 718,33,0,68 = 488 \text{ Nm}$

marcha atrás: $M_p = 718,33,6,44 = 4626 \text{ Nm}$

29.15 I. -marcha: $i_{\text{caja I}} = 2,76:1$

$n_p = 1522 \frac{1}{\text{min}}$

$M_p = 496,8 \text{ Nm}$

II. -marcha: $i_{\text{caja II}} = 2:1$

$n_p = 2100 \frac{1}{\text{min}}$

$M_p = 360 \text{ Nm}$

III.-marcha: $i_{\text{caja III}} = 1,0:1$

$n_p = 4200 \frac{1}{\text{min}}$

$M_p = 180 \text{ Nm}$

Valores adicionales de cálculo:

a) I. -marcha: $n_p = 1015 \frac{1}{\text{min}}$; $M_p = 400,2 \text{ Nm}$

II. -marcha: $n_p = 1400 \frac{1}{\text{min}}$; $M_p = 290 \text{ Nm}$

III.-marcha: $n_p = 2800 \frac{1}{\text{min}}$; $M_p = 145 \text{ Nm}$

b) I. -marcha: $n_p = 1630 \frac{1}{\text{min}}$; $M_p = 905,3 \text{ Nm}$

II. -marcha: $n_p = 2250 \frac{1}{\text{min}}$; $M_p = 656 \text{ Nm}$

III.-marcha: $n_p = 4500 \frac{1}{\text{min}}$; $M_p = 328 \text{ Nm}$

Observación: $i_I = 2,76:1$; $i_{II} = 2:1$; $i_{III} = 1:1$

30. Velocidad del vehículo

30.1 Relación de transmisión en el puente, transmisión de las revoluciones en el puente, transmisión del par de giro en el puente

- 30.1 $i_{\text{dif.}} = 3,95:1$ 30.2 $i_{\text{dif.}} = 3,82:1$
- 30.3 $z_p = \frac{z_c}{i_{\text{dif.}}}$ 30.4 $z_p = 13$
- 30.5 $n_A = 151,1 \text{ 1/min}$
- 30.6 a) $z_c = 60$ b) $n_A = 63 \text{ 1/min}$
- 30.7 BMW 520: $n_A = \frac{1200}{4,11} = 292 \frac{1}{\text{min}}$
- 30.8 Opel Ascona: $n_p = 45 \times 3,67 = 165,15 \frac{1}{\text{min}}$
- 30.9 $M_A = 1216 \text{ Nm}$
- 30.10 a) $i_{\text{dif.}} = 3,92:1$ b) $n_A = 204,25 \frac{1}{\text{min}}$; $M_A = 861,6 \text{ Nm}$
- 30.11 $i_{\text{dif.}} = \frac{M_A (M_c)}{M_p} [-]$ 30.12 $i_{\text{dif.}} = 4,21:1$
- 30.13 BMW 520: $n_A = \frac{3000}{4,11} = 730 \frac{1}{\text{min}}$; $M_A = 616,5 \text{ Nm}$

30.2 Relación de transmisión total del flujo de fuerza en la tracción normal

- 30.14 $i_t = 5,75:1$
- 30.15 VW Golf:
- I. -marcha: $i_{t I} = 15,77:1$
- II. -marcha: $i_{t II} = 9,37:1$
- III.-marcha: $i_{t III} = 6,17:1$
- IV. -marcha: $i_{t IV} = 4,39:1$
- marcha atrás: $i_{t R} = 15,49:1$

- 30.16 a) $i_{\text{dif.}} = 3,8:1$ b) $i_{t I} = 12,75:1$
- 30.17 $i_{t I} = 12:1$ 30.18 $n_A = 587,2 \frac{1}{\text{min}}$

30.19 DB 280 E:

- a) $i_{t I} = 13,806:1$ b) I. -marcha: $n_A = 347,7 \text{ 1/min}$
- $i_{t II} = 8,142:1$ II. -marcha: $n_A = 589,5 \text{ 1/min}$
- $i_{t III} = 4,99:1$ III.-marcha: $n_A = 961,9 \text{ 1/min}$
- $i_{t IV} = 3,54:1$ IV. -marcha: $n_A = 1355,9 \text{ 1/min}$
- $i_{t R} = 12,956:1$ marcha atrás: $n_A = 370,5 \text{ 1/min}$

- 30.20 a) $i_{\text{dif.}} = 5,25:1$
- b) $i_{t II} = 12,6:1$ c) $n_A = 396,8 \text{ 1/min}$
- 30.21 a) $n_A = 176,5 \text{ 1/min}$ b) $M_A = 1785 \text{ Nm}$

30.3 Velocidad del vehículo en las distintas marchas

- 30.22 $V_{V III} = 41,7 \text{ km/h}$
- 30.23 a) $i_t = 8:1$ b) $V_V = 41,1 \text{ km/h}$

30.24 Opel Ascona:

- a) $i_{t I} = 3,428.3,67 = 12,58:1$
- $i_{t II} = 2,156.3,67 = 7,91:1$
- $i_{t III} = 1,366.3,67 = 5,01:1$
- $i_{t IV} = 1,0.3,67 = 3,67:1$
- $i_{t R} = 3,317.3,67 = 12,17:1$

$$b) V_{VI} = \frac{2.287. \pi . 4750. 3,6}{12,58.60.1000} = 40,85 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$V_{VII} = 64,97 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad V_{VIII} = 102,58 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$V_{IV} = 140,04 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad V_R = 42,23 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

30.25 Büssing Burglöwe

$$V_{VV} = \frac{2.484. \pi . 2200. 3,6}{1,0.5.13.60.1000} = 78,25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

- 30.26 a) $n_A = 138 \frac{1}{\text{min}}$ b) $M_A = 9425 \text{ Nm}$ c) $V_{VIII} = 27 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
- 30.27 a) $i_t = 25,6:1$ b) $V_V = 11,96 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ c) $M_A = 20992 \text{ Nm}$

30.28 a) $i_{t I} = 9,0 \cdot 6,26 = 56,34:1$
 $i_{t II} = 7,52 \cdot 6,26 = 47,1 :1$
 $i_{t III} = 5,18 \cdot 6,26 = 32,5 :1$
 $i_{t IV} = 4,33 \cdot 6,26 = 27,1 :1$
 $i_{t V} = 3,14 \cdot 6,26 = 19,7 :1$
 $i_{t VI} = 2,62 \cdot 6,26 = 16,4 :1$
 $i_{t VII} = 2,08 \cdot 6,26 = 13,0 :1$
 $i_{t VIII} = 1,735 \cdot 6,26 = 10,85:1$
 $i_{t IX} = 1,44 \cdot 6,26 = 9,0 :1$
 $i_{t X} = 1,2 \cdot 6,26 = 7,52 :1$
 $i_{t XI} = 1,0 \cdot 6,26 = 6,26 :1$
 $i_{t XII} = 0,84 \cdot 6,26 = 5,26 :1$
 $i_{t RI} = 8,45 \cdot 6,26 = 52,9 :1$
 $i_{t RII} = 7,05 \cdot 6,26 = 44,2 :1$

b) 1. -marcha: $M_A = 45354 \text{ Nm}$; $n_A = 24,9 \text{ 1/min}$
 2. -marcha: $M_A = 37891 \text{ Nm}$; $n_A = 29,7 \text{ 1/min}$
 3. -marcha: $M_A = 26106 \text{ Nm}$; $n_A = 43,2 \text{ 1/min}$
 4. -marcha: $M_A = 21827 \text{ Nm}$; $n_A = 51,6 \text{ 1/min}$
 5. -marcha: $M_A = 15826 \text{ Nm}$; $n_A = 71,2 \text{ 1/min}$
 6. -marcha: $M_A = 13202 \text{ Nm}$; $n_A = 85,4 \text{ 1/min}$
 7. -marcha: $M_A = 10481 \text{ Nm}$; $n_A = 107,5 \text{ 1/min}$
 8. -marcha: $M_A = 8742 \text{ Nm}$; $n_A = 128,9 \text{ 1/min}$
 9. -marcha: $M_A = 7253 \text{ Nm}$; $n_A = 155,4 \text{ 1/min}$
 10. -marcha: $M_A = 6046 \text{ Nm}$; $n_A = 186,4 \text{ 1/min}$
 11. -marcha: $M_A = 5039 \text{ Nm}$; $n_A = 223,6 \text{ 1/min}$
 12. -marcha: $M_A = 4234 \text{ Nm}$; $n_A = 266,2 \text{ 1/min}$
 R_1 .-marcha: $M_A = 2584 \text{ Nm}$; $n_A = 26,5 \text{ 1/min}$
 R_2 .-marcha: $M_A = 35525 \text{ Nm}$; $n_A = 31,7 \text{ 1/min}$

30.29 a) $i_{\text{caja I}} = 3:1$; $i_{\text{caja II}} = 2,37:1$; $i_{\text{caja III}} = 1:1$

b) $i_{\text{dif o puente}} = 4,77:1$

c) $i_{t I} = 14,3:1$; $i_{t II} = 11,32:1$; $i_{t III} = 4,77:1$

d) 1.-marcha: $n_A = 223,3 \text{ 1/min}$; $M_A = 2006,6 \text{ Nm}$

2.-marcha: $n_A = 282,7 \text{ 1/min}$; $M_A = 1584,8 \text{ Nm}$

3.-marcha: $n_A = 669,8 \text{ 1/min}$; $M_A = 668,9 \text{ Nm}$

e) $V_{v I} = 23,4 \text{ km/h}$; $V_{v II} = 29,6 \text{ km/h}$; $V_{v III} = 70,2 \text{ km/h}$

31. Dirección

31.1 Relación de transmisión de la dirección, recorrido de las ruedas en las curvas

1. Relación de transmisión de la dirección

31.1 a) $\beta = i_D \cdot \alpha [^\circ]$ b) $\alpha = \frac{\beta}{i_D} [^\circ]$

31.2 $i_D = 15:1$ 31.3 $\alpha = 25,7^\circ$

31.4 $i_D = 15,5:1$ 31.5 $\alpha = 2,12^\circ$

31.6 $\beta = 596^\circ$ 31.7 $\alpha = 32,1^\circ$

31.8 $\beta = 735^\circ$

2. Recorrido de las ruedas en las curvas

31.9 a) $r_e = 9,35 \text{ m}$ b) $l_1 = 12,566 \text{ m}$

c) $l_e = 14,687 \text{ m}$ d) $\Delta l = 2,121 \text{ m}$

31.10 $\delta = \frac{180^\circ \cdot l_e}{r_e \cdot \pi} = \frac{180^\circ \cdot l_i}{r_i \cdot \pi} [^\circ]$

31.11 $\delta = 104,8^\circ$

31.2 Angulo de convergencia, convergencia

1. Angulo de convergencia

31.12 $\gamma = 3^\circ$ 31.13 $\alpha_e = 15^\circ 28'$ 31.14 $\gamma = 4^\circ 51'$

31.15 $\gamma = 1^\circ 8'$; $< 4^\circ$ (se ha doblado o desajustado)

31.16 1. γ izquierda = $2^\circ 57'$; 2. γ derecha = $4^\circ 4'$; 3. $\Delta \gamma = 1^\circ 7'$

2. Convergencia

31.17 $C = 3 \text{ mm}$

31.18 $C = -2 \text{ mm}$

31.19 a) $C = 6 \text{ mm}$ b) $\text{vía} = 1183 \text{ mm}$

$a_2 = 1184,5 \text{ mm}; a_1 = 1181,5 \text{ mm}$

31.20 $a_1 = 1746 \text{ mm}; a_2 = 1754 \text{ mm}$

31.21 a) $\alpha = 11,6^\circ$ b) $\beta = 1312^\circ$ c) $i_D = 24:1$

31.3 Mecanismo de la dirección

31.22 $\beta = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha}{h} [^\circ]$ 31.23 $\alpha = 2,39^\circ (1,82^\circ)$

31.24 $\beta = 301,6^\circ (384^\circ)$ 31.25 $\alpha = 6^\circ (5,2^\circ)$

31.26 $\beta = \frac{\alpha \cdot z}{s} [^\circ]$ 31.27 $\beta = 256^\circ (448^\circ)$

31.28 $s = 13,67 \text{ mm} (5,5 \text{ mm})$

31.29 $\beta = \frac{360^\circ \cdot s}{z \cdot p} [^\circ]$ 31.30 $\beta = 10^\circ (12^\circ)$

32. Frenos

32.1 Desaceleración, tiempo de frenado, distancia de frenado, distancia hasta el paro

32.1 $a = \frac{v_0}{t} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$ 32.2 $v_0 = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

32.3 $v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} (13,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}; 20,83 \frac{\text{m}}{\text{s}})$

32.4 $s = 48,08 \text{ m} (64,3 \text{ m})$ 32.5 $a = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (6,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

32.6 $v_0 = 94,97 \frac{\text{km}}{\text{h}} (71,28 \frac{\text{km}}{\text{h}})$

32.7 $a = 3,63 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (4,23 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

32.8 $t = 4,938 \text{ s} (4,903 \text{ s})$ 32.9 $t = 6 \text{ s} (6 \text{ s})$

32.10 $v_0 = 86,4 \frac{\text{km}}{\text{h}} (72 \frac{\text{km}}{\text{h}})$ 32.11 $v_0 = 98,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

32.12 $s = 77,8 \text{ m} (175 \text{ m})$ 32.13 $s_{\text{total}} = 38,1 \text{ m}$

32.14 $s_{\text{total}} = 130,5 \text{ m} (187 \text{ m})$ 32.15 $t_1 = 1,4 \text{ s} (1,16 \text{ s})$

32.2 Presión del circuito, fuerza de aprieto

32.16 $F_{\text{pie}} = \frac{F_p \cdot r_2}{r_1} [\text{daN}]$

32.17 $F_p = 150 \text{ daN}$

32.18 $F_{\text{pie}} = 36 \text{ daN}$

32.19 $P_L = 20,575 \text{ bar}$ sobrepresión

32.20 $P_L = 42,029 \text{ bar}$ sobrepresión

32.21 $F_{RD} = 362,92 \text{ daN}$

32.22 $P_L = 37,36 \text{ bar}$ sobrepresión

32.23 a) $F_p = 180 \text{ daN}$ b) $P_L = 28,019 \text{ bar}$ sobrepresión

c) $F_{RD} = 222,5 \text{ daN}; F_{RA} = 142 \text{ daN}$

32.24 $F_{\text{pie}} = 66,25 \text{ daN}$

32.25 $P_L = 31,48 \text{ bar}$ sobrepresión

32.3 Frenos de tambor, fuerza periférica

32.26 $F_T = 315 \text{ daN}$

32.27 a) Freno simplex: $C = 1,4$

Freno dúplex: $C = 2,1$

servofreno: $C = 3,1$

b) Freno simplex: $C = 2,1$

Freno dúplex: $C = 3,4$

servofreno: $C = 5,7$

32.28 a) $C = 2,1$ b) $\mu_D = 0,3$ (del diagrama)

32.29 a) $F_{T\text{derecha}} = 902 \text{ daN} (C = 4,1);$

$F_{T\text{izquierda}} = 1254 \text{ daN} (C = 5,7)$ b) $F_T = 352 \text{ daN}$

32.30 a) $C = 1,8$ (del diagrama); $F_T = 216 \text{ daN}$

b) $C = 2,9$ (del diagrama); $F_T = 348 \text{ daN}$

c) $C = 4,4$ (del diagrama); $F_T = 528 \text{ daN}$

32.31 a) $F_T = 312,5 \text{ daN} (C = 2,5)$

b) $F_T = 450 \text{ daN}$ c) $F_T = 550 \text{ daN}$

32.32 $F_R = 200 \text{ daN} (C = 1,7)$

32.33 $F_{TD} = 424,4 \text{ daN} (C = 4,3)$

- 32.34 a) $P_L = 31,58$ bar sobrepresión
 b) $F_{RD} = 202,87$ daN; $F_{RA} = 122,2$ daN
 c) $F_{TD} = 831,8$ daN ($C = 4,1$); $F_{TA} = 207,7$ daN ($C = 1,7$)

32.4 Frenos de disco. Fuerza de frenado en una rueda

- 32.35 $F_T = 200$ daN
 32.36 $F_R = 222,2$ daN
 32.37 $\mu_D = 0,4$
 32.38 $F_{FR} = 234,83$ daN
 32.39 $F_{FR} = 168,75$ daN
 32.40 a) $F_T = 208$ daN b) $F_{FR} = 112,4$ daN
 32.41 a) $F_T = 256$ daN b) $F_{FR} = 159,5$ daN
 32.42 a) $F_{TD} = 2400$ N b) $F_{TA} = 1260$ N ($C_A = 1,4$)
 32.43 Rueda delantera:

$$C_D = 2,1; F_{TD} = 5250 \text{ N}; F_{FRD} = 2975 \text{ N}$$

Rueda trasera:

$$C_A = 1,4; F_{TA} = 2800 \text{ N}; F_{FRA} = 1586,6 \text{ N}$$

$$F_{ftotal} = 9123,3 \text{ N}$$

33. Mecánica del movimiento

33.1 Fuerza impulsora

$$33.1 \text{ a) } P_e = \frac{F_A \cdot V_V}{\eta_{Tr} \cdot 3600} \text{ [kW]}$$

$$\text{b) } V_V = \frac{P_e \cdot \eta_{Tr} \cdot 3600}{F_A} \text{ [km/h]}$$

$$\text{c) } \eta_{Tr} = \frac{F_A \cdot V_V}{P_e \cdot 3600} [-]$$

$$33.2 \quad F_A = 7128 \text{ N}$$

$$33.3 \quad F_A = 3828 \text{ N}$$

$$33.4 \text{ a) } F_A = 9500 \text{ N}$$

$$\text{b) } F_{Atractor} = 6100 \text{ N}$$

$$33.5 \quad V_V = 180 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$33.6 \quad \eta_{Tr} = 0,916; \text{ Pérdida en la transmisión } \approx 8,3 \%$$

$$33.7 \quad \eta_{Tr} = 0,923$$

$$33.8 \quad P_e = 36 \text{ kW}$$

$$33.9 \quad F_A = 1620 \text{ N}$$

$$33.10 \text{ a) } F_A = 80100 \text{ N} \text{ b) } F_A = 26700 \text{ N} \text{ c) } F_A = 8431,6 \text{ N}$$

$$33.11 \quad V_V = 19,36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$33.12 \text{ a) } V_V = 165,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\text{b) } P_e = 224,71 \text{ kW}$$

$$\text{c) } F_A = 2250 \text{ N}$$

$$\text{d) } P_e = 17,65 \text{ kW}$$

33.2 Resistencia a la rodadura

$$33.13 \quad F_R = 10 \text{ N}$$

$$33.14 \quad F_R = 8,653 \text{ N}$$

$$33.15 \text{ a) } F_N = \frac{F_{rod}}{f} \text{ [N]}$$

$$\text{b) } f = \frac{F_{rod}}{F_N} [-]$$

$$33.16 \quad F_{rod} = 129 \text{ N}$$

$$33.17 \quad F_{rod} = 264,9 \text{ N}; f \approx 0,03 \text{ del diagrama}$$

$$33.18 \quad f = 0,02548$$

$$33.19 \text{ a) } F_{rodtractor} = 2964 \text{ N}$$

$$\text{b) } F_{rodremolque} = 2255 \text{ N}$$

$$\text{c) } F_{rodtrailer} = 5219 \text{ N}$$

33.3 Resistencia del aire

$$33.20 \text{ a) } C_a = \frac{F_{aire}}{0,048 \cdot A \cdot V_V^2} [-]$$

$$\text{b) } V_V = \sqrt{\frac{F_{aire}}{0,048 \cdot C_a \cdot A}} \text{ [km/h]}$$

$$33.21 \quad F_{aire} = 399,6 \text{ N}$$

$$33.22 \quad F_{aire} = 1164,5 \text{ N}$$

$$33.23 \text{ a) } F_{aire} = 335,9 \text{ N}$$

$$\text{b) } F_{aire} = 597,2 \text{ N}$$

$$33.24 \quad C_a = 0,526$$

$$33.25 \quad C_a = 0,5$$

$$33.26 \quad V_V = 234,48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$33.27 \quad V_V = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$33.28 \quad A = 2,008 \text{ m}^2$$

33.4 Resistencia en pendiente, fuerza sobrante

1. Resistencia en pendiente

$$33.29 \quad F_{veh} = \frac{F_{pend.1}}{h} \text{ [N]} \quad m = G_{veh} = \frac{F_{veh}}{g} = \frac{F_{pend.1}}{g \cdot h} \text{ [kg]}$$

$$33.30 \quad F_{pend} = 1506,8 \text{ N}$$

$$33.31 \quad F_{pend} = 22072,5 \text{ N}$$

$$33.32 \quad F_{pend} = 777 \text{ N}$$

$$33.33 \quad F_{pend} = (-) 1245,0 \text{ N}$$

$$33.34 \quad F_{pend} = 317,8 \text{ N}$$

2. Fuerza sobrante

33.35 $F_{\text{sobrante}} = 350 \text{ N}$

33.36 a) $F_{\text{sobrante}} = 300 \text{ N}$ b) $P_{\text{end}} = 3,22 \%$

33.37 a) $F_A = 1620 \text{ N}$ b) $F_{\text{aire}} = 387,072 \text{ N}$

c) $F_{\text{rod}} = 294,3 \text{ N}$ d) $F_{\text{sobrante}} = 938,628 \text{ N}$

33.38 $F_A = 10771,2 \text{ N}$; $F_{\text{rod}} \approx 2590 \text{ N}$; $F_{\text{aire}} = 451,2 \text{ N}$;

$F_{\text{pend}} = 4708,8 \text{ N}$; $F_{\text{sobrante}} = 3021,2 \text{ N}$

34. Electricidad del automóvil

34.1 Fundamentos eléctricos, ley de Ohm

34.1 10% 34.2 $R = 5 \Omega$ 34.3 $U = 12 \text{ V}$

34.4 $I = 1,4 \text{ A}$ 34.5 $I = 4,4 \text{ A}$ 34.6 $R = 1,71 \Omega$

34.7 $U = 24 \text{ V}$ 34.8 $R = 3,2 \Omega$ 34.9 $I = 3 \text{ A}$

34.10 $I = 2,5 \text{ A}$ 34.11 $U = 12 \text{ V}$ 34.12 $I = 33,3 \text{ A}$

34.13 $U = 12 \text{ V}$ 34.14 $I = 200 \text{ A}$ 34.15 $U = 3 \text{ V}$

34.2 Potencia eléctrica, trabajo eléctrico, capacidad de la batería

1. Potencia eléctrica

34.16 a) $U = \frac{P}{I} [\text{V}]$ b) $I = \frac{P}{U} [\text{A}]$

34.17 $P = 21 \text{ W}$

34.18 a) $I = 3,3 \text{ A}$ b) $I = 3,75 \text{ A}$

34.19 $U = 12 \text{ V}$ 34.20 $P = 165,84 \text{ W}$

34.21 $P = 661,76 \text{ W} = 0,66176 \text{ kW}$

34.22 a) $I = 30 \text{ A}$ b) $P = 45 \text{ W}$

2. Trabajo eléctrico

34.23 $100 \text{ Wh} = 0,1 \text{ kWh}$; $6500 \text{ Wh} = 6,5 \text{ kWh}$;
 $850 \text{ Wh} = 0,85 \text{ kWh}$

34.24 $5,05 \$$; $0,35 \$$; $1,40 \$$

34.25 $W = 7200 \text{ Wh} = 7,2 \text{ kWh}$

34.26 $t = 6,72 \text{ h}$

3. Capacidad de la batería

34.27 $W = 456 \text{ Wh}$

34.28 a) $W = 462 \text{ Wh}$ b) $W = 411,18 \text{ Wh} (309,54 \text{ Wh})$

34.29 $I = 7,236 \text{ A}$

34.30 $I \approx 4,2 \text{ A}$

34.3 Conexión en serie, conexión en paralelo

34.31 $R_t = 17 \Omega$

34.32 a) $R_t = 2 \Omega$ b) $I = 6 \text{ A}$ c) $U_1 = 3 \text{ V}$; $U_2 = 9 \text{ V}$

34.33 $R_t = 3,08 \Omega$

34.34 a) $R_t = 140 \Omega$ b) $R_t = 34,28 \Omega$

34.35 a) $R_t = 0,028 \Omega$ b) $I_t = 420 \text{ A}$

c) $I_1 = 240 \text{ A}$; $I_2 = 120 \text{ A}$; $I_3 = 60 \text{ A}$

34.36 a) $R_4 = 19 \Omega$; $R_t = 24 \Omega$

b) $U_1 = 0,25 \text{ V}$; $U_2 = 1,5 \text{ V}$; $U_3 = 0,75 \text{ V}$; $U_4 = 9,5 \text{ V}$

34.37 $R_{t2/3} = 2,86 \Omega$; $R_t = 7,86 \Omega$

34.38 a) $R_t = 18,75 \Omega$; $U = 12 \text{ V}$

b) $R_t = 80 \Omega$; $I = 0,15 \text{ A}$

34.39 $R_t = 5,71 \Omega$; $U = 45,7 \text{ V}$; $R_t = 70 \Omega$; $I = 0,653 \text{ A}$

35. Repasos para el examen

1. Trabajo de repaso

1. $G_{\text{Motor}} = 6,5 \frac{\text{kg}}{\text{kW}}$

2. $n = 3820 \frac{1}{\text{min}}$

3. con $E_n = 6:1$ $X = 1,74 \text{ mm}$

4. a) $V = 22,5 \text{ l}$ b) $G = 18 \text{ kg}$

5. Consumo: $241,5 \text{ l}$

2. Trabajo de repaso

1. 91,80 \$
2. $l = 743,1 \text{ cm}$
3. a) $a = 4,286 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ b) $s_{\text{total}} = 135 \text{ m}$
4. a) $n = 6918 \frac{1}{\text{min}}$ b) $i = 1:2$
5. a) $M_M = 73,46 \text{ Nm}$ b) $P_e = 15,45 \text{ kW}$

3. Trabajo de repaso

1. a) 8,66 DM b) 13,95 %
2. $f = 0,738 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ 3. $\mathcal{E} = 9,8:1$
4. $s = 34,48 \text{ m}$ 5. $R = 0,0447 \Omega$

4. Trabajo de repaso

1. 44,18 %
2. $h = 231,1 \text{ mm}$
3. $n = 5000 \frac{1}{\text{min}}$ 4. $\Delta l_A = 5,585 \text{ mm}$
5. $M_A = 936 \text{ Nm}$

5. Trabajo de repaso

1. $V = 2,45 \text{ l} \hat{=} 35 \%$ 2. $V = 5,6 \text{ l}$
3. $V_m = 9,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ 4. $I = 5,83 \text{ A}$
5. $t = 5 \text{ s}$

6. Trabajo de repaso

1. 44,2 \$
2. a) $V = 83,49 \text{ l}$ b) $G = 64,29 \text{ kg}$
3. $P_{iIV} = 56,42 \text{ kW}$ 4. $n = 6857,14 \frac{1}{\text{min}}$
5. a) $i_t = 23,82:1$ b) $n = 193,1 \frac{1}{\text{min}}$

7. Trabajo de repaso

1. 11,94 %
2. $h = 1,624 \text{ dm} = 162,4 \text{ mm}$
3. $n = 2865 \frac{1}{\text{min}}$ 4. $d = 584,1 \text{ mm}$
5. $s = 123,08 \text{ m}$

8. Trabajo de repaso

1. $v = 150,94 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ($160 \frac{\text{km}}{\text{h}} \hat{=} 106 \%$)
2. a) $V = 237,5 \text{ l}$ b) $G = 238,553 \text{ kg}$
3. $n = 1610 \frac{1}{\text{min}}$ 4. $\mathcal{E} = 8,15:1$
5. $s_{\text{total}} = 3000 \text{ m} + 62,5 \text{ m} = 3062,5 \text{ m}$

9. Trabajo de repaso

1. a) 404 DM b) 309,20 DM c) 30,66 %
2. $A = 609,273 \text{ cm}^2$ 3. $V_H = 8724,9876 \text{ cm}^3 = 8,725 \text{ l}$
4. $I = 1,66 \text{ A}$ 5. $n = 553,8 \frac{1}{\text{min}}$

10. Trabajo de repaso

1. $n_p = 210,5 \frac{1}{\text{min}}$ 2. $F_{\text{rod}} = 382,59 \text{ N}$
3. $n = 3350 \frac{1}{\text{min}}$ 4. $V_m = 63 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

11. Trabajo de repaso

1. $P_e = 19,79 \text{ kW}$ 2. $i_{\text{caja}} = 4,063:1$
3. $\sigma_z = 636,62 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$ 4. $p = 6,2831 \text{ mm}; d_o = 70 \text{ mm}$
5. $V_C = 50 \text{ cm}^3$

12. Trabajo de repaso

1. $G = 17,692 \text{ kg}$ 2. $M_E = 599,4 \text{ Nm}$
3. $t = 4 \text{ s}$ 4. $P_{iIV} = 69 \text{ kW}$
5. con $V_h = 480 \text{ cm}^3$ $V_{F\text{min}} = 3.317,76 \frac{1}{\text{min}}$

13. Trabajo de repaso

1. 3641,62 \$
2. $V = 2,212 \text{ cm}^3$
3. $V_V = 63,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
4. $t = 2,99 \text{ s}$
5. $I = 4,5 \text{ A}$

14. Trabajo de repaso

1. 8 %
2. $h = 46,77 \text{ cm}$
3. $p = 31 \text{ bar}$ sobrepresión
4. $P_1 = 90,272 \text{ kW}$
5. $I = 47,06 \text{ A}$, $R = 0,036 \Omega$

15. Trabajo de repaso

1. 23,38 %
2. $n = 3344 \text{ 1/min}$; $i = 1:1,52$
3. $n = 4687,5 \text{ 1/min}$
4. $m = 284,1 \text{ g}$
5. $\alpha_{VA} = 245^\circ$